CURSO DE FÍSICA GENERAL

I. V. SAVÉLIEV



EDITORIAL
MIR
MOSCÚ

3


ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИР

И. В. САВЕЛЬЕВ

КУРС ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

ТОМ I. МЕХАНИКА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

МОСКВА «НАУКА»

CURSO DE FÍSICA GENERAL

I. V. SAVÉLIEV

3

ÓPTICA CUÁNTICA
FÍSICA ATÓMICA
FÍSICA DEL SÓLIDO
FÍSICA NUCLEAR Y DE LAS PARTÍCULAS ELEMENTALES

Traducido del ruso
por Luis Ducat
Licenciado en Ciencias Químicas
de la Universidad Estatal de Moscú

EDITORIAL MIR MOSCÚ

Impreso en la URSS

На испанском языке

ÍNDICE

TERCERA PARTE
FÍSICA DE LOS SÓLIDOS

RECOMENDACIONES METÓDICAS

En las presentes recomendaciones se da una enumeración aproximada de los parágrafos o sus partes, cuyo estudio no es obligatorio en caso de insuficiencia de tiempo para la lectura del curso en el volumen total. Esta lista refleja el punto de vista del autor y tiene solamente carácter de recomendación.

1. En el § 3, «Densidad de equilibrio de la energía de radiación», puede limitarse al estudio de los primeros tres párrafos y al último solamente, omitiendo la deducción de la fórmula (3.3). Debe tenerse en cuenta que la fórmula (3.4) puede ser obtenida de manera bastante simple, a base de la concepción sobre los fotones (véase el texto vinculado con las fórmulas (10.7) — (10.9)).

2. Casi todo el material del § 5 puede ser omitido, limitándose al estudio de las fórmulas (5.26) y (5.27) sin deducción.

3. El final del § 7, «Fórmula de Planck», comenzando desde el segundo párrafo de los que siguen a la fórmula (7.10) (el que contiene la expresión integral de la luminosidad energética del cuerpo negro), puede no estudiarse.

4. El § 13, «Modelo atómico de Thomson», puede ser omitido.

5. En el § 14, «Experimentos en la dispersión de las partículas α. Modelo nuclear del átomo», puede no estudiarse el texto vinculado con las fórmulas (14.2) — (14.8) y limitarse al estudio de la fórmula (14.9) sin deducción y también al estudio del texto que sigue a esa fórmula.

6. En el § 16 puede limitarse al estudio de la fórmula (16.7) sin deducción.

7. En el § 26, «Paso de las partículas a través de una barrera de potencial», puede limitarse al estudio de los últimos párrafos, comenzando por la fórmula (26.13).

8. El § 30, «Ancho de las líneas espectrales», puede ser omitido.

9. El final del § 31, comenzando por la fórmula (31.8), puede ser omitido.

10. En el § 33, «Momento magnético del átomo», puede no estudiarse la deducción de la fórmula (33.5) con ayuda del modelo vectorial del átomo.

11. En el § 34, «Efecto Zeeman», puede limitarse al estudio del efecto simple Zeeman.

12. El § 35, «Resonancia paramagnética electrónica», puede ser omitido.

13. Los últimos párrafos del § 37, «Sistema periódico de los elementos de Mendeléiev», que se refieren a las reglas de Hund, pueden no estudiarse.

14. El § 39, «Energía de la molécula», puede ser excluido.

15. El § 40, «Espectros moleculares», puede ser excluido.

16. El § 41, «Difusión combinada de la luz», puede ser excluido.

17. El § 45, «La red cristalina. Indices de Miller», puede ser excluido.

18. El § 50, «Efecto Mössbauer», puede ser excluido.

19. Al estudiar el § 51, «Teoría cuántica de los electrones libres en el metal», se debe tener en cuenta que el nivel de Fermi, aunque débilmente, depende de la temperatura. En los manuales es usual la definición simplificada del nivel de Fermi, como la energía máxima de los electrones a cero absoluto. De esta manera, se identifica el nivel de Fermi en general con el nivel de Fermi a cero absoluto (véase el texto que sigue a la fórmula (51.9)). Como resultado, el nivel de Fermi se convierte, de una función de la temperatura, en una constante característica para un metal dado. Con esa definición, se hace incomprensible el surgimiento de la f.e.m. térmica de contacto (véase fórmula (63.1)). Semejante definición tampoco es aplicable a los semiconductores, en los cuales el nivel de Fermi cae en la zona prohibida.

20. El comienzo del § 52, «Distribución de Fermi—Dirac», se puede omitir comenzando la lectura desde la fórmula (52.5).

21. El principio del § 63, «Fenómenos termoeléctricos», puede ser omitido comenzando el estudio a partir de la fórmula (63.8). La última parte del parágrafo, dedicada al fenómeno de Thomson, puede ser omitida.

22. El § 71, «Reacciones nucleares», puede ser omitido.

23. El § 78, «Espín isotópico», puede ser excluido.

24. El § 80, puede ser excluido.

Subrayamos una vez más que la lista citada es completamente preliminar. En dependencia de las circunstancias, la misma puede ser variada o ampliada.

PRIMERA PARTE

ÓPTICA CUÁNTICA

CAPÍTULO I

RADIACIÓN DE CALOR

§ 1. Radiación de calor y luminiscencia

La radiación de ondas electromagnéticas por los cuerpos (emisión) puede realizarse a cuenta de diferentes tipos de energía. La más difundida es la *radiación de calor*, o sea la emisión de ondas electromagnéticas provocada por la energía interna de los cuerpos. Todas las demás variedades de emisión, estimulada por otros tipos de energía, excepto la interna (calorífica), se unen bajo el nombre común de *«luminiscencia»*.

El fósforo que se oxida en el aire resplandece como resultado de la energía que se libera de la transformación química. Esa clase de radiación se denomina *quimioluminiscencia*. La emisión que surge de diferentes clases de descargas autónomas en un gas lleva el nombre de *electroluminiscencia*. La luminiscencia de los sólidos, provocada por el bombardeo con electrones, es denominada *catodoluminiscencia* y provocada por la absorción de radiación electromagnética, *fotoluminiscencia*.

La radiación de calor tiene lugar a cualquier temperatura, sin embargo, a bajas temperaturas se emiten prácticamente sólo ondas electromagnéticas largas (infrarrojas).

Rodeemos el cuerpo emisor con una envoltura de superficie reflectora ideal (fig. 1.1). Evacuemos el aire de la envoltura. La radiación que se refleja en la misma, al caer en el cuerpo, se absorbe por éste (completamente o en parte). Por lo tanto ocurre un intercambio ininterrumpido de energía entre el cuerpo y la radiación que llena la envoltura. Si la distribución de la energía entre el cuerpo y la radiación permanece invariable para cada longitud de onda, el estado del sistema cuerpo — radiación será de equilibrio. La experiencia muestra que el único tipo de radiación que puede encontrarse en equilibrio con los cuerpos emisores es la radiación de calor. Todas las demás variedades de radiación resultan ser desequilibradas.

La capacidad de la radiación de calor de encontrarse en equilibrio con los cuerpos emisores está condicionada por que su intensidad crece con el aumento de la temperatura. Supongamos que el equilibrio

entre el cuerpo y la radiación haya sido alterado y el cuerpo emita más energía que la que absorbe. Entonces la energía interna del cuerpo decrecerá, lo que conllevará a la disminución de la temperatura. Esto a su vez provocará la reducción de la cantidad de energía emitida por el cuerpo. La temperatura del mismo irá decreciendo hasta que la cantidad de energía emitida no sea igual a la de energía absorbida. Si el equilibrio se altera hacia el otro lado, o sea la cantidad de energía emitida resulta ser menor que la absorbida, la temperatura del cuerpo irá aumentando hasta que se restablezca el equilibrio. De esta manera, la alteración del equilibrio en el sistema cuerpo — radiación provoca el surgimiento de procesos que lo restablecen.

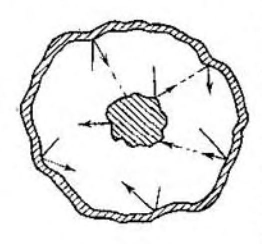


Fig. 1.1.

De manera diferente resulta ser en el caso de la luminiscencia. Mostremos esto en el ejemplo de la quimioluminiscencia. Mientras transcurre la reacción química que provoca la radiación, el cuerpo emisor se aleja cada vez más de su estado inicial. La absorción de la radiación por el cuerpo no varía la dirección de la reacción, sino que por el contrario, conlleva a un transcurso más rápido de la misma (a consecuencia del calentamiento) en la dirección inicial. El equilibrio se restablecerá sólo cuando sea gastada toda la reserva de productos reaccionantes y la radiación provocada por el proceso químico sea sustituida por la radiación de calor.

De este modo, de todas las clases de radiación, la única que puede ser equilibrada es la radiación de calor. Las leyes de la Termodinámica son aplicables a los estados y procesos en equilibrio. Por esta razón, la radiación de calor deberá obedecer ciertas leyes generales derivadas de los principios de la termodinámica. Pasemos al estudio de las mismas.

§ 2. Ley de Kirchhoff

Nosotros caracterizaremos la intensidad de la radiación de calor mediante la magnitud del flujo de energía medido en vatios. El flujo de energía emitido por la unidad de superficie del cuerpo emisor en todas las direcciones (en los límites del ángulo sólido 2π) se denomina *luminosidad* (emitancia luminosa) *energética* del cuerpo. Designaremos esta magnitud con la letra R. La luminosidad energética es una función de la temperatura.

La radiación se compone de ondas de diferentes frecuencias ω (o longitudes de onda λ). Designemos el flujo de energía emitida por la unidad de superficie del cuerpo en el intervalo de frecuencias $d\omega$ mediante dR_ω. En un intervalo pequeño $d\omega$, el flujo dR_ω será pro-

porcional a $d\omega$:

$$dR_\omega = r_\omega d\omega. \tag{2.1}$$

La magnitud r_ω se denomina *poder emisivo* del cuerpo. Este poder emisivo, al igual que la luminosidad energética, depende mucho de la temperatura. Por consiguiente, r_ω es una función de la frecuencia y de la temperatura.

La luminosidad energética está vinculada con el poder emisivo mediante la fórmula:

$$R_T = \int dR_{\omega T} = \int_0^\infty r_{\omega T}\, d\omega \tag{2.2}$$

(añadimos el subíndice T para subrayar que la luminosidad energética y el poder emisivo dependen de la temperatura).

La radiación puede ser caracterizada por la longitud de onda λ en vez de la frecuencia ω. El intervalo de longitudes de onda $d\lambda$ corresponderá al sector del espectro $d\omega$. Las magnitudes $d\lambda$ y $d\omega$ definen una misma región y están vinculadas por una relación simple que se deriva de la fórmula: $\lambda = 2\pi c/\omega$. Al diferenciar, obtenemos:

$$d\lambda = -\frac{2\pi c}{\omega^2}\, d\omega = -\frac{\lambda^2}{2\pi c}\, d\omega. \tag{2.3}$$

El signo menos en esta expresión no tiene un significado sustancial e indica solamente que con el aumento de una de las magnitudes ω ó λ, la otra disminuye. Por esta razón, en adelante no lo escribiremos.

La porción de luminosidad energética que corresponde al intervalo $d\lambda$ puede ser expresada análogamente a (2.1) en forma de:

$$dR_\lambda = r_\lambda d\lambda. \tag{2.4}$$

Si los intervalos $d\omega$ y $d\lambda$ que integran las expresiones (2.1) y (2.4) están vinculados por la relación (2.3), o sea se refieren a una misma región del espectro, las magnitudes dR_ω y dR_λ deben coincidir:

$$r_\omega d\omega = r_\lambda d\lambda.$$

Sustituyendo en la última igualdad $d\lambda$ según (2.3) obtendremos:

$$r_\omega\, d\omega = r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega^2}\, d\omega = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c}\, d\omega,$$

de donde

$$r_\omega = r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega^2} = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c}. \tag{2.5}$$

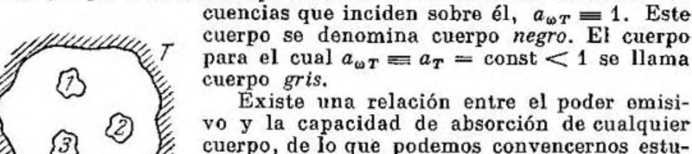
Con ayuda de la fórmula (2.5) se puede pasar de r_λ a r_ω y viceversa.

Sea un flujo de energía radiante $d\Phi_\omega$ provocado por ondas electromagnéticas cuya frecuencia está contenida en el intervalo $d\omega$ y que

incide sobre el elemento de área de la superficie del cuerpo. Una parte de este flujo $d\Phi'_\omega$ será absorbida por el cuerpo. La magnitud adimensional:

$$a_{\omega T} = \frac{d\Phi'_\omega}{d\Phi_\omega} \qquad (2.6)$$

se denomina *capacidad de absorción* del cuerpo. Esta última es una función de la frecuencia y de la temperatura.



Por definición $a_{\omega T}$ no puede ser mayor que la unidad. Para el cuerpo que absorbe completamente la radiación de todas las frecuencias que inciden sobre él, $a_{\omega T} \equiv 1$. Este cuerpo se denomina cuerpo *negro*. El cuerpo para el cual $a_{\omega T} \equiv a_T = \text{const} < 1$ se llama cuerpo *gris*.

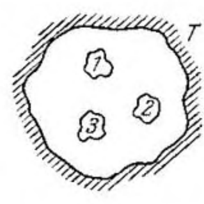
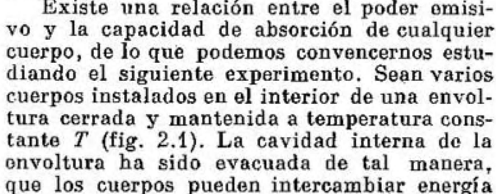


Fig. 2.1.



Existe una relación entre el poder emisivo y la capacidad de absorción de cualquier cuerpo, de lo que podemos convencernos estudiando el siguiente experimento. Sean varios cuerpos instalados en el interior de una envoltura cerrada y mantenida a temperatura constante T (fig. 2.1). La cavidad interna de la envoltura ha sido evacuada de tal manera, que los cuerpos pueden intercambiar energía entre sí y con la envoltura sólo mediante la emisión y absorción de ondas electromagnéticas. La experiencia muestra que este sistema alcanza un estado de equilibrio térmico al cabo de cierto tiempo, o sea todos los cuerpos adquieren una misma temperatura igual a la temperatura T de la envoltura. En ese estado, el cuerpo que tenga un mayor poder emisivo $r_{\omega T}$, perderá más energía de la unidad de superficie en la unidad de tiempo, que aquel que tenga un $r_{\omega T}$ menor. En vista de que la temperatura (y por consiguiente la energía) de los cuerpos no varía, aquel cuerpo que emita más energía, deberá absorber más, o sea tendrá una $a_{\omega T}$ mayor. De esta manera, mientras mayor sea el poder emisivo $r_{\omega T}$ del cuerpo, mayor será su capacidad de absorción $a_{\omega T}$. De aquí resulta la relación:

$$\left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_2 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_3 = \ldots, \qquad (2.7)$$

donde los subíndices 1, 2, 3, etc. se refieren a los diferentes cuerpos.

La relación (2.7) expresa una ley establecida por Kirchhoff que reza de la siguiente forma: *La relación entre el poder emisivo y la capacidad de absorción no depende de la naturaleza del cuerpo, sino que para todos los cuerpos es una misma función (universal) de la*

frecuencia (longitud de onda) y de la temperatura.

$$\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}=f(\omega,\ T). \tag{2.8}$$

Las propias magnitudes $r_{\omega T}$ y $a_{\omega T}$ pueden variar extraordinariamente al pasar de un cuerpo a otro. Pero la relación entre ellas será igual para todos los cuerpos. Esto quiere decir que aquel cuerpo que absorba más algunos rayos los emitirá también más intensamente (no debe confundirse la emisión de radiación con su reflexión).

Para el cuerpo negro $a_{\omega T}\equiv 1$ por definición. Por consiguiente, de la fórmula (2.8) se infiere que $r_{\omega T}$ para este cuerpo es igual a $f(\omega, T)$. De esta manera, la función universal de Kirchhoff $f(\omega, T)$ no es más que el poder emisivo del cuerpo negro.

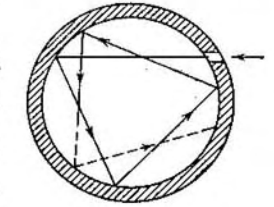


Fig. 2.2.

En las investigaciones teóricas, para caracterizar la composición espectral de la radiación de calor en equilibrio, es más conveniente utilizar la función de la frecuencia $f(\omega, T)$. En los trabajos experimentales es más cómodo utilizar la función de la longitud de onda $\varphi(\lambda, T)$. Ambas funciones se relacionan mediante la fórmula:

$$f(\omega,\ T)=\frac{2\pi c}{\omega^2}\varphi(\lambda,\ T)=\frac{\lambda^2}{2\pi c}\varphi(\lambda,\ T), \tag{2.9}$$

la cual es análoga a la fórmula (2.5). Según (2.9) para determinar $\varphi(\lambda, T)$ por la función dada $f(\omega, T)$, es necesario sustituir en $f(\omega, T)$ la frecuencia ω por $2\pi c/\lambda$ y multiplicar la expresión obtenida por $2\pi c/\lambda^2$:

$$\varphi(\lambda,\ T)=\frac{2\pi c}{\lambda^2}f\left(\frac{2\pi c}{\lambda},\ T\right). \tag{2.10}$$

Para determinar $f(\omega, T)$ por la función dada $\varphi(\lambda, T)$, es necesario utilizar la relación:

$$f(\omega,\ T)=\frac{2\pi c}{\omega^2}\varphi\left(\frac{2\pi c}{\omega},\ T\right) \tag{2.11}$$

En la naturaleza no existen cuerpos negros. El hollín o el negro de platino tienen una capacidad de absorción $a_{\omega T}$ cercana a la unidad sólo en un intervalo limitado de frecuencias; en la zona infrarroja lejana su capacidad de absorción es mucho menor que la unidad. Sin embargo, pueden crearse artificios que por sus propiedades sean tan próximos como se quiera al cuerpo negro. Ese dispositivo puede ser representado por una cavidad provista de un pequeño orificio (fig. 2.2). La radiación que penetra hacia el interior a través del

orificio, antes de salir del mismo, sufre una reflexión repetida. Parte de la energía es absorbida en cada reflexión, como resultado de lo cual toda la radiación de cualquier frecuencia se absorbe en esa cavidad [1]). De acuerdo con la ley de Kirchhoff, el poder emisivo de ese dispositivo es muy próximo a $f(\omega, T)$, significando T la temperatura de las paredes de la cavidad. De esta manera, si mantenemos las paredes de la cavidad a cierta temperatura T, del orificio saldrá una radiación bastante cercana por su composición espectral a la del cuerpo negro a esa misma temperatura. Al descomponer esta radiación en un espectro con ayuda de una rejilla de difracción y medir la intensidad de las diferentes zonas del mismo, puede determinarse experimentalmente el aspecto de la función $f(\omega, T)$ ó $\varphi(\lambda, T)$. Los resultados de estos experimentos se muestran en la fig. 2.3. Las distintas curvas se refieren a diferentes valores de la temperatura T del cuerpo negro. El área que abarca la curva da la luminosidad energética del cuerpo negro a la temperatura correspondiente.

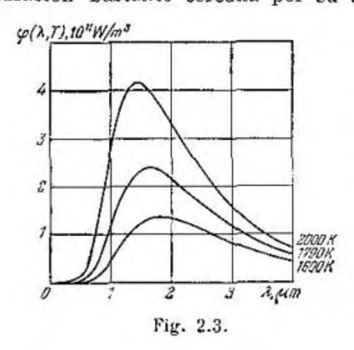


Fig. 2.3.

De la fig. 2.3 se deriva que la luminosidad energética del cuerpo negro aumenta fuertemente con la temperatura. El máximo del poder emisivo se desplaza hacia el lado de las ondas más cortas al aumentar la temperatura.

§ 3. Densidad de equilibrio de la energía de radiación

Examinemos una radiación que se encuentra en equilibrio con una sustancia. Para esto imaginemos una cavidad evacuada, cuyas paredes se mantienen a una temperatura T constante. En estado de equilibrio la energía de la radiación estará distribuida en el volumen de la cavidad con una densidad $u = u(T)$. La distribución espectral de esta energía puede ser caracterizada por la función $u(\omega, T)$ definida por la condición $du_\omega = u(\omega, T)\, d\omega$, donde du_ω es la porción de la densidad de la energía que corresponde al intervalo de frecuencia $d\omega$. La densidad total de la energía $u(T)$ está relacionada con la función

[1]) Por esta misma razón, el interior de una habitación en un día soleado parece oscuro, al ser observado desde lejos a través de una ventana abierta.

$u(\omega, T)$ por la fórmula:

$$u(T) = \int_0^\infty u(\omega, T)\, d\omega. \tag{3.1}$$

De consideraciones termodinámicas se deduce que la densidad de equilibrio de la energía de radiación $u(T)$ depende solamente de la temperatura y no depende de las propiedades de las paredes de la cavidad. Examinemos dos cavidades, cuyas paredes han sido confeccionadas de diferentes materiales y que tienen en el momento inicial una misma temperatura. Supongamos que la densidad de equilibrio de la energía en ambas cavidades es diferente, por ejemplo $u_1(T) > u_2(T)$. Unamos las cavidades mediante un pequeño orificio (fig. 3.1) y de esta forma permitamos que las paredes de las cavidades entren en intercambio térmico por medio de la radiación. Como resultado, las paredes de la segunda cavidad absorberán más energía que la que emitirán, y su temperatura comenzará a aumentar, ya que supusimos que $u_1 > u_2$, por lo que el flujo de energía de la primera cavidad a la segunda debe ser mayor que el flujo que va en dirección contraria. Las paredes de la primera cavidad absorberán menos energía que la que emitirán, de forma tal que irán enfriándose. Sin embargo, dos cuerpos con igual temperatura inicial no pueden adquirir diferentes temperaturas a consecuencia del intercambio térmico, ya que lo prohibe el segundo principio de la termodinámica. Por esta razón, nuestra suposición sobre la desigualdad de u_1 y u_2 debe ser reconocida incorrecta. La conclusión acerca de la igualdad de $u_1(T)$ y $u_2(T)$ se extiende a cada componente espectral $u(\omega, T)$.

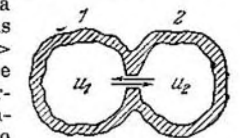


Fig. 3.1.

La independencia de la radiación de equilibrio de la naturaleza de las paredes de la cavidad puede ser explicada en virtud de las siguientes consideraciones. Unas paredes negras absorberían toda la energía incidente Φ_e y emitirían un flujo de energía igual a Φ_e. Unas paredes con una capacidad de absorción a absorberán una porción $a\Phi_e$ del flujo incidente Φ_e y reflejarán un flujo igual a $(1-a)\Phi_e$. Además, emitirán un flujo $a\Phi_e$ (igual al flujo absorbido). En total, las paredes de la cavidad devolverán a la radiación el mismo flujo de energía $\Phi_e = (1-a)\Phi_e + a\Phi_e$, que devolverían a la radiación las paredes negras.

La densidad de equilibrio de la energía de radiación u y la luminosidad energética del cuerpo negro R^* están vinculadas por una relación simple que deduciremos a continuación [1]).

[1]) Proveímos la R de un asterisco para subrayar que se trata de la luminosidad energética del cuerpo negro.

Examinemos una cavidad evacuada con paredes negras. En caso de equilibrio, a través de cada punto dentro de la cavidad pasará en cualquier dirección un flujo de radiación de igual densidad. Si la radiación se propagara en una sola dirección dada (o sea, si a través de cada punto pasara un solo rayo), la densidad del flujo de energía en dicho punto sería igual al producto de la densidad de la energía u por la velocidad de la onda electromagnética c. Sin embargo, a cada punto le corresponde un conjunto de rayos, cuyas direcciones están distribuidas uniformemente en los límites del ángulo sólido 4π. El flujo de energía cu está también distribuido regularmente en los límites de ese ángulo sólido. De este modo, por cada punto en los límites del ángulo sólido $d\Omega$ pasará un flujo de energía, cuya densidad es igual a:

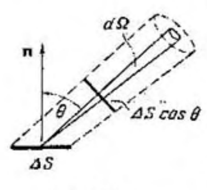


Fig. 3.2.

$$dj = \frac{cu}{4\pi} d\Omega.$$

Tomemos un elemento de área ΔS en la superficie de la cavidad (fig. 3.2). El mismo enviará, en los límites del ángulo sólido $d\Omega =$ $=$ sen $\theta d\theta d\varphi$ y en dirección que forma un ángulo θ con la normal, un flujo de energía:

$$d\Phi_e = dj\Delta S \cos\theta = \frac{cu}{4\pi} d\Omega\Delta S \cos\theta = \frac{cu}{4\pi} \Delta S \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\varphi.$$

El área ΔS envía un flujo de energía en todas las direcciones incluidas en el ángulo sólido 2π:

$$\Delta\Phi_e = \int d\Phi_e = \frac{cu}{4\pi} \Delta S \int_0^{\pi/2} \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{c}{4} u\Delta S. \quad (3.2)$$

Al mismo tiempo, el flujo de energía emitido por el área ΔS puede ser determinado multiplicando la luminosidad energética R^* por ΔS: $\Delta\Phi_e = R^*\Delta S$. La comparación con (3.2) nos da que:

$$R^* = \frac{c}{4} u. \quad (3.3)$$

La igualdad (3.3) debe cumplirse para cada componente espectral de la radiación. De aquí se deriva que:

$$f(\omega, T) = \frac{c}{4} u(\omega, T). \quad (3.4)$$

Esta fórmula relaciona el poder emisivo del cuerpo negro con la densidad de equilibrio de la energía de radiación térmica.

§ 4. Ley de Stefan—Boltzmann y ley de Wien

La explicación teórica de las leyes de la radiación del cuerpo negro tuvo un significado enorme en la historia de la Física ya que condujo al concepto de los cuantos de energía.

Durante mucho tiempo, los intentos por obtener la forma teórica de la función $f(\omega, T)$ [1]) no daban la solución general del problema. Stefan (1879), analizando los datos experimentales, llegó a la conclusión de que la luminosidad energética R de cualquier cuerpo es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta. Sin embargo, mediciones posteriores más exactas mostraron la inexactitud de sus conclusiones. Boltzmann (1884), partiendo de consideraciones termodinámicas obtuvo en forma teórica el siguiente valor para la luminosidad energética del cuerpo negro:

$$R^* = \int_0^\infty f(\omega, T)\, d\omega = \sigma T^4, \qquad (4.1)$$

donde σ es una magnitud constante y T, la temperatura absoluta. De esta forma, la conclusión a la que llegó Stefan para cualquier cuerpo (él no experimentó con cuerpos negros), resultó correcta sólo para los cuerpos negros.

La relación (4.1) entre la luminosidad energética del cuerpo negro y su temperatura absoluta recibió el nombre de *ley de Stefan — Boltzmann*. La constante σ se denomina *constante de Stefan — Boltzmann*. Su valor experimental es igual a:

$$\sigma = 5{,}7\cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2\cdot K^4)}. \qquad (4.2)$$

Wien (1893), utilizando además de la termodinámica la teoría electromagnética, mostró que la función de distribución espectral debe tener la forma:

$$f(\omega, T) = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right), \qquad (4.3)$$

donde F es cierta función de la relación entre la frecuencia y la temperatura.

Según la fórmula (2.10), para la función $\varphi(\lambda, T)$ se obtiene la expresión:

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2}\left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^3 F\left(\frac{2\pi c}{\lambda T}\right) = \frac{1}{\lambda^5}\,\psi(\lambda T), \qquad (4.4)$$

donde $\psi(\lambda, T)$ es cierta función del producto λT.

La relación (4.4) permite establecer la dependencia entre la longitud de onda λ_m, a que corresponde el máximo de la función $\varphi(\lambda, T)$,

[1]) O, lo que es lo mismo, de la función $u(\omega, T)$ (véase fórmula (3.4)).

y la temperatura. Diferenciemos esta relación por λ:

$$\frac{d\varphi}{d\lambda}=\frac{1}{\lambda^5}T\psi'(\lambda T)-\frac{5}{\lambda^6}\psi(\lambda T)=\frac{1}{\lambda^6}[\lambda T\psi'(\lambda T)-5\psi(\lambda T)]. \qquad (4.5)$$

La expresión entre corchetes representa cierta función $\Psi(\lambda T)$. Para una longitud de onda λ_m, que corresponde al máximo de la función $\varphi(\lambda, T)$, la expresión (4.5) debe convertirse en cero:

$$\left(\frac{d\varphi}{d\lambda}\right)_{\lambda=\lambda_m}=\frac{1}{\lambda_m^6}\Psi(\lambda_m T)=0.$$

De la práctica se conoce que λ_m es finita ($\lambda_m \neq \infty$). Por esta causa debe cumplirse la condición: $\Psi(\lambda_m T)=0$. La solución de la última ecuación con respecto a la incógnita $\lambda_m T$ da para esta incógnita cierto número que designaremos con la letra b. De tal forma, obtendremos la relación:

$$T\lambda_m = b \qquad (4.6)$$

la cual se denomina *ley del desplazamiento de Wien*. El valor experimental de la constante b es igual a:

$$b = 2{,}90\cdot 10^{-3}\ \text{m}\cdot\text{K} = 2{,}90\cdot 10^{7}\ \text{Å}\cdot\text{K}. \qquad (4.7)$$

§ 5. Ondas estacionarias en un espacio tridimensional

Al encontrar la función $f(\omega, T)$, y también al calcular la capacidad calorífica de los sólidos (véase § 48), surge la necesidad de calcular el número de ondas estacionarias que pueden excitarse en un volumen de dimensiones finitas. En este parágrafo estudiaremos esta cuestión.

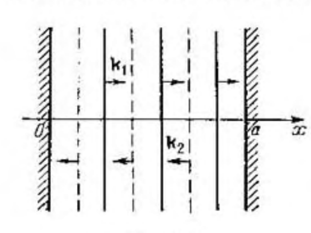


Fig. 5.1.

Sean dos ondas planas que se desplazan una al encuentro de la otra a lo largo del eje x, surgidas a consecuencia de la reflexión en las paredes situadas en los puntos $x=0$ y $x=a$ (fig. 5.1). Las ecuaciones de las ondas tienen la forma:

$$\begin{aligned}\xi_1 &= A\cos(\omega t - kx),\\ \xi_2 &= A\cos(\omega t + kx + \alpha)\end{aligned} \qquad (5.1)$$

(a causa de la elección del origen de referencia del tiempo, la fase inicial de la primera onda se hizo igual a cero). Sabemos que en este caso, en el dominio $0 \leqslant x \leqslant a$, surge una onda estacionaria y que además, en dependencia de las condiciones reales, en los límites del dominio tienen lugar nodos o vientres. Así, por ejemplo, en los extremos de una cuerda se observan nodos y en los de una varilla fijada por el centro, vientres.

De la ecuación (5.1) se ve que para que en el límite $x = 0$ surja un vientre la fase α deberá ser igual a cero (entonces, en los puntos donde $x = 0$ las oscilaciones ocurrirán con una misma fase). En este caso, al reflejarse en el límite la fase de las ondas no variará. Esto se deduce del hecho de que en la cercanía inmediata a la pared (para $x \approx 0$) las fases de las oscilaciones ξ_1 y ξ_2 coinciden. Para que en el límite $x = 0$ surja un nodo la fase debe ser igual a π (entonces en los puntos donde $x = 0$ las oscilaciones ξ_1 y ξ_2 ocurrirán en contrafase). En este caso, al reflejarse en el límite, la fase de la onda dará un salto igual a π.

Así, cuando en los límites del dominio se observa un vientre, las ecuaciones (5.1) tienen la forma:

$$\xi_1 = A \cos(\omega t - kx), \quad \xi_2 = A \cos(\omega t + kx).$$

Cuando en los límites del dominio se observan nodos, las ecuaciones (5.1) lucen de la siguiente forma:

$$\xi_1 = A \cos(\omega t - kx), \quad \xi_2 = A \cos(\omega t + kx + \pi).$$

La sumación de las oscilaciones ξ_1 y ξ_2 en el caso de vientres en el límite conlleva a la ecuación:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \cos kx \cdot \cos \omega t \tag{5.2}$$

y en el caso de los nodos en el límite, a la ecuación:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \cos\left(kx + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \tag{5.3}$$

Es fácil convencerse de que, al ser $x = 0$, la amplitud es máxima en el primer caso e igual a cero, en el segundo.

Para que en el otro límite (o sea donde $x = a$) también se observe un vientre (el caso descrito por la ecuación (5.2)) o un nodo, (por la ecuación (5.3)), es necesario que el producto ka sea un múltiplo entero de π: $ka = n\pi$. De esta manera, independientemente de lo que se observe en los límites (vientre o nodo), el módulo del vector ondulatorio debe tener valores:

$$k = \frac{\pi}{a} n \quad (n = 1, 2, \ldots). \tag{5.4}$$

Sean $k' = (\pi/a)n'$, $k'' = (\pi/a)n''$. La diferencia $n'' - n'$ da el número de ondas estacionarias ΔN_k, cuyos módulos de los vectores ondulatorios se encuentran en el intervalo $\Delta k = k'' - k'$. Teniendo en cuenta los valores k' y k'', obtendremos que:

$$\Delta N_k = \frac{a}{\pi} \Delta k. \tag{5.5}$$

Los valores N_k forman una sucesión discreta. Sustituyendo la misma por una función continua, puede escribirse:

$$dN_k = \frac{a}{\pi} dk. \tag{5.6}$$

El módulo del vector ondulatorio está vinculado con la frecuencia ω y con la velocidad v por medio de la ecuación:

$$k = \frac{\omega}{v}. \tag{5.7}$$

Respectivamente:

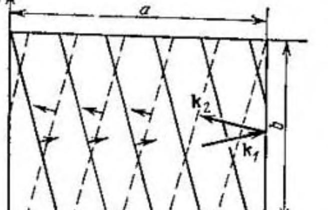
$$dk = \frac{d\omega}{v} \tag{5.8}$$

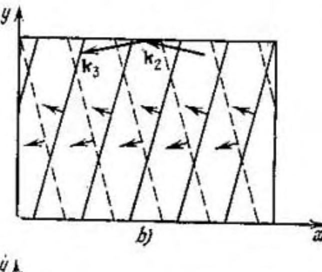
(consideramos que no hay dispersión, o sea $v = \text{const}$). Sustituyendo en (5.6) dk por $d\omega/v$, llegamos a la ecuación:

$$dN_\omega = \frac{a}{\pi v} d\omega, \tag{5.9}$$

donde dN_ω es el número de ondas estacionarias, cuyas frecuencias se encuentran en el intervalo desde ω hasta $\omega + d\omega$.

Veamos ahora el caso bidimensional. Sea una onda plana (1) excitada en los límites de un dominio rectangular de lados a y b, que se propaga en dirección del vector ondulatorio $\mathbf{k}_1$ (fig. 5.2, a). Como resultado de la reflexión en el límite derecho del dominio surge una onda móvil (2) con un vector ondulatorio $\mathbf{k}_2$. La reflexión de la onda (2) en el límite superior (fig. 5.2, b) conduce al surgimiento de la onda (3) con un vector ondulatorio $\mathbf{k}_3$. Finalmente, la reflexión de la onda (3) en el límite izquierdo (fig. 5.2, c) conlleva a la aparición de la ond a (4) con un vector ondulatorio $\mathbf{k}_4$. No surge ninguna otra onda. En realidad, la reflexión de la onda (1) en el límite superior da la onda (4), de la onda (2) en el límite izquierdo da la onda (1), de la





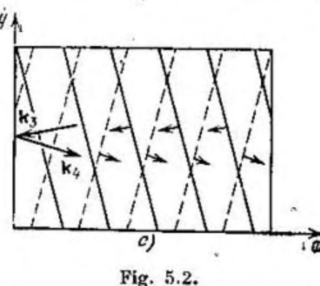


Fig. 5.2.

onda (3) en el límite inferior da la onda (2) y, finalmente, la reflexión de la onda (4) en los límites inferior y derecho del dominio de las ondas (1) y (3) respectivamente.

De este modo, el dominio bidimensional examinado estará llenado por cuatro ondas planas que se propagan en las direcciones de los vectores ondulatorios $\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_2$, $\mathbf{k}_3$, y $\mathbf{k}_4$. Si designamos las proyecciones del vector $\mathbf{k}_1$ en los ejes x e y (véase fig. 5.2) por k_x y k_y, las proyecciones de todos los cuatro vectores serán iguales a: (el número del vector se da entre paréntesis)

$$(1)\ k_x,\ k_y;\ (2)\ -k_x,\ k_y;\ (3)\ -k_x,\ -k_y;\ (4)\ k_x,\ -k_y.$$

Anteriormente habíamos señalado que los vientres en los límites se obtienen, si la fase de la onda no varía al reflejarse en las paredes. En este caso, las ecuaciones de las ondas móviles tendrán la forma:

$$\xi_1 = A\cos(\omega t - k_x x - k_y y), \quad \xi_3 = A\cos(\omega t + k_x x + k_y y),$$
$$\xi_2 = A\cos(\omega t + k_x x - k_y y), \quad \xi_4 = A\cos(\omega t - k_x x + k_y y).$$

Al sumar por parejas estas ecuaciones, obtendremos:

$$\xi_1 + \xi_2 = 2A\cos k_x x \cos(\omega t - k_y y),$$
$$\xi_3 + \xi_4 = 2A\cos k_x x \cos(\omega t + k_y y).$$

La suma de las expresiones encontradas da una ecuación que describe la onda estacionaria bidimensional obtenida en el caso, cuando la reflexión en los límites ocurre sin saltos de fase de la onda móvil:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 = 4A\cos k_x x \cos k_y y \cos \omega t. \qquad (5.10)$$

De la ecuación (5.10) se deriva que en el punto (0, 0) la amplitud es máxima. Para que esta última sea máxima también en los puntos $(0, b)$, $(a, 0)$ y (a, b) (o sea en los tres vértices restantes del rectángulo) es necesario que se cumplan las condiciones:

$$k_x a = n_1\pi, \quad k_y b = n_2\pi \ (n_1,\ n_2 = 1,\ 2,\ \ldots). \qquad (5.11)$$

Señalemos que debido a la presencia en la fórmula (5.10) del factor $\cos k_y y$ la amplitud no alcanza su valor máximo en toda la longitud de los lados $x = 0$ y $x = a$, sino sólo en sus extremos (donde $y = 0$ e $y = b$) y también en $n_2 - 1$ puntos intermedios (en esos puntos $k_y y$ adquiere los valores π, 2π, . . ., $(n_2 - 1)\pi$). En los espacios entre estos puntos la amplitud varía por la ley del coseno. De la misma forma, la amplitud no alcanza el máximo en toda la longitud de los lados $y = 0$ e $y = b$, sino sólo en los extremos de esos lados y también en $n_1 - 1$ puntos intermedios.

Los nodos en los límites se obtienen si al reflejarse en las paredes la fase de las ondas sufre una variación en π. Cada una de las ondas (2), (3), (4) puede ser considerada como el resultado de la

reflexión en la pared de la onda anterior (véase fig. 5.2). Conforme a esto, las ecuaciones de las ondas pueden ser escritas de la forma:

$$\xi_1 = A\cos(\omega t - k_x x - k_y y), \qquad \xi_3 = A\cos(\omega t + k_x x + k_y y + 2\pi),$$
$$(5.12)$$
$$\xi_2 = A\cos(\omega t + k_x x - k_y y + \pi), \quad \xi_4 = A\cos(\omega t - k_x x + k_y y + 3\pi).$$

La fase de una oscilación permite que se le sume o se le reste el número entero 2π. En virtud de esto, modifiquemos las ecuaciones (5.12) de la siguiente forma:

$$\xi_1 = A\cos(\omega t - k_x x - k_y y), \qquad \xi_3 = A\cos(\omega t + k_x x + k_y y),$$
$$\xi_2 = A\cos(\omega t + k_x x - k_y y + \pi), \quad \xi_4 = A\cos(\omega t - k_x x + k_y y + \pi).$$

Sumando por parejas estas ecuaciones, obtendremos:

$$\xi_1 + \xi_2 = 2A\cos\left(k_x x + \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\omega t - k_y y + \frac{\pi}{2}\right), \qquad (5.13)$$

$$\xi_3 + \xi_4 = 2A\cos\left(k_x x - \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\omega t + k_y y + \frac{\pi}{2}\right). \qquad (5.14)$$

Cambiemos el signo de ambos cosenos por el inverso en la expresión (5.14), para esto agreguemos al argumento del primer coseno y sustraigamos del argumento del segundo el valor π (con esto la expresión se mantiene invariable por su magnitud). Como resultado la suma $\xi_3 + \xi_4$ adquiere la forma:

$$\xi_3 + \xi_4 = 2A\cos\left(k_x x + \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\omega t + k_y y - \frac{\pi}{2}\right).$$

Adicionando esta suma con la expresión (5.13), obtendremos la ecuación de la onda estacionaria que se observa en el caso, cuando, al reflejarse en el límite, la fase de la onda móvil sufre una variación en π:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 = 4A\cos\left(k_x x + \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(k_y y - \frac{\pi}{2}\right)\cos\omega t. \quad (5.15)$$

Señalemos que al adicionar (o sustraer) π a los argumentos de dos de los tres factores la ecuación de la onda estacionaria puede tomar la siguiente forma:

$$\xi = 4A\cos\left(k_x x - \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(k_y y + \frac{\pi}{2}\right)\cos\omega t$$

o

$$\xi = 4A\cos\left(k_x x + \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(k_y y + \frac{\pi}{2}\right)\cos(\omega t + \pi).$$

De la ecuación (5.15) se deriva que en todos los puntos del límite $x = 0$ y del límite $y = 0$ la amplitud es igual a cero. Para que la

misma sea igual a cero también en los puntos de los límites $x = a$ e $y = b$, es necesario que se cumpla la condición (5.11).

De esta manera, independientemente de lo que se obtiene en los límites del dominio (vientres en los vértices de los ángulos y en algu-

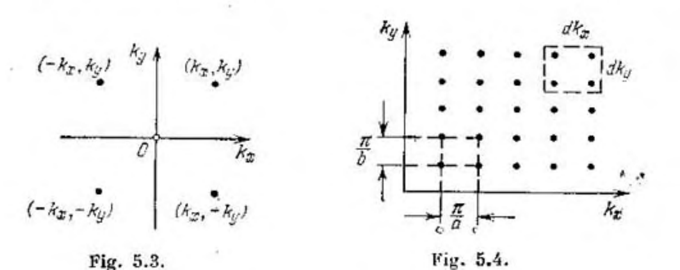


Fig. 5.3. Fig. 5.4.

nos puntos intermedios o nodos por todo el límite), las proyecciones del vector ondulatorio deben tener los valores:

$$k_x = \frac{\pi}{a} n_1, \quad k_y = \frac{\pi}{b} n_2 \quad (n_1, \ n_2 = 1, \ 2, \ \dots) \tag{5.16}$$

(compárese con (5.4)).

Hacemos notar que el módulo del vector ondulatorio de todas las cuatro ondas móviles, cuya superposición conlleva al surgimiento de la onda estacionaria, es el mismo e igual a:

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}. \tag{5.17}$$

Denominaremos la magnitud (5.17) módulo del vector ondulatorio de la onda estacionaria.

Tomemos un sistema de coordenadas con los ejes k_x y k_y en un k-ésimo plano (fig. 5.3). A los vectores ondulatorios que responden a las cuatro ondas móviles integrantes de la onda estacionaria dada les corresponden en el k-ésimo plano cuatro puntos simétricos señalados en el gráfico. Todos estos puntos responden a una misma onda estacionaria. Por esto, al calcular por puntos el número de ondas estacionarias es necesario tener en cuenta solamente los puntos que se encuentran en uno de los cuadrantes del k-ésimo plano. Como es natural examinemos los puntos situados en el primer cuadrante.

De acuerdo con la fórmula (5.16), los puntos correspondientes a todas las ondas estacionarias posibles se sitúan en los vértices de los rectángulos con lados $\frac{\pi}{a}$ y $\frac{\pi}{b}$ (fig. 5.4). Es fácil darse cuenta de que a cada onda estacionaria le corresponde en el k-ésimo plano un área igual a $\pi^2/ab = \pi^2/S$ (S es el área del dominio bidimensional en cu-

yos límites se establece la onda estacionaria). Por consiguiente, la densidad de los puntos en el k-ésimo plano será igual a S/π^2.

Hallemos el número de ondas estacionarias dN_{k_x, k_y} cuyas proyecciones de los vectores ondulatorios están contenidas en los límites desde k_x hasta $k_x + dk_x$ y desde k_y hasta $k_y + dk_y$. Este número es igual a la densidad de los puntos multiplicada por el área $dk_x dk_y$:

$$dN_{k_x, k_y} = \frac{S}{\pi^2} dk_x\, dk_y. \tag{5.18}$$

Determinemos ahora el número de ondas estacionarias dN_k, cuyo módulo del vector ondulatorio se encuentra en los límites des-

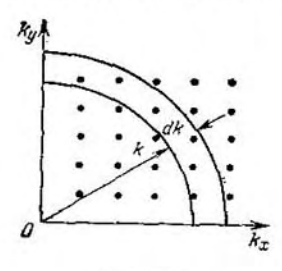


Fig. 5.5.

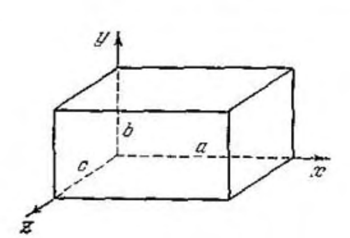


Fig. 5.6.

de k hasta $k + dk$. Este número es igual a la cantidad de puntos en el dominio delimitado entre los cuartos de circunferencia de radios k y $k + dk$ (fig. 5.5).

El área de este dominio es igual a $^1/_2 \pi k\, dk$. Al multiplicar la densidad de los puntos por el área del dominio obtendremos:

$$dN_k = \frac{S}{\pi^2} \frac{1}{2} \pi k\, dk = \frac{S}{2\pi} k\, dk. \tag{5.19}$$

Teniendo en cuenta las fórmulas (5.7) y (5.8) puede escribirse:

$$dN_\omega = \frac{S}{2\pi v^2} \omega\, d\omega, \tag{5.20}$$

donde dN_ω es el número de ondas estacionarias, cuyas frecuencias se encuentran en los límites desde ω hasta $\omega + d\omega$ (compárese con (5.9)).

Es fácil generalizar los resultados obtenidos para el caso tridimensional. La onda estacionaria, que surge en los límites de un dominio rectangular con sus lados a, b, y c paralelos a los ejes de coordenadas (fig. 5.6), se forma de la superposición de 8 ondas móvi-

les, las proyecciones de cuyos vectores ondulatorios son iguales a:

1)	k_x,	k_y,	k_z;	5)	k_x,	$-k_y$,	$-k_z$;
2)	$-k_x$,	k_y,	k_z;	6)	$-k_x$,	$-k_y$,	$-k_z$;
3)	$-k_x$,	$-k_y$,	k_z;	7)	$-k_x$,	k_y,	$-k_z$;
4)	k_x,	$-k_y$,	k_z;	8)	k_x,	k_y,	$-k_z$.

Recomendamos escribir las ecuaciones de estas ondas y realizando los cálculos convencerse de que la ecuación de la onda estacionaria tiene la forma:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_8 = 8A \cos k_x x \cos k_y y \cos k_z z \cos \omega t \quad (5.21)$$

en el caso, cuando la reflexión de la onda en las paredes de la cavidad ocurre sin variación de fase,

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_8 = 8A \cos\left(k_x x + \frac{\pi}{2}\right) \times$$
$$\times \cos\left(k_y y - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(k_z z + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (5.22)$$

cuando al reflejarse la fase de la onda sufre una variación en π [1] (compárese con (5.10) y (5.15)).

Señalemos que la expresión (5.22) admite el cambio del signo de $\frac{\pi}{2}$ por el inverso simultáneamente en dos factores cualesquiera, sin que por esto cambie el valor de ξ.

De las ecuaciones (5.21) y (5.22) se infiere que para que la amplitud de la onda estacionaria adquiera un mismo valor en los ocho vértices del dominio, en el cual se excita la misma, es necesario que se cumpla la condición:

$$k_x = \frac{\pi}{a} n_1, \ k_y = \frac{\pi}{b} n_2, \ k_z = \frac{\pi}{c} n_3 \quad (n_1, n_2, n_3 = 1, 2, \ldots) \quad (5.23)$$

(compárese con (5.16)).

De acuerdo con la ecuación (5.22), la amplitud es igual a cero en todos los puntos del límite del dominio. En el caso que se describe por la ecuación (5.21), la amplitud máxima se obtiene en los vértices del dominio y también en algunos puntos en los planos que delimitan el dominio.

En un k-ésimo espacio, con los ejes k_x, k_y y k_z, a cada onda estacionaria le corresponde un punto en el primer octante (fig. 5.7), y a cada punto le corresponde un volumen $\pi^3/abc = \pi^3/V$ (V es el volumen del dominio). Por consiguiente, la densidad de los puntos es igual a V/π^3.

---

[1] En este caso, la fase inicial de las ondas con números impares puede tomarse igual a cero, y la fase de las ondas con números pares, igual a π.

El número de ondas estacionarias, las proyecciones de cuyos vectores ondulatorios están delimitadas por los límites desde k_x hasta $k_x + dk_x$; desde k_y hasta $k_y + dk_y$ y desde k_z hasta $k_z + dk_z$, se define por la expresión:

$$dN_{k_x,\,k_y,\,k_z} = \frac{V}{\pi^3} dk_x\, dk_y\, dk_z \quad (5.24)$$

(compárese con (5.18)).

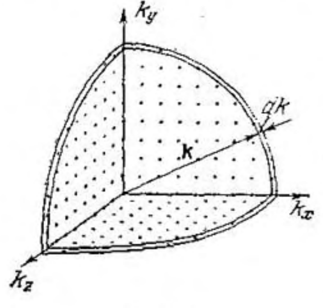


Fig. 5.7.

El número de ondas estacionarias, cuyo módulo del vector ondulatorio se encuentra en los límites desde k hasta $k + dk$, es igual a la cantidad de puntos que caen en los límites de 1/8 de la capa circular de radio k y de espesor dk (véase fig. 5.7). Por consiguiente:

$$dN_k = \frac{V}{\pi^3} \cdot \frac{1}{8} 4\pi k^2\, dk = V\, \frac{k^2\, dk}{2\pi^2} \quad (5.25)$$

(compárese con (5.19)).

Teniendo en cuenta las fórmulas (5.7) y (5.8), obtendremos el número de ondas estacionarias, cuyas frecuencias se hallan en el intervalo desde ω hasta $\omega + d\omega$:

$$dN_\omega = V\, \frac{\omega^2\, d\omega}{2\pi^2 v^3}. \quad (5.26)$$

La expresión (5.26) es proporcional al volumen V de la cavidad. Por esta razón, se puede hablar del número de ondas estacionarias dn_ω que corresponde a la unidad de volumen de la cavidad. Este número es igual a:

$$dn_\omega = \frac{\omega^2\, d\omega}{2\pi^2 v^3} \quad (5.27)$$

En adelante, precisaremos algo más esta expresión con el fin de tomar en consideración las posibles formas de polarización de las ondas.

§ 6. Fórmula de Rayleigh—Jeans

Rayleigh y Jeans trataron de determinar la densidad de equilibrio de la radiación $u(\omega, T)$, partiendo del teorema de la estadística clásica sobre la distribución equitativa de la energía por grados de libertad. Ellos supusieron que a cada oscilación electromagnética le corresponde, en promedio una energía igual a dos mitades de kT, una mitad corresponde a la energía eléctrica y la otra, a la magnética

de la onda (recordamos que según las concepciones clásicas, a cada grado de libertad oscilatorio le corresponde, en promedio, una energía igual a dos mitades de kT).

La radiación de equilibrio en la cavidad no es más que un sistema de ondas estacionarias. Sin tener en cuenta las posibles formas de polarización, la cantidad de ondas estacionarias referentes a la unidad de volumen de la cavidad se define por la fórmula (5.27), en la cual es necesario hacer igual a c la velocidad v. A lo largo de una dirección dada pueden propagarse dos ondas electromagnéticas de igual frecuencia que se diferencien por el sentido de la polarización (polarizadas en sentidos perpendiculares entre sí). Para tomar en consideración esta circunstancia, es necesario multiplicar por 2 la expresión (5.27). Como resultado obtendremos:

$$dn_\omega = \frac{\omega^2 \, d\omega}{\pi^2 c^3}. \qquad (6.1)$$

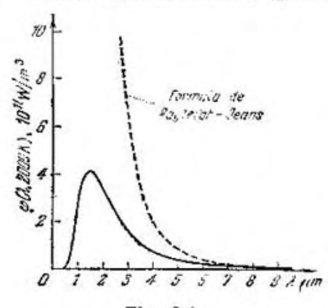


Fig. 6.1.

Como habíamos señalado, Rayleigh y Jeans, partiendo de la ley de distribución equitativa de la energía por grados de libertad, le atribuyeron a cada oscilación una energía $\langle \varepsilon \rangle$ igual a kT. Multiplicando la expresión (6.1) por $\langle \varepsilon \rangle$, obtendremos la densidad de la energía correspondiente al intervalo de frecuencias $d\omega$:

$$u(\omega, T)\, d\omega = \langle \varepsilon \rangle \, dn_\omega = kT \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}\, d\omega.$$

De aquí

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT. \qquad (6.2)$$

Al pasar de $u(\omega, T)$ a $f(\omega T)$, según la fórmula (3.4), obtendremos la expresión para el poder emisivo del cuerpo negro:

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT. \qquad (6.3)$$

Señalemos que la función (6.3) cumple la condición (4.3) obtenida por Wien.

Las expresiones (6.2) y (6.3) se denominan *fórmula de Reyleigh — Jeans*. Esta última concuerda satisfactoriamente con los datos experimentales sólo para longitudes de onda muy largas y diverge considerablemente del experimento para longitudes de onda cortas (véase

fig. 6.1 donde la curva experimental ha sido representada por un trazo continuo, y la curva construida según la fórmula de Rayleigh — Jeans, por una línea de puntos).

Al integrar la expresión (6.2) por ω en los límites desde 0 hasta ∞, obtendremos para la densidad de equilibrio de la energía $u(T)$ un valor infinitamente grande. Este resultado, que fue denominado *catástrofe ultravioleta*, también se encuentra en contradicción con el experimento. El equilibrio entre la radiación y el cuerpo emisor se establece para valores finitos de $u(T)$.

§ 7. Fórmula de Planck

Desde el punto de vista clásico, la deducción de la fórmula de Rayleigh — Jeans es irreprochable. Por esta razón, la divergencia de esta fórmula del experimento indica la existencia de ciertas regularidades incompatibles con las concepciones de la física clásica.

En el año 1900, Planck pudo encontrar una forma para la función $u(\omega, T)$ que concordaba exactamente con los datos experimentales. Para esto, él se vio obligado a hacer una suposición completamente ajena a las concepciones clásicas, o sea, suponer que la radiación electromagnética se emite en forma de porciones aisladas de energía (cuantos), cuya magnitud es proporcional a la frecuencia de la radiación:

$$\varepsilon = \hbar\omega. \tag{7.1}$$

El factor de proporcionalidad $\hbar$ se denominó posteriormente constante de Planck[1]). Su valor experimental [2]) es igual a:

$$\hbar = 1{,}054 \cdot 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s} = 1{,}054 \cdot 10^{-27}\ \text{erg}\cdot\text{s} = 0{,}659 \cdot 10^{-15}\ \text{eV}\cdot\text{s}. \tag{7.2}$$

En mecánica existe la magnitud de dimensión «energía × tiempo», llamada *acción*. Por eso, la constante de Planck se conoce también con el nombre de *cuanto de acción*. Señalemos que la dimensión de $\hbar$ coincide con la del momento de impulso.

Si la radiación se emite en porciones $\hbar\omega$, su energía ε_n deberá ser múltiplo de esta magnitud

$$\varepsilon_n = n\hbar\omega \quad (n = 0, 1, 2, \ldots). \tag{7.3}$$

En estado de equilibrio, la distribución de las oscilaciones por valores de energía deberá cumplir con la ley de Boltzmann. Según la

---

[1]) Llámase constante de Planck h el factor de proporcionalidad entre ε y la frecuencia, $\varepsilon = h\nu$. La constante $\hbar$ (h con una tilde) es la constante de Planck h dividida por 2π. El valor numérico de la constante de Planck es igual a: $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s $= 6{,}62 \cdot 10^{-27}$ erg·s.

[2]) La constante de Planck forma parte de muchas relaciones físicas, por lo que puede ser determinada de diferentes maneras. El valor más exacto se obtiene de la medición del límite de onda corta del espectro de frenado de Roentgen (véase § 8).

fórmula (100.9) del primer tomo, la probabilidad P_n de que la energía de oscilación de frecuencia ω tenga un valor ε_n se determina por la expresión:

$$P_n = \frac{N_n}{N} = \frac{e^{-\varepsilon_n/kT}}{\sum_n e^{-\varepsilon_n/kT}} \qquad (7.4)$$

(hemos sustituido N_i por N_n y E_i por ε_n).

Conociendo la probabilidad de los diferentes valores de la energía de oscilación, puede hallarse el valor medio de esta energía $\langle\varepsilon\rangle$. De acuerdo con la fórmula (93.5) del primer tomo:

$$\langle\varepsilon\rangle = \sum_n P_n \varepsilon_n.$$

Sustituyendo ε_n y P_n por las expresiones (7.3) y (7.4), obtendremos para el valor medio de la energía de la radiación de frecuencia ω la siguiente fórmula:

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\hbar\omega e^{-n\hbar\omega/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\hbar\omega/kT}}. \qquad (7.5)$$

Para realizar los cálculos, designemos $\hbar\omega/kT = x$ y supongamos que x pueda variar tomando una serie continua de valores. Entonces la expresión (7.5) puede ser escrita en forma:

$$\langle\varepsilon\rangle = \hbar\omega \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n e^{-nx}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}} = -\hbar\omega \frac{d}{dx} \ln \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}. \qquad (7.6)$$

Dentro del símbolo del logaritmo en la fórmula (7.6) se encuentra la suma de los términos de una progresión geométrica infinita, cuyo primer término es la unidad y el denominador, e^{-x}. Como este último es menor que la unidad, la progresión será decreciente, y según la conocida fórmula de álgebra:

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = \frac{1}{1-e^{-x}}.$$

Introduciendo el valor de la suma en (7.6) y diferenciando, obtendremos:

$$\langle\varepsilon\rangle = -\hbar\omega \frac{d}{dx} \ln \frac{1}{1-e^{-x}} = \hbar\omega \frac{e^{-x}}{1-e^{-x}} = \frac{\hbar\omega}{e^{x}-1}.$$

Finalmente, sustituyendo x por su valor $\hbar\omega/kT$, obtendremos la expresión definitiva para la energía media de frecuencia ω:

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT}-1}. \qquad (7.7)$$

Hacemos notar que cuando $\hbar$ tiende a cero la fórmula (7.7) se convierte en la expresión clásica $\langle\varepsilon\rangle = kT$. Podemos convencernos de esto haciento $e^{\hbar\omega/kT} \approx 1 + \hbar\omega/kT$, lo que se cumple más exactamente mientras menor sea $\hbar$. De esta manera, si la energía pudiera tomar una serie continua de valores, su valor medio sería igual a kT.

Multiplicando la expresión (6.1) por (7.7), obtendremos la densidad de la energía correspondiente al intervalo de frecuencias $d\omega$:

$$u(\omega, T)\,d\omega = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT}-1}\,\frac{\omega^2\,d\omega}{\pi^2 c^3}.$$

De aquí

$$u(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}\,\frac{1}{e^{\hbar\omega/kT}-1}. \qquad (7.8)$$

Utilizando la relación (3.4), llegamos a la fórmula:

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2}\,\frac{1}{e^{\hbar\omega/kT}-1}. \qquad (7.9)$$

Las expresiones (7.8) y (7.9) se denominan *fórmula de Planck*. Esta última concuerda perfectamente con los datos experimentales en todo el intervalo de frecuencias desde 0 hasta ∞. La función (7.9) cumple con el criterio de Wien (4.3). A condición de que $\hbar\omega/kT \ll 1$ (frecuencias pequeñas o longitudes de ondas largas), el exponente $e^{\hbar\omega/kT}$ se puede hacer aproximadamente igual a $1 + \hbar\omega/kT$, como resultado de lo cual la fórmula de Planck ((7.8) o (7.9)) se convierte en la de Rayleigh — Jeans ((6.2) o (6.3)). Esto se deriva también de que la condición indicada iguala aproximadamente la expresión (7.7) a kT.

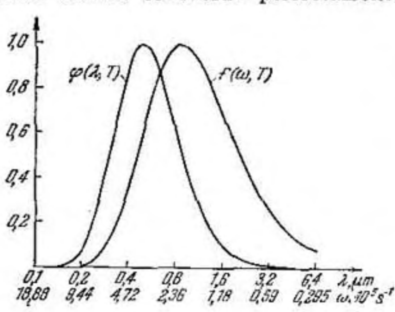


Fig. 7.1.

Realizando la transformación de la expresión (7.9) por la fórmula (2.10) obtendremos:

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{4\pi^2\hbar c^2}{\lambda^5}\,\frac{1}{e^{2\pi\hbar c/kT\lambda}-1}. \qquad (7.10)$$

En la fig. 7.1 se comparan los gráficos de las funciones (7.9) y (7.10), construidos para una misma temperatura (5000 K). Las escalas en el eje de las abscisas son logarítmicas y fueron elejidas de tal forma, que los valores λ y ω enlazados por la relación $\lambda = 2\pi c/\omega$ se simultaneen. Del gráfico queda claro que la frecuencia ω_m correspondiente al máximo de $f(\omega, T)$ no coincide con $2\pi c/\lambda_m$, donde λ_m es la longitud de onda que corresponde al máximo de $\varphi(\lambda, T)$.

Para la luminosidad energética del cuerpo negro se obtiene la expresión:

$$R^* = \int_0^\infty f(\omega, T)\, d\omega = \int_0^\infty \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2} \frac{d\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}.$$

Introduzcamos en lugar de ω la variable adimensional $x = \hbar\omega/kT$. La sustitución de $\omega = (kT/\hbar)x$, $d\omega = (kT/\hbar)dx$ transforma la fórmula para R^* en:

$$R^* = \frac{\hbar}{4\pi^2c^2} \left(\frac{kT}{\hbar}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3\, dx}{e^x - 1}.$$

La integral definida en la última expresión puede ser calculada. Es igual a $\pi^4/15 \approx 6{,}5$. Al poner su valor, llegamos a la ley de Stefan — Boltzmann:

$$R^* = \frac{\pi^2 k^4}{60c^2\hbar^3} T^4 = \sigma T^4. \qquad (7.11)$$

Al sustituir en esta fórmula k, c y $\hbar$ por sus valores numéricos, obtenemos para la constante de Stefan — Boltzmann el valor de $5{,}6696 \times \times 10^{-8}$ W/(m²·K⁴), lo que coincide muy bien con el valor experimental (4.2).

Para concluir, hallemos el valor de la constante en la ley del desplazamiento de Wien (4.6). Para esto diferenciemos la función (7.10) por λ e igualemos a cero la expresión resultante:

$$\frac{d\varphi(\lambda, T)}{d\lambda} = \frac{4\pi^2\hbar c^2 \left[(2\pi\hbar c/kT\lambda)\, e^{2\pi\hbar c/kT\lambda} - 5\left(e^{2\pi\hbar c/kT\lambda} - 1\right)\right]}{\lambda^6 \left(e^{2\pi\hbar c/kT\lambda} - 1\right)^2} = 0.$$

Los valores $\lambda = 0$ y $\lambda = \infty$, que satisfacen esta ecuación, corresponden a los mínimos de la función $\varphi(\lambda, T)$. El valor λ_m, para el cual la función alcanza su máximo, hace la expresión entre corchetes en el numerador igual a cero. Designando $2\pi\hbar c/kT\lambda_m = x$, obtenemos la ecuación:

$$xe^x - 5(e^x - 1) = 0.$$

La solución [1]) de esta ecuación trascendente da $x = 4{,}965$. Por consiguiente $2\pi\hbar c/kT\lambda_m = 4{,}965$, de donde

$$T\lambda_m = \frac{2\pi\hbar c}{4{,}965k} = b. \tag{7.12}$$

La sustitución de $\hbar$, c y k por sus valores numéricos da un valor de b que coincide con los valores experimentales (4.7).

De esta manera, la fórmula de Planck da una descripción completa de la radiación de equilibrio de calor.

---

[1]) La solución puede ser hallada por el método de las aproximaciones sucesivas. Teniendo en cuenta que $e^5 \gg 1$, en la primera aproximación puede escribirse la ecuación en forma $xe^x - 5e^x \approx 0$, de donde $x \approx 5$. La segunda aproximación la obtenemos de la ecuación $xe^5 - 5(e^5 - 1) = 0$, etc.

CAPÍTULO II

FOTONES

§ 8. Radiación de frenado de Roentgen

En el capítulo anterior vimos que para explicar las propiedades de la radiación de calor fue necesario introducir la noción sobre la emisión de radiación electromagnética en porciones $\hbar\omega$. La naturaleza cuántica de la radiación se confirma también con la existencia del *límite de onda corta* del espectro de frenado de Roentgen.

Los rayos X surgen al bombardear blancos sólidos con electrones rápidos. El tubo de rayos X (fig. 8.1) es un balón al vacío con varios electrodos. El cátodo C calentado por corriente sirve de fuente de electrones libres, emanados a consecuencia de la emisión termoeléctrica (§ 61). El electrodo cilíndrico *Cil* está destinado a enfocar el haz de electrones. El ánodo A sirve de blanco, y se llama también anticátodo. El mismo se confecciona de metales pesados (W, Cu, Pt, etc.). La aceleración de los electrones se logra mediante una alta tensión creada entre el ánodo y el cátodo. Casi toda la energía de los electrones se desprende en el anticátodo en forma de calor (solamente el 1—3% de la energía se convierte en radiación). Por esta razón, en los tubos potentes, es necesario enfriar intensamente el anticátodo. Para esto, en el seno del anticátodo se practican canales por los cuales circula un líquido refrigerante (agua o aceite).

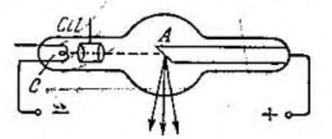


Fig. 8.1.

Al aplicar una tensión U entre el cátodo y el ánodo, los electrones se impulsan hasta obtener una energía eU. Al caer en el anticátodo, los mismos sufren un violento frenado y se convierten en fuentes de ondas electromagnéticas. La potencia de la radiación P es proporcional al cuadrado de la carga del electrón y al cuadrado de su aceleración:

$$P \sim e^2w^2$$

(véase fórmula (109.6) del segundo tomo).

Supongamos que la aceleración de un electrón w permanece constante durante todo el tiempo de frenado τ. En ese caso, la potencia de la radiación también será constante, y durante el tiempo de frenado el electrón emitirá una energía:

$$E = P\tau \sim e^2w^2\tau = e^2v_0^2/\tau,$$

donde v_0 es la velocidad inicial del electrón.

El resultado obtenido muestra que una radiación perceptible podrá observarse sólo en el caso del frenado brusco de los electrones rápidos. La tensión en los tubos de rayos X es de hasta 50 kV. Al pasar esa diferencia de potencial, el electrón adquiere una velocidad igual a 0,4 c. En el betatrón (véase § 76 del segundo tomo) los electrones pueden ser acelerados hasta los 50 MeV de energía. La velocidad de los mismos a esa energía es de 0,99995 c. Al dirigir el haz de electrones acelerados en el betatrón contra un blanco sólido, se obtienen rayos X de una longitud de onda bastante corta. Mientras más corta sea la longitud de onda, menos se absorben los rayos en el material. Por esta razón, los rayos X obtenidos en el betatrón poseen un poder de penetración particularmente grande.

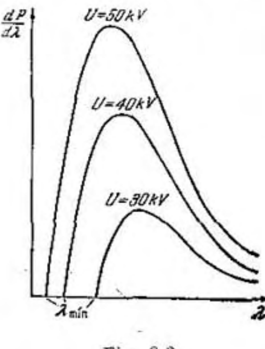


Fig. 8.2.

A una velocidad de los electrones lo suficientemente alta, además de la *radiación de frenado* (o sea de la radiación provocada por el frenado de los electrones), se producen también *rayos característicos* (por la excitación de las envolturas electrónicas internas de los átomos del anticátodo). Esta radiación se estudia en el § 38. Por ahora nos interesará solamente la radiación de frenado.

Según la electrodinámica clásica, durante el frenado del electrón deben surgir ondas de todas las longitudes, desde cero hasta infinito. La longitud de onda, a que corresponde el máximo de potencia de la radiación, deberá disminuir a medida que aumenta la velocidad de los electrones, o sea, la tensión U en el tubo. En la fig. 8.2 se dan las curvas experimentales de distribución de la potencia de la radiación de frenado de Roentgen según las longitudes de onda, obtenidas para diferentes valores de U. Como puede apreciarse en la figura las conclusiones teóricas se confirman, en lo fundamental, en la práctica. Sin embargo, existe una desviación de principio de los requisitos de la electrodinámica clásica. La misma consiste en que las curvas de distribución de la potencia no parten del origen de coordenadas, sino que se interrumpen para valores finitos de la longitud de onda $\lambda_{mín}$. Está establecido experimentalmente que el límite de onda corta del espectro de frenado de Roentgen $\lambda_{mín}$ está en relación con la tensión de aceleración U mediante la expresión:

$$\lambda_{mín} = \frac{12\,390}{U}, \qquad (8.1)$$

donde $\lambda_{mín}$ está expresada en angströms, y U, en voltios.

La existencia del límite de onda corta se deriva directamente de la naturaleza cuántica de la radiación. En realidad, si la radiación surge a cuenta de la energía que pierde el electrón durante el frenado, entonces la magnitud del cuanto $\hbar\omega$ no puede ser mayor que la energía del electrón eU

$$\hbar\omega \leqslant eU.$$

De aquí se obtiene que la frecuencia de la radiación no puede ser mayor que el valor $\omega_{máx} = eU/\hbar$ y por ende, la longitud de onda no puede ser menor que el valor

$$\lambda_{mín} = \frac{2\pi c}{\omega_{máx}} = \frac{(2\pi\hbar c/e)}{U}. \qquad (8.2)$$

De esta forma hemos llegado a la relación empírica (8.1). El valor de $\hbar$ hallado de la comparación de las fórmulas (8.1) y (8.2) concuerda bien con los valores obtenidos por otros métodos. De todos los métodos de determinación de $\hbar$ se considera más exacto aquel que se basa en la medición del límite de onda corta del espectro de frenado de Roentgen.

§ 9. Efecto fotoeléctrico

Se denomina efecto fotoeléctrico o *fotoefecto* la emisión de electrones por una sustancia bajo la acción de la luz. Este fenómeno fue descubierto por Hertz en el año 1887. El observó que el paso de una chispa entre las esferas de un chispero de electrodos esféricos se facilita considerablemente al iluminar una de ellas con rayos ultravioletas.

En los años 1888—1889 A. G. Stolétov sometió el efecto fotoeléctrico a una investigación sistemática con ayuda de una instalación, cuyo esquema se muestra en la fig. 9.1. Un condensador formado por una rejilla de alambre y una placa continua fue conectado en serie con el galvanómetro G en un circuito de baterías. La luz al pasar a través de la rejilla, incidía sobre la placa. Como resultado, en el circuito aparecía corriente, la cual era registrada en el galvanómetro. A base de estos experimentos, Stolétov llegó a las siguientes conclusiones: 1) El mayor efecto es causado por los rayos ultravioletas; 2) La intensidad de la corriente crece con el aumento de la iluminación de la placa; 3) Las cargas, emitidas bajo la acción de la luz, son negativas.

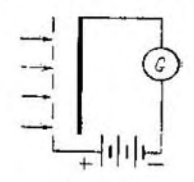


Fig. 9.1.

10 años después (en 1898), Lenard y Thomson, al medir la carga específica de las partículas emitidas bajo el efecto de la luz, establecieron que las mismas eran electrones.

Lenard y otros investigadores perfeccionaron el aparato de Stolétov, colocando los electrodos en un balón al vacío (fig. 9.2). La luz, al pasar a través de una ventanilla de cuarzo [1]), ilumina el cátodo C confeccionado con el material a investigar. Los electrones emitidos a consecuencia del fotoefecto se mueven bajo la acción del campo eléctrico hacia el ánodo A. Como resultado, en el circuito del

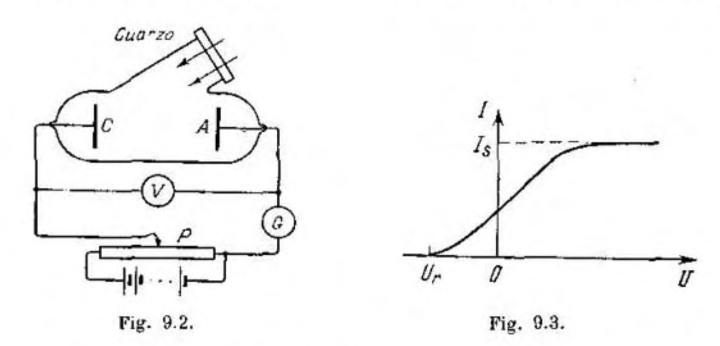


Fig. 9.2. Fig. 9.3.

aparato aparece corriente fotoeléctrica que se mide por el galvanómetro G. La tensión entre el ánodo y el cátodo puede variarse con ayuda del potenciómetro P.

La característica corriente-tensión obtenida en este aparato (o sea, la dependencia de la corriente fotoeléctrica I de la tensión entre los electrodos U) se muestra en la fig. 9.3. Por supuesto, dicha característica se obtiene para un flujo de luz Φ invariable. En el gráfico puede observarse que a cierta tensión no muy alta la corriente fotoeléctrica llega a la saturación, o sea, todos los electrones emitidos por el cátodo caen sobre el ánodo. Por consiguiente, la intensidad de la corriente de saturación I_s se define por la cantidad de electrones emitidos por el cátodo en la unidad de tiempo bajo la acción de la luz.

La caída suave de la curva indica que los electrones se arrancan del cátodo a diferentes velocidades. Parte de los electrones que responden a la intensidad de la corriente $U = 0$ poseen velocidades suficientes para llegar al cátodo «por sí mismos», o sea, sin la acción acelerante del campo. Para que la intensidad de la corriente alcance el valor cero hay que aplicar una *tensión de retardo* U_r. A esta tensión, ninguno de los electrones, incluso aquellos que al salir del cátodo tienen la mayor velocidad v_m, puede vencer el campo retardante

[1]) A diferencia del cristal corriente, el cuarzo permite el paso de los rayos ultravioletas.

y alcanzar el ánodo. Por esta razón puede escribirse que:

$$\frac{1}{2} mv_m^2 = eU_r \tag{9.1}$$

donde m es la masa del electrón. De esta manera, al medir la tensión de retardo U_r, se puede determinar el valor máximo de la velocidad de los fotoelectrones.

Hacia el año 1905 fue dilucidado que la velocidad máxima de los fotoelectrones no depende de la intensidad de la luz, sino sólo de su frecuencia, o sea el aumento de la frecuencia conlleva al incremento de la velocidad. Estas dependencias, que fueron establecidas experimentalmente, contradicen las concepciones clásicas. Por ejemplo, la velocidad de los fotoelectrones, según las ideas clásicas, debe aumentar con la amplitud y, por consiguiente, con la intensidad de la onda electromagnética.

En el año 1905, A. Einstein mostró que todas las leyes del efecto fotoeléctrico se explican fácilmente, si se supone que la luz se absorbe por las mismas porciones $\hbar\omega$ (cuantos) por las cuales, según Planck, la misma se emite. Según la idea de Einstein, la energía que obtiene el electrón, le llega en forma de cuanto $\hbar\omega$ que es asimilado completamente por el mismo. Parte de esta energía, igual al trabajo de salida A [1]) se gasta para que el electrón pueda abandonar el cuerpo. Si el electrón se libera por la luz no en la superficie misma, sino a cierta profundidad, parte de la energía, igual a E', puede perderse a consecuencia de los choques casuales en la sustancia. El resto de la energía se convierte en energía cinética E_c del electrón que abandona la sustancia. La energía E_c puede ser máxima, si $E' = 0$. En este caso debe cumplirse la relación:

$$\hbar\omega = \frac{1}{2} mv_m^2 + A, \tag{9.2}$$

que se denomina *ecuación de Einstein.*

El efecto fotoeléctrico y el trabajo de salida dependen en gran medida del estado de la superficie del metal (en particular, de los óxidos y sustancias adsorbidas en ella). Por esta razón, durante mucho tiempo no fue posible comprobar la fórmula de Einstein con suficiente exactitud. En el año 1916, Millikan creó un aparato, en el cual las superficies investigadas eran sometidas a una purificación al vacío, y luego se medía el trabajo de salida y se investigaba la energía cinética máxima de los fotoelectrones en dependencia de la frecuencia de la luz (esta energía era determinada por medio de la medición del potencial de retardo U_r). Los resultados obtenidos estaban en completa concordancia con la fórmula (9.2).

---

[1]) Llámase trabajo de salida la menor energía que es necesario comunicar al electrón para que pueda ser arrancado de un cuerpo sólido o líquido en el vacío (véase § 60).

Millikan determinó el valor de la constante de Planck $\hbar$ sustituyendo en la fórmula (9.2) los valores medidos de A y $^1/_2\, mv_m^2$ (para una ω dada), el cual coincidió con los valores hallados de la distribución espectral de la radiación de equilibrio de calor y del límite de onda corta del espectro de frenado de Roentgen.

El perfeccionamiento ulterior de los métodos de investigación del efecto fotoeléctrico fue realizado en el año 1928 por P. I. Lukirski y S. S. Prilezháev, los cuales crearon un equipo en forma de condensador esférico. Las paredes plateadas de un balón de cristal servían de ánodo en ese aparato. En el centro del balón se encontraba el cátodo en forma de esfera. La característica corriente-tensión para esta forma de los electrodos es más empinada, lo que permite aumentar la exactitud de la determinación del potencial de retardo.

De la fórmula (9.2) se deriva que en caso de que el trabajo de salida A sea mayor que la energía del cuanto $\hbar\omega$, los electrones no pueden salir del metal. Por consiguiente, para que se produzca el efecto fotoeléctrico es necesario que se cumpla la condición $\hbar\omega \geqslant A$, o que

$$\omega \geqslant \omega_0 = A/\hbar. \tag{9.3}$$

Para la longitud de onda se obtiene la condición respectiva:

$$\lambda \leqslant \lambda_0 = \frac{2\pi\hbar c}{A}. \tag{9.4}$$

La frecuencia ω_0 o la longitud de onda λ_0 se denomina *límite rojo del efecto fotoeléctrico.*

El número de electrones liberados a consecuencia del efecto fotoeléctrico debe ser proporcional al número de cuantos de luz que inciden sobre la superficie. Al mismo tiempo, el flujo luminoso Φ se define por la cantidad de cuantos de luz que inciden sobre la superficie en la unidad de tiempo. De acuerdo con esto, la corriente de saturación I_s debe ser proporcional al flujo luminoso incidente

$$I_s \sim \Phi. \tag{9.5}$$

Esta relación también se corrobora experimentalmente. Señalemos que sólo una pequeña parte de los cuantos transmite su energía a los fotoelectrones. La energía de los demás cuantos se gasta en el calentamiento del cuerpo que absorbe la luz.

En el caso del efecto fotoeléctrico examinado anteriormente, el electrón obtiene la energía de un solo fotón. Esos procesos se denominan *monofotónicos*. Inventados los láseres, se hizo posible obtener potencias de haces luminosos que eran inalcanzables hasta aquel momento. Esto dio la posibilidad de realizar procesos *polifotónicos.* En particular, fue observado el *efecto fotoeléctrico polifotónico*, cuando, el electrón que abandona el metal no obtiene la energía de uno, sino de N fotones (N = 2, 3, 4, 5).

La fórmula de Einstein en el caso del efecto fotoeléctrico polifotónico luce de la siguiente forma:

$$N\hbar\omega = \frac{1}{2} mv_m^2 + A. \qquad (9.6)$$

El límite rojo del fotoefecto, conformemente, se desplaza hacia el lado de las ondas más largas (λ_0 aumenta N veces). La fórmula (9.5) para el caso del efecto N-fotónico es:

$$I_N \sim \Phi^N. \qquad (9.7)$$

Además del *efecto fotoeléctrico externo* (llamado simplemente fotoefecto) que se estudió en este parágrafo, existe también el *efecto fotoeléctrico interno* que se observa en dieléctricos y semiconductores. Sobre este último hablaremos en el § 65.

§ 10. Experimento de Bothe. Fotones

Para explicar cómo se distribuye la energía en el espectro de la radiación de calor de equilibrio es suficiente, como mostró Planck, suponer que la luz se emite sólo en porciones $\hbar\omega$. Para esclarecer el efecto fotoeléctrico basta admitir que la luz se absorbe en esas mismas porciones. Sin embargo, Einstein no se detuvo en esto. El propuso la hipótesis de que la luz también se propaga en forma de partículas discretas, llamadas inicialmente *cuantos lumínicos*. Posteriormente éstas recibieron el nombre de *fotones* [1]).

La confirmación más inmediata de la hipótesis de Einstein fue el *experimento de Bothe*. Una lámina metálica fina *Lám.* (fig. 10.1) se sitúa entre dos contadores de descarga gaseosa C (véase § 82 del segundo tomo). La lámina se ilumina con un haz débil de rayos X, bajo cuya acción ella misma se convierte en fuente de estos rayos (tal fenómeno se denomina *fluorescencia de rayos X*). A consecuencia de la poca intensidad del haz inicial, la cantidad de cuantos emitidos por la lámina era pequeña. Al incidir rayos X sobre el contador, este último disparaba y hacía funcionar un mecanismo especial M que hacía señales en la cinta móvil L. Si la energía emitida se propagara uniformemente en todas direcciones, como se infiere de las concepciones ondulatorias, ambos contadores deberían funcionar al unísono y las señales en la cinta aparecerían una frente a la otra. En realidad, se

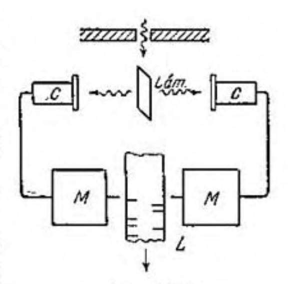


Fig. 10.1.

[1]) El término «fotón» fue introducido en el año 1926.

observó una disposición completamente desordenada de las señales. Esto puede explicarse solamente por el hecho de que en los actos aislados de emisión surgen partículas de luz que vuelan bien en una bien en otra dirección.

De tal forma fue demostrada experimentalmente la existencia de partículas limínicas singulares, o sea *fotones*. La energía del fotón se define por su frecuencia:

$$E = \hbar\omega. \tag{10.1}$$

Recomendamos al lector convencerse de que a la longitud de onda $\lambda = 5000$ Å (zona verde del espectro) le corresponde una energía del fotón $\hbar\omega = 2{,}5$ eV. Cuando $\lambda = 1$ Å, $\hbar\omega = 12{,}5$ KeV.

La onda electromagnética posee impulso (véase § 108 del segundo tomo) y por consiguiente, el fotón también debe poseerlo. Para determinar el impulso del fotón, utilizaremos las correlaciones de la teoría de la relatividad.

Examinemos dos sistemas de referencia K y K' que se mueven uno con respecto a otro con una velocidad $\mathbf{v}_0$. Dirijamos los ejes x y x' a lo largo de $\mathbf{v}_0$. Sea un fotón que vuele en la dirección de estos ejes. Su energía en los sistemas K y K' es igual a $\hbar\omega$ y $h\omega'$, respectivamente. Las frecuencias ω y ω' están relacionadas por la expresión:

$$\omega' = \omega \frac{1 - v_0/c}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}$$

(véase § 151 del segundo tomo). Por consiguiente:

$$E' = E \frac{1 - v_0/c}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}. \tag{10.2}$$

Designemos el impulso del fotón en el sistema K por el símbolo $\mathbf{p}$ y en el sistema K', por el símbolo $\mathbf{p}'$. Por una cuestión de simetría se deriva que el impulso del fotón debe estar dirigido a lo largo del eje x. Por esta razón, $p_x = p$, $p_x' = p'$. Al pasar de un sistema de referencia a otro, la energía y el impulso se transforman por la fórmula:

$$E' = \frac{E - v_0 p_x}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \tag{10.3}$$

(véase fórmula (69.2) del primer tomo. Como escribimos la fórmula de la transformación inversa, cambiamos el signo delante de $v_0 p_x$). En el caso examinado, puede sustituirse p_x por p en (10.3).

Al comparar las fórmulas (10.2) y (10.3) se desprende que:

$$E\,(1 - v_0/c) = E - v_0 p$$

(escribimos p en lugar de p_x). De aquí:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{\hbar\omega}{c}. \tag{10.4}$$

En el § 71 del primer tomo se mostró que tal correlación entre el impulso y la energía es posible solamente para partículas de masa en reposo nula, que se muevan a velocidad c. De esta manera, de la relación cuántica $E = \hbar\omega$ y de los principios generales de la teoría de la relatividad resulta que:

1) La masa en reposo del fotón es igual a cero.
2) El fotón se mueve siempre a velocidad c.

Lo dicho significa que el fotón es una partícula de carácter especial, diferente de tales partículas como el electrón, el protón, etc., que pueden existir moviéndose a velocidades menores que c e incluso en reposo.

Sustituyendo la frecuencia por la longitud de onda λ en la fórmula (10.4), obtendremos para el impulso del fotón la expresión:

$$p = \hbar 2\pi/\lambda = \hbar k \tag{10.5}$$

(k es un número ondulatorio). El fotón vuela en la dirección en que se propaga la onda electromagnética. Por esto, la dirección del impulso $\mathbf{p}$ coincide con la del vector ondulatorio $\mathbf{k}$. Por consiguiente, la fórmula (10.5) puede escribirse en forma vectorial:

$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}. \tag{10.6}$$

Sea que sobre una superficie que absorbe la luz cae un haz de fotones que vuelan por la normal a la misma. Si la densidad de los fotones es igual a n, en la unidad de la superficie caerán nc fotones en la unidad de tiempo. Al ser absorbido, cada fotón le comunica a la pared un impulso $p = E/c$. Multiplicando p por nc obtendremos el impulso que se comunica en la unidad de tiempo a la unidad de superficie, o sea la presión $\mathcal{P}$ de la luz sobre la pared:

$$\mathcal{P} = \frac{E}{c} \cdot nc = En.$$

El producto En es igual a la energía de los fotones que se encuentran en la unidad de volumen, o sea a la densidad de la energía electromagnética w. De esta forma hemos llegado a la fórmula $\mathcal{P} = w$ que coincide con la expresión para la presión obtenida de la teoría electromagnética (véase fórmula (108.9) del segundo tomo). Al reflejarse en la pared, el fotón le comunica un impulso $2p$. Por esto, para la superficie reflectora la presión será igual a $2w$.

Partiendo del concepto del campo electromagnético como un conjunto de fotones, es fácil obtener la relación entre el poder emisivo del cuerpo negro y la densidad de equilibrio de la radiación. Supongamos que en la unidad de volumen de la cavidad, llena de radiación de equilibrio hay dn_ω fotones, cuya frecuencia se encuentra en los límites desde ω hasta $\omega + d\omega$. Entonces la densidad de la energía que corresponde a este mismo intervalo de frecuencias será igual a:

$$du_\omega = u(\omega, T)\, d\omega = \hbar\omega dn_\omega. \tag{10.7}$$

Los fotones dentro de la cavidad vuelan en todas direcciones como las moléculas de un gas. Utilizando la fórmula (95.6) del primer tomo, hallaremos para el número de fotones que chocan con la unidad de superficie en la unidad de tiempo el valor $\frac{1}{4}\, c\, dn_{\omega}$. Si la pared es negra, la misma absorberá todos estos fotones y por consiguiente, obtendrá una energía total igual a $\frac{1}{4}\, \hbar\omega c dn_{\omega}$. En caso de equilibrio, la pared negra emitirá esa misma energía. De esta forma

$$f(\omega,\ T)\, d\omega = \frac{1}{4}\, \hbar\omega c\, dn_{\omega} \tag{10.8}$$

De la comparación de las fórmulas (10.7) y (10.8) se infiere;

$$f(\omega,\ T) = \frac{c}{4}\, u\, (\omega,\ T) \tag{10.9}$$

(compárese con la fórmula (3.4)).

En este capítulo hemos estudiado una serie de fenómenos, en los cuales la luz se comporta como un flujo de partículas (fotones). No obstante, no se debe olvidar fenómenos tales como la interferencia y la difracción de la luz, los que pueden ser explicados sólo a base de las concepciones ondulatorias. De esta manera, la luz manifiesta un *dualismo corpuscular-ondulatorio*: en unos fenómenos se revela su naturaleza ondulatoria y se comporta como una onda electromagnética, mientras que en otros se manifiesta su naturaleza corpuscular y se comporta como un haz de fotones. En el § 18 veremos que el dualismo corpuscular-ondulatorio está presente no sólo en las partículas luminosas, sino que también en las partículas materiales (electrones, protones, átomos, etc.).

Aclaremos en qué relaciones se encuentran el cuadro corpuscular y el ondulatorio. La respuesta puede obtenerse al estudiar desde ambos puntos de vista la iluminación de una superficie cualquiera. Según los conceptos ondulatorios, la iluminación en cierto punto de la superficie es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda lumínica. Desde el punto de vista corpuscular, la iluminación es proporcional a la densidad del flujo de fotones. Por consiguiente, entre el cuadrado de la amplitud de la onda lumínica y la densidad del haz de fotones existe una proporcionalidad directa. El fotón es el portador del impulso y de la energía. Esta última se desprende en aquel punto de la superficie en el cual cae el fotón. El cuadrado de la amplitud de onda caracteriza la probabilidad de que el fotón caiga en determinado punto de la superficie. Más exactamente, la probabilidad de que el fotón se encuentre en los límites del volumen dV que incluye en sí el punto examinado del espacio dado, se define por la expresión:

$$dP = \chi A^2 dV,$$

donde χ es un coeficiente de proporcionalidad y A, la amplitud de la onda lumínica.

De lo dicho se infiere que la distribución de los fotones por la superficie sobre la cual cae la luz debe tener un carácter estadístico. La uniformidad de la iluminación que se observa en la práctica está condicionada por el hecho de que frecuentemente la densidad del flujo de fotones es muy grande. Así, por ejemplo, a una iluminación igual a 50 lux (la iluminación necesaria para que el ojo no se canse al leer) y una longitud de onda de 5500 Å por 1 cm² de superficie inciden aproximadamente $2 \cdot 10^{13}$ fotones por segundo. La fluctuación relativa [1]) es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del número de partículas (véase fórmula (102.6) del primer tomo). Por esta razón, para el valor señalado del flujo de fotones la fluctuación resulta ser insignificante y la superficie parece estar iluminada uniformemente.

Las fluctuaciones de los flujos lumínicos débiles fueron descubiertas por S. I. Vavílov y sus colaboradores. Ellos establecieron que en la zona de mayor sensibilidad ($\lambda = 5550$ Å) el ojo comienza a reaccionar a la luz al caer en la pupila aproximadamente 200 fotones por segundo. Para esta intensidad Vavílov observó fluctuaciones del haz lumínico que tenían un carácter estadístico claramente manifiesto. Además, hay que tener en cuenta que las variaciones en la percepción lumínica observada en los experimentos de Vavílov eran provocadas no sólo por las fluctuaciones del flujo lumínico, sino que también por las fluctuaciones relacionadas con los procesos fisiológicos que ocurren en el ojo.

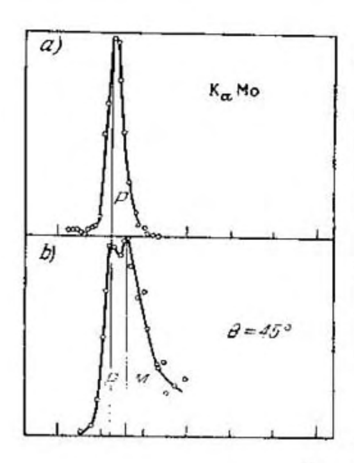
§ 11. Efecto Compton

Fig. 11.1.

Las propiedades corpusculares de la luz se manifiestan con más claridad en el fenómeno que recibió el nombre de *efecto Compton*. En el año 1923 A. Compton, investigando la dispersión de los rayos X por diversos materiales, descubrió que en los rayos difusos, conjuntamente con la radiación de longitud de onda inicial λ, se encuentran también rayos de mayor longitud de onda λ'. La diferencia $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ resultó depender sólo del ángulo θ formado por la dirección de la radiación difusa con la del haz inicial. $\Delta\lambda$ no depende de la longitud de onda λ ni de la naturaleza de la sustancia dufusora.

La fig. 11.1 ilustra el esquema del experimento Compton. El haz estrecho monocromático (característico) de rayos X que salen del dia-

[1]) Recordemos que se denominan fluctuaciones relativas las desviaciones relativas de las magnitudes estadísticas de sus valores medios.



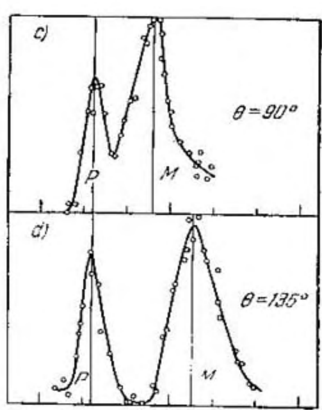


Fig. 11.2.

Fig. 11.3.

fragma D incide sobre la sustancia difusora SD. La composición espectral de la radiación difusa se estudió con ayuda de un espectrógrafo de rayos X que consistía en un cristal Cr y una cámara de ionización CI.

En la fig. 11.2 vienen dados los resultados de la investigación de la difusión de rayos X monocromáticos (línea K_α [1]) del molibdeno) en el grafito. La curva a caracteriza la radiación inicial. Las demás curvas se refieren a diferentes ángulos de dispersión θ, cuyos valores están indicados en el dibujo. Por el eje de las ordenadas se representa la intensidad de la radiación, por el de las abscisas, la longitud de onda.

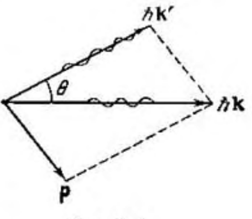


Fig. 11.4.

La fig. 11.3 refleja la dependencia entre la correlación de la intensidad de la componente desplazada M y no desplazada P, y el número atómico de la sustancia difusora. La curva superior de la columna izquierda caracteriza la radiación inicial (línea K_α de la plata). Al ocurrir la difusión en materiales de número atómico pequeño (Li, Be, B), prácticamente toda la radiación difusa tiene una longitud de onda desplazada. A medida que crezca el número atómico cada vez mayor parte de la radiación difunde sin variación de la longitud de onda.

Todas las particularidades del efecto Compton pueden ser explicadas teniendo en cuenta que la difusión es un proceso de choque elástico de los fotones de los rayos X con electrones prácticamente libres. Pueden ser considerados libres aquellos electrones que están enlazados más débilmente con los átomos, cuya energía de enlace es esencialmente menor que aquella que el fotón puede comunicarle al electrón durante el impacto [2]).

Sea que sobre un electrón libre inicialmente en reposo caiga un fotón con una energía $\hbar\omega$ e impulso $\hbar\mathbf{k}$ (fig. 11.4). La energía del electrón antes de la colisión era igual a mc^2 (m es su masa en reposo) y el impulso, igual a cero. Después de la colisión, el electrón tendrá un impulso $\mathbf{p}$ y una energía igual a $c\sqrt{p^2+m^2c^2}$ (véase fórmula (68.8) del primer tomo). La energía y el impulso del fotón también variarán y llegarán a ser iguales a $\hbar\omega'$ y $\hbar\mathbf{k}'$. De las leyes de la conservación de la energía y el impulso se derivan dos igualdades:

$$\hbar\omega + mc^2 = \hbar\omega' + c\sqrt{p^2+m^2c^2}, \qquad (11.1)$$

$$\hbar\mathbf{k} = \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}'. \qquad (11.2)$$

[1]) Véase § 38.

[2]) Durante un choque elástico, el fotón no puede darle al electrón (o a otra partícula cualquiera) toda su energía. Ese proceso violaría las leyes de la conservación de la energía y el impulso.

Dividamos la primera igualdad por c y escribámosla en forma:

$$\sqrt{p^2+m^2c^2}=\hbar(k-k')+mc$$

($\omega/c = k$). Al elevar al cuadrado obtendremos:

$$p^2 = \hbar^2 (k^2 + k'^2 - 2kk') + 2\hbar mc (k - k'). \qquad (11.3)$$

De (11.2) se infiere que

$$p^2 = \hbar^2 (\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2 = \hbar^2 (k^2 + k'^2 - 2kk' \cos\theta) \qquad (11.4)$$

(θ es el ángulo entre los vectores $\mathbf{k}$ y $\mathbf{k}'$, véase la fig. 11.4).

De la comparación de las expresiones (11.3) y (11.4) obtenemos:

$$mc (k - k') = \hbar kk' (1 - \cos\theta).$$

Multipliquemos esta igualdad por 2π y dividámosla por $mckk'$:

$$\frac{2\pi}{k'}-\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi\hbar}{mc}(1-\cos\theta).$$

Finalmente, teniendo en cuenta que $2\pi/k = \lambda$, llegamos a la fórmula:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_C (1 - \cos\theta), \qquad (11.5)$$

donde

$$\lambda_C=\frac{2\pi\hbar}{mc}. \qquad (11.6)$$

La magnitud λ_C definida por la expresión (11.6) se denomina *longitud de onda de Compton* [1]) de aquella partícula de masa m de que se trate. En el caso que estudiamos, λ_C es la longitud de onda de Compton del electrón. La sustitución de los valores de $\hbar$, m y c en (11.6) da para la λ_C del electrón el valor:

$$\lambda_C = 0{,}0243 \text{ Å} \qquad (11.7)$$

($\lambda_C = 0{,}00386$ Å).

Los resultados de las mediciones de Compton y las mediciones ulteriores se encuentran en completa concordancia con la fórmula (11.5), si sustituimos en ella el valor (11.7) para λ_C.

Al ocurrir la difusión de fotones en electrones, cuyo enlace con los átomos es fuerte, el intercambio de energía e impulso se realiza con el átomo completo. En vista de que la masa del átomo supera en mucho la del electrón, el desplazamiento de Compton en este caso es insignificante y λ' prácticamente coincide con λ. A medida que aumente el número atómico, crece el número relativo de electrones enlazados fuertemente, lo que provoca un debilitamiento de la línea desplazada (véase la fig. 11.3).

---

[1]) Se denomina también longitud de onda de Compton (comptoniana) la magnitud $\lambda_C = \frac{\hbar}{mc}$.

SEGUNDA PARTE

FÍSICA ATÓMICA

CAPÍTULO III

TEORÍA ATÓMICA DE BOHR

§ 12. Regularidades en los espectros atómicos

La radiación de los átomos que no interactúan entre sí, se compone de líneas espectrales aisladas. En conformidad con esto, el espectro de emisión de los átomos se denomina espectro *de rayas*. En la fig. 12.1 viene dado el espectro de emisión de los vapores de mercurio. Los espectros de emisión de otros átomos tienen este mismo carácter.

El estudio de los espectros atómicos sirvió de llave para la comprensión de la estructura de los átomos. Ante todo se advirtió que



Fig. 12.1

las líneas de los espectros atómicos no están en desorden, sino que se aúnan en grupos o como también se les llama *series de líneas*. Esto se observa más claramente en el espectro del átomo más simple, el hidrógeno. En la fig. 12.2 se muestra parte del espectro del hidrógeno atómico en la región visible y ultravioleta cercana. Las líneas visibles han sido designadas por los símbolos H_α, H_β, H_γ y H_δ. El símbolo H_∞ indica el límite de la serie (véase más adelante). Es evidente que las líneas se sitúan en un orden determinado. La distancia entre las mismas decrece regularmente a medida que se pasa de las ondas más largas a las más cortas.

El físico suizo Balmer (1885) descubrió que se puede expresar las longitudes de onda de esta serie de líneas del hidrógeno exactamente por la siguiente fórmula:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4}, \qquad (12.1)$$

donde λ_0 es una constante, n, un número entero que toma valores 3, 4, 5, etc. Al pasar en (12.1) de las longitudes de onda a las frecuencias, se obtiene la fórmula:

$$\omega = R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2}\right) \quad (n=3,\ 4,\ 5,\ \ldots), \tag{12.2}$$

donde R es la *constante* denominada *de Rydberg* en honor al espectroscopista sueco. Esta es igual a

$$R = 2{,}07\cdot 10^{16}\ \mathrm{s}^{-1}. \tag{12.3}$$

La fórmula (12.2) se denomina *fórmula de Balmer* [1]), y la serie correspondiente de líneas espectrales del hidrógeno atómico, *serie de Balmer*. Las investigaciones ulteriores mostraron que en el espectro

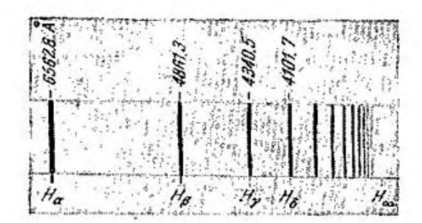


Fig. 12.2.

del hidrógeno existen varias series más. En la región ultravioleta del espectro se encuentra la serie de Lyman. Las demás series, en la región infrarroja. Las líneas de estas series pueden ser representadas

---

[1]) En espectroscopia no es habitual caracterizar las líneas espectrales por la frecuencia, sino por la magnitud inversa a la longitud de onda:

$$\nu' = \frac{1}{\lambda} = \frac{\omega}{2\pi c},$$

que se denomina *número de onda* (no confundir con el número de onda $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$). La fórmula de Balmer expresada para cualquier número de onda tiene la misma forma que (12.2):

$$\nu' = R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2}\right) \quad (n = 3,\ 4,\ 5,\ \ldots).$$

La constante de Rydberg en este caso tiene el valor:

$$R = 109737{,}309 \pm 0{,}012\ \text{cm}^{-1}.$$

La cantidad de cifras significativas auténticas caracteriza la precisión de la medición, alcanzada en espectroscopia. El valor de la constante (12.3) ha sido redondeado hasta las milésimas.

mediante fórmulas análogas a la (12.2):

serie de Lyman $\omega = R\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{n^2}\right)$ $(n = 2, 3, 4, \ldots)$,

serie de Paschen $\omega = R\left(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{n^2}\right)$ $(n = 4, 5, 6, \ldots)$,

serie de Brackett $\omega = R\left(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{n^2}\right)$ $(n = 5, 6, 7, \ldots)$,

serie de Pfundt $\omega = R\left(\frac{1}{5^2}-\frac{1}{n^2}\right)$ $(n = 6, 7, 8, \ldots)$.

Las frecuencias de todas las líneas del espectro del hidrógeno atómico pueden ser expresadas por la fórmula:

$$\omega = R\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right), \tag{12.4}$$

donde m tiene el valor 1 para la serie de Lyman, 2 para la serie de Balmer, etc. Para un valor de m dado, n puede tomar todos los valores enteros comenzando por $m+1$. La expresión (12.4) se denomina *fórmula generalizada de Balmer*.

Al aumentar n, la frecuencia de las líneas en cada zona tiende a un valor límite R/m^2, que se denomina *umbral de la serie* (en la fig. 12.2 el umbral de la serie de Balmer ha sido señalado con el símbolo H_∞).

Tomemos una serie de valores de la expresión $T(n) = R/n^2$:

$$\frac{R}{1^2},\ \frac{R}{2^2},\ \frac{R}{3^2},\ \ldots \tag{12.5}$$

La frecuencia de cualquier línea del espectro del hidrógeno puede ser expresada en forma de diferencia de dos números de la serie (12.5). Estos números se denominan *términos espectrales* o sencillamente *términos*. Así, por ejemplo, la frecuencia de la primera línea de la serie de Balmer es igual a $T(2) - T(3)$, de la segunda línea de la serie de Pfund, $T(5) - T(7)$, etc.

El estudio de los espectros de otros átomos mostró que las frecuencias de las líneas pueden ser expresadas también en este caso en forma de diferencia de dos términos:

$$\omega = T_1(m) - T_2(n). \tag{12.6}$$

No obstante, el término $T(n)$ presenta frecuentemente una forma más compleja que para el hidrógeno atómico. Además el primer y segundo sumando de la fórmula (12.6) se toman de diferentes series de términos.

§ 13. Modelo atómico de Thomson

Según las concepciones clásicas, un átomo podría emitir una onda monocromática (o sea, una línea espectral) en el caso de que un electrón en el átomo emisor efectúe una oscilación armónica y por consi-

guiente se mantenga cerca de la posición de equilibrio con una fuerza seudoelástica del tipo $F = -kr$, donde r es la desviación del electrón de la posición de equilibrio. En el año 1903, Thomson propuso un modelo del átomo, según el cual el átomo es una esfera cargada uniformemente de electricidad positiva, dentro de la cual se encuentra el electrón (fig. 13.1). La carga positiva sumaria de la esfera es igual a la del electrón, de manera que el átomo en general es neutro.

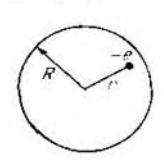


Fig. 13.1.

La intensidad del campo dentro de la esfera cargada uniformemente se define por la expresión [1]):

$$E(r) = \frac{e}{R^3} r \quad (0 \leqslant r \leqslant R),$$

donde e es la carga de la esfera y R, su radio (véase fórmula (14.8) del segundo tomo). Por consiguiente, sobre el electrón que se encuentra a la distancia r de la posición de equilibrio (del centro de la esfera) actuará una fuerza:

$$F = (-e) E = -\frac{e^2}{R^3} r = -kr.$$

En estas condiciones, el electrón alejado de alguna manera de la posición de equilibrio efectuará oscilaciones con una frecuencia:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{e^2}{mR^3}} \tag{13.1}$$

(e es la carga del electrón, m, su masa y R es el radio del átomo).

Esta relación puede ser utilizada para la valoración de las dimensiones del átomo. Según (13.1)

$$R = \left(\frac{e^2}{m\omega^2}\right)^{1/3}.$$

A la longitud de onda $\lambda = 6000$ Å (región visible del espectro) le corresponde $\omega \approx 3 \cdot 10^{15}$ s^{-1}. Por consiguiente

$$R = \left(\frac{4{,}8^2 \cdot 10^{-20}}{0{,}91 \cdot 10^{-27} \cdot 3^2 \cdot 10^{30}}\right)^{1/3} \approx 3 \cdot 10^{-8}\ \text{cm}.$$

El resultado obtenido coincide en el orden con las dimensiones gasocinéticas de los átomos, lo que pudiese considerarse como una corroboración del modelo de Thomson. Sin embargo, en la realidad, se puso en claro la inconsistencia de dicho modelo, por lo que hoy el mismo tiene solamente un interés histórico, como uno de los eslabones en la cadena del desarrollo de las ideas sobre la estructura de los átomos.

[1]) Aquí y en adelante en este tomo utilizaremos el sistema de unidades de Gauss.

§ 14. Experimentos en la dispersión de las partículas α. Modelo nuclear del átomo

La distribución de cargas positivas y negativas en el átomo puede ser aclarada efectuando un «sondeo» experimental inmediato de las regiones internas del átomo. Rutherford y sus colaboradores realizaron este sondeo con ayuda de partículas α, observando la variación de la dirección de su vuelo (dispersión) al pasar éstas a través de capas delgadas de una sustancia.

Recordemos que se denominan partículas α las que son emitidas por ciertas sustancias durante la desintegración radiactiva. La velocidad de las partículas α es del orden de 10^9 cm/s. En aquel tiempo, cuando Rutherford comenzó sus trabajos, era conocido que las partículas α tienen una carga positiva igual al doble de la carga elemental y que al perder esa carga (al unírsele dos electrones) la partícula α se convierte en un átomo de helio.

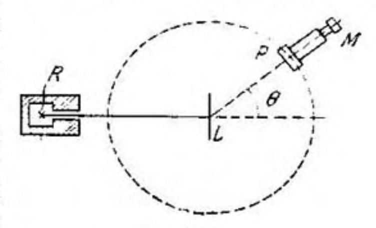


Fig. 14.1.

El experimento se realizó de la siguiente manera (fig. 14.1). Un haz estrecho de partículas α, emitido por la sustancia radiactiva R, al salir del orificio caía sobre una lámina metálica fina L. Al pasar a través de la lámina, las partículas α se desviaban de su dirección inicial en diferentes ángulos θ. Las partículas α dispersadas chocaban contra la pantalla P recubierta con sulfuro de zinc, y el centelleo [1]) provocado por las mismas se observaba en el microscopio M. Este último al igual que la pantalla podía girar alrededor del eje que pasaba por el centro de la lámina dispersora y de esta forma situarse a cualquier ángulo θ. Todo el instrumento era colocado dentro de una envoltura evacuada para evitar la dispersión de las partículas α a consecuencia de los choques con las moléculas del aire.

Resultó que cierta cantidad de partículas α se desviaba en ángulos grandes (hasta casi 180°). Analizando los resultados del experimento, Rutherford llegó a la conclusión de que una desviación tan grande de las partículas α era posible sólo en el caso de que dentro del átomo existiera un fuerte campo electromagnético, creado por una carga ligada a una masa enorme que se concentraba en un volumen pequeño. Basándose en esta conclusión, Rutherford propuso en el año 1911 el modelo nuclear del átomo.

[1]) Se denomina centelleo el destello producido por partículas cargadas durante su colisión con una sustancia centelleante.

Según Rutherford, el átomo es un sistema de cargas en cuyo centro se encuentra un núcleo positivo pesado de carga Ze, de una dimensión que no supera los 10^{-12} cm, y alrededor del cual se sitúan Z electrones distribuidos por todo el volumen del átomo. Casi toda la masa del átomo se concentra en el núcleo.

Partiendo de estas suposiciones, Rutherford elaboró la teoría cuantitativa de la dispersión de las partículas α y dedujo la fórmula para la distribución de las partículas dispersas según los valores del

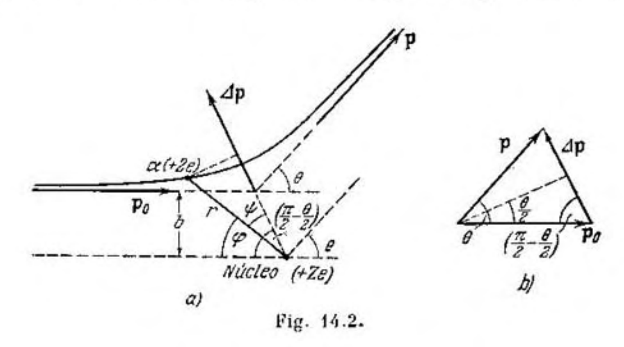


Fig. 14.2.

ángulo θ. Al deducir la fórmula, Rutherford razonó de la siguiente manera. La desviación de las partículas α se debe a la acción sobre ellas de los núcleos atómicos. Una desviación perceptible a consecuencia de la interacción con los electrones no puede ocurrir, pues la masa de los mismos es cuatro órdenes menor que la de las partículas α. Cuando la partícula vuela en las cercanías del núcleo, sobre ésta actúa una fuerza de repulsión de Coulomb igual a:

$$F = \frac{2Ze^2}{r^2}. \qquad (14.1)$$

En este caso, la trayectoria de la partícula será una hipérbola (véase § 30 del primer tomo). Designemos el ángulo entre las asíntotas de la hipérbola por la letra θ (fig. 14.2). Este ángulo caracteriza la desviación de la partícula de la dirección inicial. La distancia b desde el núcleo hasta esta dirección inicial se denomina *parámetro de impacto*. Mientras más cerca del núcleo vuele la partícula (menor sea b), más fuertemente, como es natural, se desviará (mayor será θ). Entre las magnitudes b y θ existe una relación simple que estableceremos a continuación.

De la ley de la conservación de la energía se deriva, que lejos del núcleo, la magnitud del impulso $\mathbf{p}$ de la partícula dispersada será la misma que la del impulso $\mathbf{p}_0$ antes de la dispersión: $p = p_0$. Por

consiguiente (véase fig. 14.2, *b*) para el módulo del incremento del vector de impulso de la partícula, que resulta a consecuencia de la dispersión, se puede escribir la expresión:

$$|\Delta \mathbf{p}| = 2p_0 \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} = 2m_\alpha v \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}, \tag{14.2}$$

donde m_α es la masa de la partícula α, v, su velocidad inicial. Al mismo tiempo, según la segunda ley de Newton

$$\Delta \mathbf{p} = \int \mathbf{F}\, dt.$$

Al proyectar los vectores que figuran en esta ecuación en la dirección $\Delta \mathbf{p}$, obtendremos:

$$|\Delta \mathbf{p}| = \int F_{\Delta \mathbf{p}}\, dt. \tag{14.3}$$

En la fig. 14.2, *a* se ve que la proyección de la fuerza **F** en la dirección del vector $\Delta \mathbf{p}$ es igual a $F \cos \psi$. El ángulo ψ puede ser sustituido por el ángulo polar φ y el ángulo de desviación θ:

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - \varphi.$$

Por consiguiente

$$F_{\Delta \mathbf{p}} = F \cos \psi = F \operatorname{sen}\left(\varphi + \frac{\theta}{2}\right) = \frac{2Ze^2}{r^2} \operatorname{sen}\left(\varphi + \frac{\theta}{2}\right).$$

Pongamos esta expresión en la fórmula (14.3) y sustituyamos al mismo tiempo dt por $d\varphi/\dot{\varphi}$:

$$|\Delta \mathbf{p}| = 2Ze^2 \int_0^{\pi-\theta} \frac{\operatorname{sen}(\varphi + \theta/2)\, d\varphi}{r^2 \dot{\varphi}}. \tag{14.4}$$

La expresión $r^2\dot{\varphi}$ es igual a M/m_α, donde M es el módulo del momento de impulso de la partícula α tomado con relación al núcleo dispersor (véase fórmula (30.4) del primer tomo). La fuerza que actúa sobre la partícula α es central. Por esta razón, el momento de impulso M permanece constante todo el tiempo y es igual a su valor inicial $M_0 = m_\alpha vb$. Después de sustituir $r^2\dot{\varphi}$ por vb, la integral (14.4) se calcula fácilmente:

$$|\Delta \mathbf{p}| = \frac{2Ze^2}{vb} \int_0^{\pi-\theta} \operatorname{sen}\left(\varphi + \frac{\theta}{2}\right) d\varphi = \frac{2Ze^2}{vb}\, 2 \cos \frac{\theta}{2}. \tag{14.5}$$

La comparación de las fórmulas (14.2) y (14.5) da:

$$2m_\alpha v \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} = \frac{2Ze^2}{vb}\, 2 \cos \frac{\theta}{2}.$$

De aquí [1])

$$\operatorname{ctg}\frac{\theta}{2}=\frac{m_\alpha v^2}{2Ze^2}\,b. \qquad (14.6)$$

Veamos una capa de una sustancia dispersora tan fina, que cada partícula, al atravesarla, vuele en las cercanías de un solo núcleo, o sea cada partícula sufra una sola dispersión. Para someterse a la dispersión en un ángulo desde θ hasta $\theta + d\theta$, la partícula debe pasar

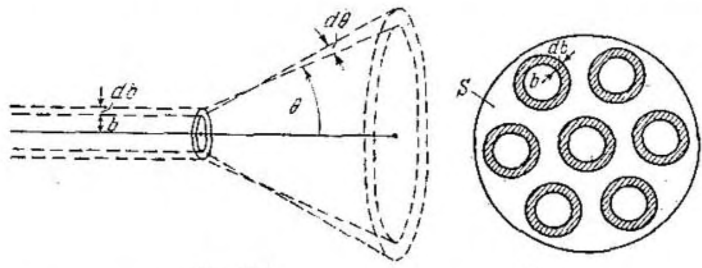


Fig. 14.3. Fig. 14.4.

cerca de un núcleo por una trayectoria cuyo parámetro de impacto se halle en los límites entre b y $b + db$ (fig. 14.3), y además $d\theta$ y db, como se deriva de (14.6), se enlazan por la relación:

$$-\frac{1}{\operatorname{sen}^2(\theta/2)}\,\frac{d\theta}{2}=\frac{m_\alpha v^2}{2Ze^2}\,db. \qquad (14.7)$$

El signo menos en esta expresión se debe a que con el aumento de b (o sea al ser $db > 0$) el ángulo de desviación disminuye ($d\theta < 0$). En adelante nos interesará solamente el valor absoluto de db en función de θ y $d\theta$, por lo que no tendremos en cuenta el signo menos.

Designemos por la letra S el área de la sección transversal del haz de partículas α. Entonces la cantidad de átomos de la lámina dispersora en el camino del haz podrá ser expresada en forma nSa, donde n es el número de átomos en la unidad de volumen y a, el grosor de la lámina. Si las partículas α están distribuidas uniformemente por la sección del haz y su número es muy grande (lo que tiene lugar en realidad), la cantidad relativa de partículas α que pasan cerca de uno de los núcleos por una trayectoria con el parámetro de precisión desde b hasta $b + db$ (y por consiguiente que se desvían en los ángulos desde θ hasta $\theta + d\theta$) será igual (véase fig. 14.4) a:

$$\frac{dN_\theta}{N}=\frac{nSa\cdot 2\pi b\,db}{S}=na2\pi b\,db. \qquad (14.8)$$

[1]) La deducción de la fórmula (14.6) expuesta pertenece a I. E. Irodov.

En esta expresión dN_θ es el flujo de partículas dispersadas en los ángulos desde θ hasta $\theta + d\theta$ y N es el flujo total de partículas en el haz.

Sustituyendo en la fórmula (14.8) b y db por θ y $d\theta$ en concordancia con (14.6) y (14.7) obtendremos:

$$\frac{dN_\theta}{N} = na\left(\frac{2Ze^2}{m_\alpha v^2}\right)^2 2\pi \operatorname{ctg}\frac{\theta}{2}\,\frac{1}{\operatorname{sen}^2(\theta/2)}\,\frac{d\theta}{2}.$$

Transformemos los factores que contienen el ángulo θ

$$\frac{\operatorname{ctg}(\theta/2)}{\operatorname{sen}^2(\theta/2)} = \frac{\cos(\theta/2)\operatorname{sen}(\theta/2)}{\operatorname{sen}^4(\theta/2)} = \frac{\operatorname{sen}\theta}{2\operatorname{sen}^4(\theta/2)}.$$

Considerando esta transformación:

$$\frac{dN_\theta}{N} = na\left(\frac{2Ze^2}{m_\alpha v^2}\right)^2 \frac{2\pi \operatorname{sen}\theta\, d\theta}{4\operatorname{sen}^4(\theta/2)}.$$

La expresión $2\pi \operatorname{sen}\theta\, d\theta$ da el ángulo sólido $d\Omega$ en cuyos límites se encuentran las direcciones que corresponden a los ángulos de dispersión desde θ hasta $\theta + d\theta$. Por esta razón puede escribirse:

$$\frac{dN_\theta}{N} = na\left(\frac{Ze^2}{m_\alpha v^2}\right)^2 \frac{d\Omega}{\operatorname{sen}^4(\theta/2)}. \qquad (14.9)$$

Hemos obtenido la *fórmula de Rutherford* para la dispersión de partículas α. En el año 1913, sus colaboradores realizaron la comprobación de esta fórmula por medio del conteo de los centelleos observados a diferentes ángulos θ en iguales intervalos de tiempo. En las condiciones del experimento (véase fig. 14.1) fueron sometidas al conteo las partículas α que se encontraban en los límites de un mismo ángulo sólido (determinado por la superficie de la pantalla P y su distancia hasta la lámina), por esta razón el número de centelleos observados a diferentes ángulos debía ser, de acuerdo con la fórmula de Rutherford, proporcional a $1/\operatorname{sen}^4(\theta/2)$. Este resultado teórico se corroboró bien en la práctica. La dependencia de la dispersión del grosor de la lámina y de la velocidad de las partículas α resultó estar en correspondencia con la fórmula (14.9).

La justeza de la teoría que parte de la interacción de Coulomb entre las partículas α y el núcleo del átomo evidencia que incluso la partícula α que es lanzada en dirección inversa no penetra en la región de carga positiva del átomo. Al mismo tiempo, una partícula α que vuele exactamente en dirección al núcleo, se encontraría a una distancia de su centro, que puede ser determinada igualando la energía cinética de la partícula α con la energía potencial de su interacción con el núcleo en el momento del completo detenimiento:

$$\frac{m_\alpha v^2}{2} = \frac{2Ze^2}{r_{\text{mín}}}$$

($r_{\text{mín}}$ es la distancia mínima entre los centros del núcleo y la partícula α). Haciendo $Z = 47$ (plata), $v = 10^9$ cm/s y $m_\alpha = 4 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-24}$ g, obtendremos:

$$r_{\text{mín}} = \frac{4Ze^2}{m_\alpha v^2} = \frac{4 \cdot 47 \cdot 4{,}8^2 \cdot 10^{-20}}{6{,}6 \cdot 10^{-24} \cdot 10^{18}} \approx 6 \cdot 10^{-12} \text{ cm}.$$

De esta manera, los resultados experimentales de la dispersión de las partículas α testimonian a favor del modelo nuclear del átomo propuesto por Rutherford. No obstante, el modelo nuclear entró en contradicción con las leyes de la mecánica clásica y la electrodinámica. En vista de que un sistema de cargas inmóviles no puede encontrarse en estado estable, Rutherford se vio obligado a renunciar al modelo estático del átomo y suponer que los electrones se mueven alrededor del núcleo, describiendo trayectorias circulares. Pero en este caso, el electrón se moverá con aceleración, y por consiguiente según la electrodinámica clásica deberá emitir continuamente ondas electromagnéticas (lumínicas). El proceso de emisión conlleva a la pérdida de energía, de manera que el electrón deberá, a fin de cuentas, caer en el núcleo (fig. 14.5).

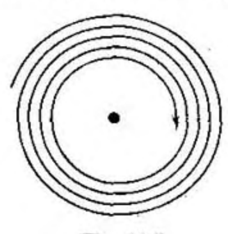


Fig. 14.5.

§ 15. Postulados de Bohr. Experimentos de Frank y Hertz

En el parágrafo anterior fue aclarado que el modelo nuclear del átomo en combinación con la mecánica clásica y la electrodinámica resultaron incapaces de explicar la estabilidad del átomo ni el carácter del espectro del átomo. El físico danés Nils Bohr en el año 1913 encontró la solución del desconcierto creado, aunque al precio de introducir suposiciones que contradecían las concepciones clásicas. Las suposiciones hechas por Bohr están contenidas en los dos postulados enunciados por él:

1. De la cantidad infinita de órbitas electrónicas que son posibles desde el punto de vista de la mecánica clásica, se realizan en realidad sólo algunas órbitas discretas que cumplan determinadas condiciones cuánticas. El electrón que se encuentre en una de estas órbitas, a pesar de su movimiento con aceleración, no emite ondas electromagnéticas (luz).

2. La radiación se emite o se absorbe en forma de cuanto de luz de energía $\hbar\omega$, al pasar el electrón de un estado estacionario (estable) a otro. La magnitud del cuanto de luz es igual a la diferencia de energía de aquellos estados estacionarios entre los cuales se realiza

el salto cuántico del electrón:

$$\hbar\omega = E_n - E_m. \tag{15.1}$$

La existencia de niveles energéticos discretos del átomo se confirma con los experimentos realizados por Frank y Hertz en el año 1914. En la fig. 15.1, *a* se muestra el esquema de su equipo. En un tubo lleno de vapores de mercurio a baja presión ($\sim$ 1 mm Hg) se tienen tres electrodos: el cátodo C, la rejilla R y el ánodo A. Los electrones que salen del cátodo a consecuencia de la emisión

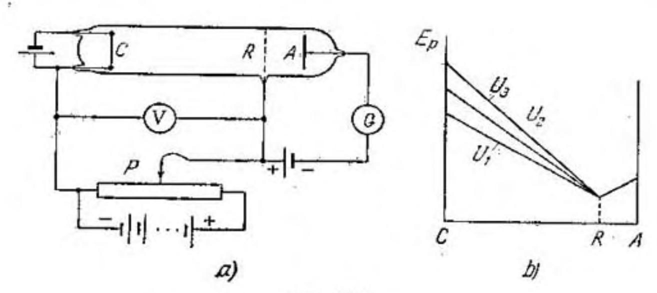


Fig. 15.1.

termoeléctrica se aceleran por la diferencia de potencial U entre el cátodo y la rejilla. Aquélla podía ser variada suavemente con ayuda del potenciómetro P. Entre la rejilla y el ánodo se crea un campo eléctrico débil (diferencia de potencial del orden de 0,5 V) que frena el movimiento de los electrones hacia el ánodo. En la fig. 15.1, *b* viene dada la variación de la energía potencial del electrón $E_p = -e\varphi$ en el espacio entre los electrodos para diferentes valores de la tensión U entre el cátodo y la rejilla (φ potencial en el punto correspondiente del campo).

Se investigó la dependencia de la intensidad de la corriente I en el circuito del ánodo de la tensión U entre el cátodo y la rejilla. La intensidad de la corriente se midió en el galvanómetro G, la tensión, en el voltímetro V. Los datos obtenidos se exponen en la fig. 15.2. La intensidad de la corriente al principio aumenta monótonamente alcanzando el máximo a $U = 4{,}9$ V, después de lo cual, con el aumento ulterior de U cae bruscamente alcanzando el mínimo y de nuevo comienza a aumentar. Los máximos de la intensidad de la corriente se repetían a U igual a 9,8, 14,7 V, etc.[1])

[1]) Prácticamente los máximos se obtenían a las tensiones 4,1; 9,0; 13,9 V, etc. lo que era condicionado por la presencia de una diferencia de potencial de contacto entre los electrodos del orden de los 0,8 V.

Semejante marcha de la curva se explica por el hecho de que en virtud del carácter discreto de los niveles energéticos, los átomos pueden adquirir energía solamente en porciones:

$$\Delta E_1 = E_2 - E_1 \quad \text{ó} \quad \Delta E_2 = E_3 - E_1, \text{ etc.},$$

donde $E_1, E_2, E_3, \ldots$ son las energías del 1ro, 2do, 3ro, etc. estados estacionarios.

Mientras la energía del electrón sea menor que ΔE_1, los choques del electrón y el átomo de mercurio tendrán un carácter elástico, además como la masa del electrón es muchas veces menor que la del átomo de mercurio, la energía del electrón durante el choque prácticamente no varía. Parte de los electrones caen en la rejilla, los demás, al pasar a través de la misma alcanzan el ánodo, creando una corriente en el circuito del galvanómetro G. Mientras mayor sea la velocidad con que los electrones alcanzan la rejilla (mientras mayor sea U), mayor será la cantidad de electrones que atravesarán la misma, y por lo tanto mayor será la intensidad de la corriente I.

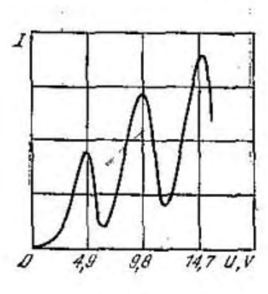


Fig. 15.2.

Cuando la energía acumulada por el electrón en el intervalo cátodo—rejilla alcanza el valor ΔE_1, los choques dejan de ser elásticos, o sea los electrones, al chocar con los átomos, les comunican la energía ΔE_1, y después se mueven a una velocidad menor. Por esta razón, el número de electrones que alcanza el ánodo disminuye. Por ejemplo, a $U = 5{,}3$ V, el electrón le comunica al átomo una energía equivalente a 4,9 V (primer potencial de excitación del átomo de mercurio) y continúa moviéndose con una energía de 0,4 eV. Si incluso este electrón se encuentra entre la rejilla y el ánodo, no podrá vencer la tensión de frenado de 0,5 V y será devuelto a la rejilla.

Los átomos, al recibir durante el choque con los electrones una energía ΔE_1, pasan a un estado de excitación del cual regresan al estado fundamental al cabo de un tiempo del orden de los 10^{-8} s, emitiendo un fotón de frecuencia $\omega = \Delta E_1/\hbar$.

A tensiones que superan los 9,8 V, el electrón puede sufrir choques dobles no elásticos con los átomos de mercurio durante su recorrido desde el cátodo hacia el ánodo, perdiendo con esto una energía de 9,8 eV, a consecuencia de lo cual, la intensidad de la corriente I comienza a disminuir de nuevo. A una tensión aún mayor, son posibles choques triples no elásticos con los átomos, lo que conlleva a la aparición de un máximo a $U = 14{,}7$ V, etc. A un enrarecimiento

suficiente de los vapores de mercurio y la correspondiente tensión acelerante, los electrones antes del choque con los átomos pueden alcanzar una velocidad, suficiente para trasladar el átomo al estado de energía E_3. En este caso, se observan máximos en la curva $I = f(U)$ a tensiones múltiplos del segundo potencial de excitación del átomo (para el mercurio este potencial es igual a 6,7 V) o a tensiones iguales a la suma del primer y el segundo potencial de excitación, etc.

De esta forma, en los experimentos de Frank y Hertz se observa directamente la existencia en los átomos de los niveles energéticos discretos.

En espectroscopia es habitual expresar las frecuencias de las líneas espectrales en forma de diferencia de números positivos $T(n)$ que se denominan términos (véase el penúltimo párrafo del § 12). Por ejemplo, en el caso del hidrógeno $T(n) = R/n^2$. Respectivamente, la frecuencia del fotón emitido al pasar del estado n al estado m se determina por la fórmula:

$$\omega_{nm} = T(m) - T(n) = \frac{R}{m^2} - \frac{R}{n^2} \quad (n > m) \qquad (15.2)$$

(véase fórmula (12.4)).

Según el segundo postulado de Bohr

$$\omega_{nm} = \frac{E_n - E_m}{\hbar} = \left(-\frac{E_m}{\hbar}\right) - \left(-\frac{E_n}{\hbar}\right)$$

(recordemos que las energías de los estados combinados del electrón son negativas, de manera que las expresiones entre paréntesis son mayores que cero).

Al comparar con la fórmula (15.2) obtendremos:

$$T(n) = -\frac{E_n}{\hbar}. \qquad (15.3)$$

De esta manera el término está estrechamente ligado con la energía del estado estacionario, diferenciándose de la misma sólo en el valor $(-1/\hbar)$.

§ 16. Regla de cuantificación de las órbitas circulares

Bohr, partiendo del postulado de Planck, obtuvo para las órbitas estacionarias la regla según la cual se realizan sólo aquellos estados del oscilador armónico, cuya energía es igual a:

$$E_n = n\hbar\omega \quad (n \text{ es un número entero}). \qquad (16.1)$$

Expresemos la coordenada del oscilador por la letra q y el impulso, por la letra p. La energía total del oscilador se expresa:

$$E_n = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 q^2}{2} = n\hbar\omega,$$

de donde

$$\frac{q^2}{2n\hbar/m\omega} + \frac{p^2}{2mn\hbar\omega} = 1. \qquad (16.2)$$

El plano de coordenadas p, q se denomina *plano de fase* y la curva en este plano que caracteriza p como una función de q para el movi-

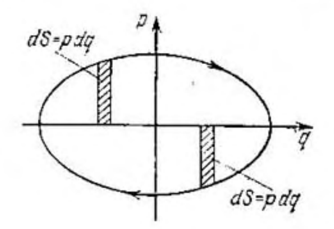


Fig. 16.1.

Fig. 16.2.

miento dado se denomina *trayectoria de fase*. De (16.2) se deriva que esta última para un oscilador armónico es una elipse (fig. 16.1). Los semiejes de la elipse son iguales a:

$$a = \sqrt{2n\hbar/m\omega}, \quad b = \sqrt{2mn\hbar\omega}.$$

La superficie de la elipse es igual al producto de los semiejes multiplicado por π:

$$S_n = \pi ab = 2\pi\hbar n. \qquad (16.3)$$

Al mismo tiempo, la superficie puede ser expresada en forma:

$$S_n = \oint p\, dq \qquad (16.4)$$

(al integrar se realiza un recorrido por toda la elipse, véase fig. 16.1).

De la comparación de las expresiones (16.3) y (16.4) se obtiene la regla de cuantificación:

$$\oint p\, dq = 2\pi\hbar n. \qquad (16.5)$$

Bohr extendió la regla (16.5) para el oscilador armónico a otros sistemas mecánicos. En el caso del oscilador $q = x$, $p = m\dot{x}$. Para

otros sistemas, se entiende por q la coordenada generalizada[1]) y por p el impulso generalizado.

Para un electrón que rota alrededor del núcleo por una órbita circular es lógico tomar el ángulo azimutal φ en calidad de coordenada generalizada (fig. 16.2). En este caso, la velocidad generalizada será $\dot{\varphi}$. Sabemos que en el movimiento giratorio, el rol de velocidad lineal pasa a la velocidad angular $\dot{\varphi}$, y el rol de la masa pasa al momento de inercia $m_e r^2$ (m_e es la masa del electrón). Por consiguiente, el impulso generalizado es igual a $m_e r^2 \dot{\varphi} = m_e v r$. La última expresión define el momento de impulso común M, tomado con relación al núcleo. De esta manera, la condición (16.5) para un electrón que se mueve por una órbita circular tiene la forma:

$$\oint M\, d\varphi = 2\pi \hbar n. \tag{16.6}$$

La fuerza con que el núcleo actúa sobre el electrón es central. Por esto M es constante y el primer miembro de la relación (16.6) es igual a $2\pi M$. Por lo tanto, llegamos a la condición:

$$M = n\hbar. \tag{16.7}$$

De esta forma, según la condición de Bohr, de todas las órbitas del electrón, posibles desde el punto de vista de la mecánica clásica, se realizan sólo aquellas para las cuales el momento de impulso es igual a un múltiplo entero de la constante de Planck $\hbar$.

§ 17. Teoría elemental de Bohr del átomo de hidrógeno

Según (16.7) sólo son permisibles aquellas órbitas para las cuales el momento de impulso del electrón $m_e v r$ cumple la condición:

$$m_e v r = n\hbar \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \tag{17.1}$$

El número n se denomina *número cuántico fundamental*.

Examinemos un electrón que se mueve en el campo de un núcleo atómico con una carga Ze. Para $Z = 1$, ese sistema corresponde al átomo de hidrógeno, para otros Z, a un átomo semejante al hidrógeno, o sea a un átomo con un número de orden Z, del cual han sido retirados todos los electrones menos uno. La ecuación del movimiento del electrón tiene la forma:

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2}. \tag{17.2}$$

---

[1]) Se denominan coordenadas generalizadas cualesquiera magnitudes con ayuda de las cuales puede fijarse la posición del sistema en el espacio.

Excluyendo v de las ecuaciones (17.1) y (17.2) obtendremos la expresión para los radios de las órbitas permitidas:

$$r_n = \frac{\hbar^2}{m_e Z e^2} n^2 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots). \tag{17.3}$$

El radio de la primera órbita del átomo de hidrógeno se denomina *radio de Bohr*[1]). Su valor es igual a:

$$r_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} = 0{,}529\ \text{Å}. \tag{17.4}$$

Señalemos que el radio de Bohr tiene un valor del orden del tamaño gaso-cinético del átomo.



Fig. 17.1.

La energía interna del átomo se compone de la energía cinética del electrón (el núcleo es inmóvil) y la energía de interacción del electrón con el núcleo:

$$E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{Ze^2}{r}.$$

De (17.2) se deriva que

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{Ze^2}{2r}.$$

Por consiguiente

$$E = \frac{Ze^2}{2r} - \frac{Ze^2}{r} = -\frac{Ze^2}{2r}.$$

Situando aquí la expresión (17.3) para r, hallaremos los valores permitidos de la energía interna del átomo:

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2}\,\frac{Z^2}{n^2} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots). \tag{17.5}$$

El esquema de los niveles energéticos definidos por la fórmula (17.5) está dado en la fig. 17.1.

Al pasar el átomo de hidrógeno ($Z = 1$) del estado n al estado m se emite un fotón:

$$\hbar\omega = E_n - E_m = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right).$$

La frecuencia de la luz emitida es igual a:

$$\omega = \frac{m_e e^4}{2\hbar^3}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right).$$

[1]) El radio de Bohr se expresa habitualmente por el símbolo r_0 ó a_0 en lugar de r_1.

Hemos llegado a la fórmula de Balmer generalizada (véase (12.4)), además para la constante de Rydberg se tiene el valor

$$R=\frac{m_e e^4}{2\hbar^3}. \qquad (17.6)$$

Al poner en esta expresión los valores numéricos de m_e, e y $\hbar$ se obtiene una magnitud que coincide sorprendentemente con el valor experimental de la constante de Rydberg.

La teoría de Bohr fue un gran paso de avance en el desarrollo de la teoría del átomo. Ella mostró con plena claridad la inaplicabilidad de la física clásica a los fenómenos internos en los átomos y el papel rector de las leyes cuánticas en el micromundo.

En nuestros días, la teoría de Bohr tiene ante todo, un valor histórico. Después de los primeros éxitos de esta teoría se dieron a conocer con más claridad sus deficiencias. Especialmente penoso fue el fracaso de todos los intentos por elaborar la teoría del átomo de helio, uno de los átomos más simples que sigue inmediatamente al hidrógeno.

El aspecto más débil de la teoría de Bohr, que provocó los fracasos consiguientes, fue su contradicción lógica interna: no era ni consecuentemente clásica ni consecuentemente cuántica. Luego del descubrimiento de las propiedades ondulatorias de la materia, quedó completamente claro que la teoría de Bohr, que se apoyaba en la mecánica clásica, podía ser solamente una etapa transitoria en el camino hacia la creación de una teoría consecuente de los fenómenos atómicos.

CAPÍTULO IV

ELEMENTOS DE MECÁNICA CUÁNTICA

§ 18. Hipótesis de de Broglie. Propiedades ondulatorias de la materia

Las deficiencias de la teoría de Bohr indicaban la necesidad de revisar los principios de la teoría cuántica y las concepciones sobre la naturaleza de las micropartículas (electrones, protones, etc.). Se presentó el problema sobre hasta qué punto era completa la idea del electrón en forma de pequeña partícula mecánica caracterizada por ciertas coordenadas y determinada velocidad.

Como resultado de la profundización de los conocimientos sobre la naturaleza de la luz, se puso en claro que los fenómenos ópticos manifiestan un dualismo singular. Junto a tales propiedades de la luz que de forma más directa evidencian su naturaleza ondulatoria (interferencia, difracción), existen otras que evidencian también sus propiedades corpusculares (efecto fotoeléctrico, fenómeno de Compton).

En el año 1924, L. de Broglie enunció una audaz teoría de que el dualismo no es una particularidad de los fenómenos ópticos solamente, sino que tiene un significado universal. «En la óptica—escribía—durante siglos fue demasiado despreciado el método corpuscular de estudio en comparación con el ondulatorio. ¿No se habrá cometido el error inverso en la teoría sobre la materia?» Al suponer que las partículas materiales poseen propiedades ondulatorias junto con propiedades corpusculares, de Broglie transfirió las mismas reglas de tránsito de un caso a otro, que se cumplen para la luz, al caso de las partículas materiales. El fotón tiene una energía:

$$E = \hbar\omega$$

y un impulso

$$p = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}$$

Según la idea de de Broglie, el movimiento del electrón o de otra partícula cualquiera está relacionado con un proceso ondulatorio, cuya longitud de onda es igual a:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{mv} \tag{18.1}$$

y cuya frecuencia es:

$$\omega = \frac{E}{\hbar} \tag{18.2}$$

La hipótesis de de Broglie fue corroborada rápidamente de forma experimental. Davisson y Germer investigaron en el año 1927 la reflexión de electrones en un monocristal de níquel que tenía una estructura cúbica. Un haz estrecho de electrones monoenergéticos era dirigido hacia la superficie del monocristal, cortado por rectificación perpendicularmente a la gran diagonal de la celda cristalina (los planos cristalinos paralelos a esta superficie se designan en cristalografía con los índices (111), véase § 45). Los electrones reflejados eran capturados por un electrodo cilíndrico unido con un galvanómetro (fig. 18.1). La intensidad del haz reflejado era valorada por la intensidad de la corriente que fluía a través del galvanómetro. La velocidad de los electrones y el ángulo φ se variaban. La fig. 18.2 ilustra la dependencia de la intensidad de la corriente, medida por el galvanómetro, del ángulo φ a diferentes energías de los electrones. El eje vertical en los gráficos señala la dirección del haz incidente. La intensidad de la corriente en la dirección dada se expresa por la longitud del segmento trazado

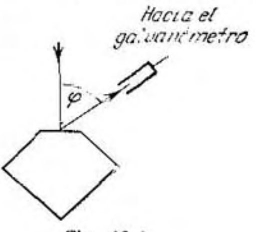


Fig. 18.1.

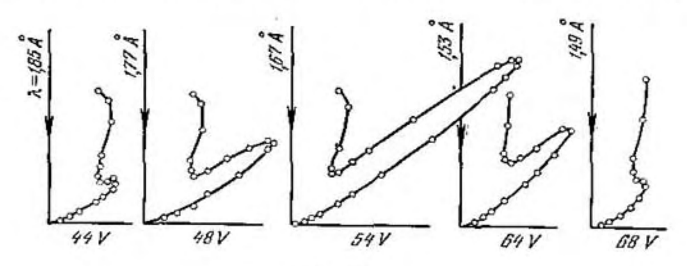


Fig. 18.2.

desde el origen de coordenadas hasta la intersección con la curva. En la figura se aprecia que la dispersión resultó particularmente intensa a determinados valores del ángulo φ. Este ángulo correspondía a la reflexión en los planos atómicos, la distancia d entre los cuales era conocida de las investigaciones radiográficas. A un ángulo dado φ, la intensidad de la corriente resultó ser particularmente grande, a una tensión acelerante igual a 54 V. La longitud de onda que corresponde a esa tensión, calculada por la fórmula (18.1), es igual a 1,67 Å. La longitud de onda de Bragg que cumple la

condición[1])

$$2d \operatorname{sen} \theta = n\lambda$$

es igual a 1,65 Å. La coincidencia es tan sorprendente, que los experimentos de Davisson y Germer se aprecian como una brillante corroboración de las ideas de de Broglie.

G. P. Thomson y P. S. Tartakovsky independientemente uno del otro, obtuvieron la figura de difracción al pasar un haz de electrones a través de una lámina metálica. El experimento fue realizado de la siguiente manera (fig. 18.3). Un haz de electrones, acelerados por una diferencia de potencial del orden de varias decenas de kilovoltios, pasa a través de una lámina metálica e incide sobre una placa fotográfica. El electrón al chocar con esta última ejerce la misma acción sobre ella que el fotón. El electronograma del oro (fig. 18.4, *a*) obtenido de esta manera se compara con el roentgenograma del aluminio (fig. 18.4, *b*) obtenido de forma similar. La similitud de ambas figuras es sorprendente. Stern y sus colaboradores mostraron que los fenómenos de difracción

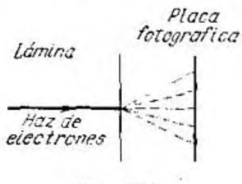


Fig. 18.3.

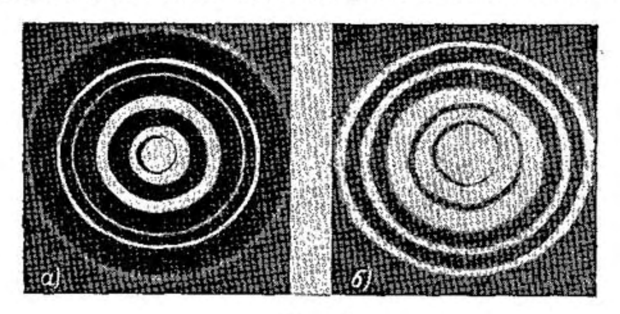


Fig. 18.4.

son detectados también para haces atómicos y moleculares. Para todos los casos enumerados, la figura de difracción corresponde a la longitud de onda definida por la relación (18.1).

En los experimentos de Davisson y Germer, así como en los de Thomson, la intensidad de los haces de electrones era tan grande,

[1]) El ángulo de deslizamiento θ está en relación con el ángulo φ por la expresión: $\theta = \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}$.

que a través del cristal pasaba un número elevado de electrones al mismo tiempo. Por esta razón, podía suponerse que la figura de difracción observada era condicionada por la participación de un gran número de electrones al unísono en el proceso, mientras que un electrón aislado no muestra difracción al pasar a través del cristal. Para aclarar esta cuestión los físicos soviéticos L. M. Biberman, N. G. Sushkin y B. A. Fabricant realizaron un experimento en el año 1949, en el cual, la intensidad del haz de electrones era tan débil que los mismos pasaban a través del equipo de uno en uno. El intervalo de tiempo entre dos pasos consecutivos de los electrones a través del cristal superaba 30 000 veces aproximadamente el tiempo utilizado por el electrón para pasar a través de todo el equipo. A una exposición suficiente, fue obtenido un cuadro de difracción que no se diferenciaba en nada del que se observa para una intensidad habitual del haz. De esta manera, fue demostrado que un electrón aislado posee propiedades ondulatorias.

§ 19. Propiedades insólitas de las micropartículas

Las partículas elementales (electrones, protones, neutrones, fotones y otras partículas simples) y también las complejas formadas por un número relativamente pequeño de partículas elementales (moléculas, átomos, núcleos atómicos, etc.) se denominan micropartículas.

El término «micropartícula» refleja sólo un lado del objeto al que se refiere. Cualquier microobjeto (molécula, átomo, electrón, fotón, etc.) es una formación de carácter especial que reúne en sí propiedades de partícula y de onda. Tal vez fuese más correcto denominarlo onda-partícula. El microobjeto no es capaz de actuar directamente sobre nuestros órganos de los sentidos, o sea no puede ser visto ni palpado. En el mundo que percibimos no existe nada parecido a los microobjetos. Estos últimos «no se parecen a nada de lo que uno haya podido ver alguna vez»[1]).

«Como el comportamiento de los átomos es tan diferente de nuestra experiencia diaria, es muy difícil acostumbrarse al mismo. A todos les parece confuso y singular, lo mismo al principiante en la ciencia que al físico experimentado. Incluso los grandes científicos no lo entienden tanto como quisieran, y esto es completamente natural, porque toda la experiencia inmediata del hombre, toda su intuición están dirigidas hacia los cuerpos voluminosos. Sabemos lo que será de un objeto grande, pero los cuerpos más pequeños no se comportan precisamente así. Por eso al estudiarlos, nos vemos

[1]) Esta frase y las que siguen en este parágrafo, entre comillas, han sido copiadas de las «Conferencias de física de Feinman», 3-era ed., cap. 37, «Mir», 1965 (en ruso).

obligados a recurrir a diferentes géneros de abstracción, esforzar la imaginación y tratar de no relacionarlos con nuestra experiencia inmediata».

En la física precuántica, «entender» significaba crear una imagen palpable del objeto o del proceso. No se puede entender la física cuántica en ese sentido de la palabra. Cualquier modelo palpable funcionará inevitablemente según las leyes clásicas y por eso es inservible para representar procesos cuánticos. Por esta razón, lo mejor que puede hacerse, es renunciar a la tentación de construir modelos evidentes del comportamiento de los objetos cuánticos. La ausencia de claridad al principio puede provocar un sentimiento de insatisfacción, pero con el tiempo, el mismo pasará y todo se pondrá en su lugar.

Reuniendo en sí las propiedades de partícula y de onda, los microcuerpos «no se comportan ni como ondas, ni como partículas»... La diferencia de una micropartícula de una onda consiste en que la primera se manifiesta siempre como un todo indivisible. Nadie ha observado nunca, por ejemplo, medio electrón. Al mismo tiempo una onda puede ser dividida en partes (por ejemplo, dirigiendo una onda lumínica hacia un espejo semidiáfano) y luego percibirse cada parte por separado. La diferencia entre una micropartícula y una macropartícula habitual consiste en que la primera no posee al mismo tiempo valores determinados de coordenada y de impulso, a consecuencia de lo cual el concepto de trayectoria, aplicado a las primeras, pierde sentido.

En el siguiente experimento imaginario[1]) se aprecia con más claridad la singularidad de las propiedades de las micropartículas. Dirijamos un haz estrecho y paralelo de electrones monoenergéticos (o sea que tengan la misma energía cinética) hacia una barrera con dos ranuras estrechas (fig. 19.1). Detrás de la barrera coloquemos una placa fotográfica *Pf*. Al principio cerremos la segunda ranura y realicemos la exposición durante un tiempo τ. El ennegrecimiento de la placa tratada se caracterizará por la curva 1 en la fig. 19.1, *b*. Sometamos a la exposición la segunda placa fotográfica durante el mismo tiempo τ cerrando la primera ranura. El carácter del ennegrecimiento estará dado en este caso por la curva 2 en la fig. 19.1, *b*. Finalmente, abramos ambas ranuras y sometamos a la exposición una tercera placa durante el tiempo τ. La forma del ennegrecimiento para el último caso se muestra en la fig. 19.1, *c*. Este cuadro de ninguna manera es equivalente a la superposición de los dos primeros y resulta análogo al que se obtiene durante la

[1]) En el experimento imaginario se revela una parte del fenómeno que se estudia en su forma más simple y palpable. La autenticidad del efecto observado en el experimento imaginario se deriva de las observaciones realizadas en una serie de experimentos reales. En el caso dado, como tales experimentos sirven los descritos en el parágrafo anterior sobre la difracción de electrones.

interferencia de dos ondas lumínicas coherentes. El carácter de la figura evidencia que ambas ranuras ejercen efecto sobre el movimiento de cada electrón. Esta conclusión es incompatible con el concepto de trayectoria. Si el electrón se encontrara en un punto determinado del espacio en cada momento de tiempo y se moviera por una trayectoria, él pasaría a través de una ranura determinada, la primera o la segunda. El fenómeno de difracción muestra que ambas ranuras, están vinculadas con el paso de cada electrón.

Sin embargo, no se debe imaginar la situación de forma tal como si una parte del electrón pasara a través de una ranura y la otra,

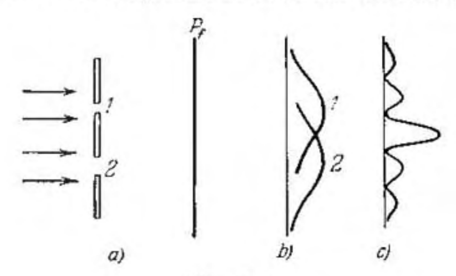


Fig. 19.1.

a través de la otra. Ya hemos señalado que el electrón, al igual que otras partículas del micromundo, se manifiesta siempre como un todo único, con la masa, la carga y otras magnitudes que le son inherentes. De esta manera, el electrón, el protón y el núcleo atómico son partículas con propiedades bastante originales. Una esfera ordinaria, incluso de dimensiones muy pequeñas (una partícula macroscópica) no puede servir de imagen de una micropartícula. A medida que disminuyan sus dimensiones, comienzan a aparecer nuevas propiedades cualitativas que no se manifiestan en las macropartículas.

En una serie de casos, la afirmación de la ausencia de trayectoria parece contradecir los hechos experimentales. Por ejemplo, en la cámara de Wilson, la trayectoria que sigue la micropartícula se revela en forma de huellas estrechas (trazas) formadas por las gotas de niebla, el movimiento de los electrones en el tubo de rayos catódicos se calcula perfectamente por las leyes clásicas, etc. Esta aparente contradicción se explica por el hecho de que en condiciones determinadas, el concepto de trayectoria resulta aplicable a las micropartículas, mas sólo con cierto grado de exactitud. La situación resulta ser exactamente igual que en óptica. Si las dimensiones de la barrera, o de las ranuras, son grandes en comparación con la longi-

tud de onda, la propagación de la luz ocurre como si fuera a lo largo de determinados rayos (trayectorias). En ciertas condiciones, el concepto de trayectoria resulta ser aplicable, con aproximación, al movimiento de las micropartículas, de forma similar a como la ley de la propagación rectilínea de la luz resulta ser justa.

§ 20. Principio de incertidumbre

En la mecánica clásica, el estado de un punto material (partícula clásica) se fija dándole valores de coordenadas, impulso, energía, etc. Las magnitudes enumeradas se denominan *variables dinámicas*. Hablando rigurosamente, estas últimas no pueden ser atribuidas a un microobjeto. Sin embargo, obtenemos la información sobre las micropartículas observando su interacción con los instrumentos que son cuerpos macroscópicos. Por esta razón, los resultados de las mediciones se expresan por fuerza, en términos que sirven para caracterizar macrocuerpos, o sea a través de los valores de las variables dinámicas. En correspondencia con esto, los valores de las variables dinámicas son atribuidos a las micropartículas. Por ejemplo, se habla del estado del electrón, en el cual este último tiene cierto valor de la energía, etc.

La singularidad de las propiedades de las micropartículas se pone de manifiesto en que no se obtienen valores determinados para todas las variables en las mediciones. Por ejemplo, el electrón (u otra micropartícula cualquiera) no puede tener al mismo tiempo valores exactos de la coordenada x y de la componente de impulso p_x. La indeterminación de los valores de x y p_x satisface la relación:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geqslant \hbar/2 \tag{20.1}$$

($\hbar$ es la constante de Planck). De (20.1) se deriva que mientras más indeterminada sea una de las variables (x ó p_x), mayor será la incertidumbre de la otra. Es posible el estado tal, en que una de las variables tenga un valor exacto y la otra resulte completamente indeterminada (su incertidumbre es igual a infinito).

Una relación análoga a (20.1) tiene lugar para y y p_y, para z y p_z y también para una serie de otros pares de magnitudes (en mecánica clásica estos pares de magnitudes se denominan *conjugados canónicamente*). Designando las magnitudes conjugadas canónicamente por las letras A y B, puede escribirse:

$$\Delta A \cdot \Delta B \geqslant \hbar/2. \tag{20.2}$$

La expresión (20.2) se denomina *relación de incertidumbre* para las magnitudes A y B, la cual fue enunciada por W. Heisenberg en el año 1927.

La afirmación de que el *producto de dos variables conjugadas no puede ser, por su orden de magnitud, menor que la constante de Planck* $\hbar$ se denomina *principio de incertidumbre de Heisenberg*.

La energía y el tiempo son magnitudes conjugadas canónicamente. Por eso para ellas se cumple también la relación de incertidumbre:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geqslant \hbar/2. \tag{20.3}$$

Esta relación significa que la determinación de la energía con una exactitud ΔE debe ocupar un intervalo de tiempo igual por lo menos a $\Delta t \sim \hbar/\Delta E$.

La relación de incertidumbre fue establecida, en particular, del estudio del siguiente ejemplo. Tratemos de determinar la coordenada x de una micropartícula que vuela libremente, colocando en su camino una ranura de grosor Δx, situada perpendicularmente a la dirección del movimiento de la partícula (fig. 20.1). Antes de que la partícula pase por la ranura, su componente de impulso p_x tiene un valor exacto, igual a cero (la ranura es perpendicular al impulso según la condición) de forma que $\Delta p_x = 0$, en cambio la coordenada x de la partícula es completamente indefinida. Cuando la partícula pasa por la ranura, la situación cambia. En lugar de la incertidumbre completa de la coordenada x aparece la indeterminación de Δx, pero esto se logra al precio de perder la determinación el valor p_x. En efecto, a consecuencia de la difracción se tiene cierta probabilidad de que la partícula se mueva en los límites del ángulo 2φ, donde φ es el ángulo correspondiente al primer mínimo de difracción (los máximos de órdenes superiores pueden ser despreciados, ya que su intensidad es pequeña en comparación con el máximo central). De esta manera aparece la incertidumbre:

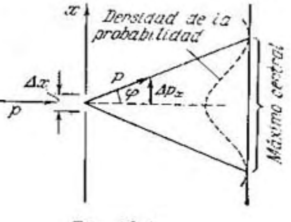


Fig. 20.1.

$$\Delta p_x = p \operatorname{sen} \varphi.$$

Al extremo del máximo central de difracción (primer mínimo) obtenido en una ranura de grosor Δx le corresponde el ángulo φ, para el cual:

$$\operatorname{sen} \varphi = \frac{\lambda}{\Delta x}$$

(véase fórmula (129.5) del segundo tomo). Por consiguiente

$$\Delta p_x \sim p \frac{\lambda}{\Delta x}.$$

De aquí, teniendo en cuenta (18.1), se obtiene la relación:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \sim p\lambda = 2\pi\hbar$$

que concuerda con (20.1).

A veces, la relación de incertidumbre recibe la siguiente interpretación: en realidad la micropartícula tiene valores exactos de coordenadas y de impulso, sin embargo, la acción del instrumento de medición, perceptible para esa partícula, no permite determinar estos valores con exactitud. Tal interpretación es completamente incorrecta y contradice a los fenómenos de difracción de micropartículas observados en la práctica.

La relación de incertidumbre indica en qué medida pueden utilizarse los conceptos de la mecánica clásica aplicados a las micropartí-

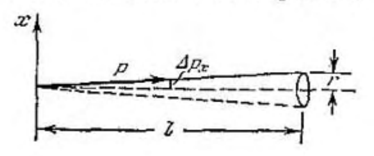


Fig. 20.2.

culas, en particular, con qué grado de exactitud puede hablarse de trayectorias de las mismas. El movimiento por una trayectoria se caracteriza por valores completamente determinados de coordenadas y de velocidad en cada momento de tiempo. Colocando en (20.1) el producto mv_x en lugar de p_x obtendremos la relación:

$$\Delta x \cdot \Delta v_x \geqslant \hbar/2m.$$

Vemos que mientras mayor sea la masa de la partícula, menores serán las incertidumbres de sus coordenadas y su velocidad y por consiguiente será aplicable con más exactitud el concepto de trayectoria. Ya para una macropartícula de solamente 1 μm de dimensión, las incertidumbres de los valores de x y v_x resultan ser fuera de los límites de exactitud de la medición de estas magnitudes, por lo que su movimiento no se distinguirá prácticamente del movimiento por una trayectoria.

En ciertas condiciones, incluso el movimiento de una micropartícula puede considerarse aproximadamente como si ocurriera por una trayectoria. A título de ejemplo examinemos el movimiento de un electrón en un tubo de rayos catódicos. Valoremos la incertidumbre de la coordenada y el impulso del electrón para este caso. Sea que en la pantalla la huella del haz de electrones tiene un radio r del orden de 10^{-3} cm, la longitud del tubo l es del orden de 10 cm (fig. 20.2). Entonces $\Delta p_x/p_x \sim 10^{-4}$. El impulso del electrón está

vinculado con la tensión acelerante U por la relación:

$$p^2/2m = eU.$$

De aquí $p = \sqrt{2meU}$. A una tensión $U \sim 10^4$ V, la energía del electrón será igual a 10^4 eV $= 1{,}6\cdot 10^{-8}$ erg. Valoremos la magnitud del impulso:

$$p = \sqrt{2\cdot 0{,}91\cdot 10^{-27}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-8}} \approx 5\cdot 10^{-18}.$$

Por consiguiente, $\Delta p_x \approx 5\cdot 10^{-18}\cdot 10^{-4} = 5\cdot 10^{-22}$. Y, finalmente, de acuerdo con la relación (20.1)

$$\Delta x = \frac{\hbar/2}{\Delta p_x} \approx \frac{1{,}05\cdot 10^{-27}/2}{5\cdot 10^{-22}} \sim 10^{-6} \text{ cm}.$$

El resultado obtenido indica que el movimiento del electrón en el tubo de rayos catódicos no se diferencia, prácticamente, del movimiento por una trayectoria.

La relación de incertidumbre es uno de los principios fundamentales de la mecánica cuántica. Esta sola relación es suficiente para obtener una serie de resultados importantes. En particular, permite explicar el hecho de que el electrón no cae en el núcleo del atomo y también valorar las dimensiones del átomo más simple así como la energía mínima posible del electrón en este átomo.

Si el electrón cayera en un núcleo puntiforme, sus coordenadas e impulso tomarían valores determinados (nulos), lo que es incompatible con el principio de incertidumbre. Este principio exige que la indeterminación de la coordenada del electrón Δr y del impulso Δp estén enlazados por la condición (20.1). La energía será mínima formalmente para $r = 0$ y $p = 0$. Por esta razón, al efectuar la valoración de la energía mínima posible, es necesario considerar que $\Delta r \approx r$ y $\Delta p \approx p$. Al poner estos valores en (20.1), obtendremos la relación:

$$rp = \hbar \tag{20.4}$$

(como nuestros cómputos pueden aspirar solamente a dar el orden de las magnitudes calculadas, hemos omitido 1/2 en el segundo miembro).

La energía del electrón en el átomo de hidrógeno es igual a:

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r}.$$

Sustituyendo p por $\hbar/r$ según (20.4) obtendremos que:

$$E = \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{r}. \tag{20.5}$$

Hallemos el valor de r correspondiente a E mínima. Diferenciando la expresión (20.5) respecto a r e igualando la derivada a cero, llega-

mos a la ecuación:

$$-\frac{\hbar^2}{mr^3}+\frac{e^2}{r^2}=0,$$

de la cual se infiere que

$$r=\frac{\hbar^2}{me^2}. \qquad (20.6)$$

El valor obtenido coincide con el radio de la primera órbita del átomo de hidrógeno de Bohr (véase fórmula (17.4)).

Al situar la expresión (20.6) en la fórmula (20.5) obtendremos la energía del estado fundamental:

$$E_{\text{mín}}=\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{me^2}{\hbar^2}\right)^2-e^2\frac{me^2}{\hbar^2}=-\frac{me^4}{2\hbar^2}.$$

El valor hallado también coincide con la energía del primer nivel de Bohr para $Z=1$ (véase fórmula (17.5)).

El hecho de haber obtenido valores exactos para r y E es, por supuesto, nada más que una suerte. El cálculo expuesto puede aspirar solamente a dar una valoración del orden de r y E.

§ 21. Ecuación de Schroedinger

Desarrollando las ideas de De Broglie sobre las propiedades ondulatorias de la materia, E. Schroedinger obtuvo, en el año 1926, su célebre ecuación. Él comparó el movimiento de una micropartícula con una función compleja de las coordenadas y el tiempo, a la cual denominó función ondulatoria y designó por la letra griega «psi» (ψ o Ψ). La llamaremos *función psi*.

La función psi caracteriza el estado de la micropartícula. La expresión para Ψ se obtiene de la solución de la ecuación de Schroedinger, que luce de la siguiente forma:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi+U\Psi=i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}. \qquad (21.1)$$

Aquí m es la masa de la partícula, i, la unidad imaginaria, ∇^2, el operador de Laplace, el resultado de la acción del cual sobre cierta función, es la suma de las segundas derivadas parciales por las coordenadas:

$$\nabla^2\Psi=\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}. \qquad (21.2)$$

Con la letra U en la ecuación (21.1) se designa una función de las coordenadas y el tiempo, cuyo gradiente tomado con signo inverso define la fuerza que actúa sobre la partícula. En el caso cuando la función U no depende directamente del tiempo, la misma tiene el sentido de energía potencial de la partícula.

De la ecuación (21.1) se deriva que la forma de la función psi está definida por la función U, o sea, por el carácter de las fuerzas que actúan sobre la partícula.

La ecuación de Schroedinger es la ecuación fundamental de la mecánica cuántica no relativista. La misma no puede ser deducida de otras relaciones. Debe ser considerada como el punto de partida fundamental, cuya justeza se demuestra por el hecho de que todas las consecuencias que se derivan de la misma concuerdan de la forma más exacta con los datos experimentales.

Schroedinger estableció su ecuación partiendo de una analogía opticomecánica que consiste en la similitud de las ecuaciones que describen el recorrido de los rayos lumínicos y las ecuaciones que definen la trayectoria de las partículas en la mecánica analítica. En óptica, el recorrido de los rayos satisface el principio de Fermat (véase § 115 del segundo tomo), en mecánica, la forma de la trayectoria satisface el llamado principio de la acción mínima.

Si el campo de fuerzas en el cual se mueve una partícula es estacionario, la función U no depende explícitamente del tiempo y tiene, como ya se mencionó, sentido de energía potencial. En este caso, la solución de la ecuación de Schroedinger se descompone en dos factores, uno de los cuales depende sólo de las coordenadas y el otro, sólo del tiempo:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)\, e^{-i(E/\hbar)t}. \tag{21.3}$$

Aquí E es la energía total de la partícula, que en el caso de un campo estacionario se mantiene constante. Para convencernos de la justeza de la expresión (21.3), coloquémosla en la ecuación (21.1). Como resultado obtendremos la relación:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} e^{-i(E/\hbar)t}\nabla^2\psi + U\psi e^{-i(E/\hbar)t} = i\hbar\left(-i\frac{E}{\hbar}\right)\psi e^{-i(E/\hbar)t}.$$

Reduciendo el múltiplo común $e^{-i(E/\hbar)t}$, llegamos a la ecuación diferencial que define la función ψ:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + U\psi = E\psi. \tag{21.4}$$

La ecuación (21.4) se denomina *ecuación de Schroedinger para estados estacionarios*. En adelante trataremos solamente con esta ecuación y la llamaremos, para brevedad, ecuación de Schroedinger. La ecuación (21.4) se escribe usualmente en forma:

$$\nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0. \tag{21.5}$$

Aclaremos cómo se puede llegar a la ecuación de Schroedinger. Para simplificarnos limitaremos al caso unidimensional. Examinemos una partícula en vuelo libre. Según la idea de De Broglie, ésta puede

ser comparada con una onda plana:

$$\Psi = ae^{-i(\omega t - kx)}$$

(en la mecánica cuántica es usual tomar el índice del exponente con signo menos). Sustituyendo de acuerdo con (18.1) y (18.2) ω y $k = 2\pi/\lambda$ por E y p, llegamos a la expresión:

$$\Psi = ae^{(i/\hbar)(px - Et)}. \qquad (21.6)$$

Diferenciando esta expresión una vez por t y después dos veces por x, obtendremos:

$$\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} E\Psi, \quad \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 p^2\Psi,$$

de donde

$$E = \frac{1}{\Psi} i\hbar \frac{\partial\Psi}{\partial t}, \quad p^2 = -\frac{1}{\Psi} \hbar^2 \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}. \qquad (21.7)$$

En la mecánica clásica no relativista, la energía E y el impulso p de una partícula libre están vinculados por la relación:

$$E = p^2/2m.$$

Poniendo en esta relación la expresión (21.7) para E y p^2 y reduciendo luego por Ψ, obtendremos la ecuación:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = i\hbar \frac{\partial\Psi}{\partial t},$$

la cual coincide con la ecuación (21.1), si hacemos en la última $U = 0$.

En el caso de una partícula que se mueve en un campo de fuerzas, caracterizado por una energía potencial U, la energía E y el impulso p están vinculados por la relación:

$$p^2/2m = E - U.$$

Al extender también para este caso las expresiones (21.7) para E y p^2, obtendremos:

$$-\frac{1}{\Psi} \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{\Psi} i\hbar \frac{\partial\Psi}{\partial t} - U.$$

Multiplicando esta relación por Ψ y pasando el término $U\Psi$ hacia la izquierda, llegamos a la ecuación:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + U\Psi = i\hbar \frac{\partial\Psi}{\partial t},$$

que coincide con la ecuación (21.1).

Los razonamientos expuestos no tienen fuerza demostrativa y no pueden ser considerados como la deducción de la ecuación de Schroedinger. Su objetivo es aclarar de qué forma pudo haberse llegado al establecimiento de esta ecuación.

En la mecánica cuántica, el concepto de operador desempeña un gran papel. Por *operador* se entiende la regla mediante la cual una función (expresémosla por φ) se compara con otra (designémosla por f). De manera simbólica puede escribirse de la siguiente forma:

$$f = \hat{Q}\varphi. \tag{21.8}$$

Aquí $\hat{Q}$ es la expresión simbólica del operador (con esa misma suerte pudo haberse tomado otra letra con un «sombrerito» encima, por ejemplo $\hat{A}$, $\hat{U}$, $\hat{M}$, etc.). En la fórmula (21.2) ∇^2 juega el papel de $\hat{Q}$, la función Ψ, el de φ y el segundo miembro de la ecuación, el papel de f.

Bajo el símbolo del operador se designa un conjunto de acciones con ayuda de las cuales la función inicial (φ) se transforma en otra función (f). Por ejemplo, bajo el símbolo ∇^2 se encierra la diferenciación doble por todas las tres coordenadas x, y y z, con la consiguiente sumación de las expresiones obtenidas. El operador puede indicar, en particular, la multiplicación de la función inicial φ por cierta función U. Entonces $f = \hat{U}\varphi = U\varphi$ y, por consiguiente, $\hat{U} = U$.

Si consideramos la función U en la ecuación (21.4) como un operador, cuya acción sobre la función psi se reduce a la multiplicación de ψ por U, la ecuación (21.4) adquirirá la forma:

$$\hat{H}\psi = E\psi. \tag{21.9}$$

En esta ecuación el símbolo $\hat{H}$ designa el operador igual a la suma de los operadores $-(\hbar^2/2m)\nabla^2$ y U:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U. \tag{21.10}$$

El operador $\hat{H}$ se denomina *hamiltoniano*.

El hamiltoniano es el operador de la energía E. En mecánica cuántica, se confrontan también con operadores otras variables dinámicas. En particular se estudian los operadores de coordenadas, de impulso, de momento de impulso, etc. Para cada variable dinámica q puede escribirse una ecuación análoga a la ecuación (21.9) que tiene la forma:

$$\hat{Q}\psi = q\psi, \tag{21.11}$$

donde $\hat{Q}$ es el operador que es asignado a la variable dinámica q. El significado de semejantes ecuaciones se aclara en el § 24.

§ 22. Sentido de la función psi

M. Born en el año 1926 dio una interpretación correcta de la función psi. Según Born, el cuadrado del módulo de la función psi define la probabilidad dP de que la partícula sea localizada en los

límites del volumen dV:

$$dP = A\,|\Psi|^2\,dV = A\Psi^*\Psi\,dV \tag{22.1}$$

(A es un coeficiente de proporcionalidad).

La integral de la expresión (22.1) por todo el volumen debe ser igual a la unidad:

$$\int dP = A\int \Psi^*\Psi\,dV = 1. \tag{22.2}$$

En efecto, esta integral da la probabilidad de que la partícula se encuentre en uno de los puntos del espacio, o sea, la probabilidad de un suceso cierto, la cual es igual a la unidad.

En mecánica cuántica se considera que la función psi admite que sea multiplicada por un número complejo C aleatorio, diferente de cero y además que Ψ y $C\Psi$ describen un mismo estado de la partícula. Esta circunstancia permite elegir la función psi de tal forma que se cumpla la condición:

$$\int \Psi^*\Psi\,dV = 1. \tag{22.3}$$

La condición (22.3) se denomina *condición de normación*. La función que satisfaga esta condición se denomina *normada*. En adelante supondremos siempre que las funciones psi con las que trataremos estén normadas.

Para una función normada, la expresión (22.1) tiene la forma:

$$dP = |\,\Psi\,|^2\,dV = \Psi^*\Psi\,dV \tag{22.4}$$

(esto se deriva de la comparación de las fórmulas (22.2) y (22.3)). De acuerdo con (22.4) deducimos que el cuadrado del módulo de la función psi, da la *densidad de la probabilidad* (probabilidad referida a la unidad de volumen) de ser localizada la partícula en el lugar correspondiente del espacio.

En el caso de un campo de fuerzas estacionario, la función psi tiene la forma (21.3). Respectivamente:

$$\Psi^*\Psi = e^{i(E/\hbar)t}\psi^*\cdot e^{-i(E/\hbar)t}\psi = \psi^*\psi,$$

de manera que la densidad de la probabilidad es igual a $\psi^*\psi$ y, por consiguiente, no depende del tiempo. Por esta razón, los estados descritos por las funciones psi del tipo (21.3) fueron denominados estacionarios.

Del sentido de la función psi se deduce que la mecánica cuántica tiene un carácter estadístico. Ella no permite determinar la posición de una partícula en el espacio o la trayectoria de su movimiento. Con ayuda de la función psi puede pronosticarse solamente, con qué probabilidad puede ser localizada la partícula en diferentes puntos del espacio. A primera vista, puede parecer que la mecánica cuántica

da una descripción menos exacta y menos completa del movimiento de la partícula que la mecánica clásica, la cual determina «exactamente» la posición y la velocidad de la partícula en cada momento de tiempo. Sin embargo, eso no es así. La mecánica cuántica pone en claro más profundamente el comportamiento auténtico de las micropartículas. Ella no determina sólo lo que no existe en realidad. Aplicados a las micropartículas, los conceptos de localización fija y trayectoria siempre pierden su sentido, como ya habíamos señalado.

§ 23. Cuantificación de la energía

La ecuación de Schroedinger permite hallar la función psi de un estado dado y, por consiguiente, determina la probabilidad de que la partícula se encuentre en distintos puntos del espacio. Sin embargo, el significado de la susodicha ecuación no se limita sólo a eso. De la ecuación (21.9) y de las condiciones impuestas a la función psi se infieren directamente las reglas de cuantificación de la energía.

La función psi, en concordancia con su sentido deberá ser simple, continua y finita (con la excepción de puntos significativos). Además deberá tener una derivada continua y finita. El conjunto de requisitos enumerados se denomina *condiciones estándares.*

La energía total E de la partícula forma parte de la ecuación de Schroedinger en calidad de parámetro. En la teoría de las ecuaciones diferenciales se demuestra que las ecuaciones del tipo (21.9) no tienen soluciones que satisfagan las condiciones estándares para todos los valores del parámetro (o sea de la energía E) sino solamente para ciertos valores escogidos. Estos últimos se denominan *valores propios* de la correspondiente magnitud (en nuestro caso de la energía). Las soluciones correspondientes a los valores propios de E se llaman *funciones propias* del problema.

El conjunto de valores propios lleva el nombre de *espectro* de la magnitud. Si este conjunto forma una sucesión discreta, el espectro se denomina *discreto* y en el caso de una sucesión continua el espectro suele llamarse *continuo* o *ininterrumpido*. En adelante nos limitaremos solamente al estudio de tales problemas, cuyo espectro de valores propios sea discreto.

Para un espectro discreto, los valores propios y las funciones propias pueden ser enumeradas:

$$\begin{gathered} E_1, E_2, \ldots, E_n \ldots \\ \psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_n, \ldots \end{gathered} \tag{23.1}$$

De esta manera, la cuantificación de la energía se obtiene de los principios fundamentales de la mecánica cuántica sin ningunas suposiciones complementarias.

Por regla general, hallar los valores propios y las funciones propias es un problema matemático bastante difícil. Estudiemos

un ejemplo bastante sencillo, para que la ecuación de Schroedinger pueda ser resuelta sin gran esfuerzo.

Calculemos los valores propios de la energía y sus correspondientes funciones propias para una partícula que se encuentra en un pozo simple de potencial e infinitamente profundo. Supongamos que la partícula puede moverse sólo a lo largo del eje x. Sea su movimiento limitado por paredes impenetrables: $x = 0$ y $x = l$. La energía

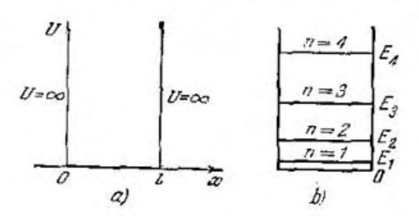


Fig. 23.1.

potencial U tendrá en este caso la siguiente forma (fig. 23.1, a): será igual a cero para $0 \leqslant x \leqslant l$ y se convierte en infinito para $x < 0$ y $x > l$.

Tomemos la ecuación de Schroedinger en la forma (21.5). Como la función psi depende sólo de la coordenada x, la ecuación se simplifica de la siguiente forma:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0 \tag{23.2}$$

La partícula no puede caer fuera de los límites del pozo de potencial. Por esta razón, la probabilidad de su estancia, y por consiguiente la función ψ, es igual a cero fuera de los límites del pozo. De la condición de continuidad se deriva que ψ debe ser igual a cero también en los límites del pozo, o sea que:

$$\psi(0) = \psi(l) = 0. \tag{23.3}$$

Esta es la condición a la que deben satisfacer las soluciones de la ecuación (23.2).

En el intervalo donde ψ no es idénticamente igual a cero, la ecuación (23.2) tiene la forma:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0 \tag{23.4}$$

(en este intervalo $U = 0$). Introduciendo la notación:

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}E, \tag{23.5}$$

llegamos a una ecuación bien conocida de la teoría de las oscilaciones:

$$\psi'' + k^2\psi = 0.$$

La solución de esta ecuación tiene la forma:[1])

$$\psi(x) = a \operatorname{sen}(kx + \alpha). \tag{23.6}$$

Las condiciones (23.3) pueden ser satisfechas con la elección correspondiente de las constantes k y α. Ante todo, de la condición $\psi(0) = 0$ obtenemos:

$$\psi(0) = a \operatorname{sen} \alpha = 0,$$

de donde se deduce que α debe ser igual a cero. Además debe satisfacerse la condición:

$$\psi(l) = a \operatorname{sen} kl = 0,$$

lo que es posible sólo en caso de que

$$kl = \pm n\pi \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \tag{23.7}$$

($n = 0$ no tiene validez, por cuanto se obtiene $\psi \equiv 0$, o sea, la partícula no se encuentra en ningún lugar).

Excluyendo k de las ecuaciones (23.5) y (23.7), hallaremos los valores propios de la energía de la partícula:

$$E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2} n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \ldots). \tag{23.8}$$

El espectro de la energía resultó ser discreto. En la fig. 23.1, *b* está representado el esquema de los niveles energéticos.

Calculemos la distancia entre los niveles vecinos para distintos valores de la masa m de la partícula y el ancho l del pozo. La diferencia de energía de dos niveles vecinos es igual a:

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}(2n+1) \approx \frac{\pi^2\hbar^2}{ml^2} n.$$

Si tomamos m del orden de la masa de la molécula ($\sim 10^{-23}$ g) y l del orden de 10 cm (moléculas de un gas en un recipiente), obtendremos:

$$\Delta E_n \approx \frac{3{,}14^2 \cdot 1{,}05^2 \cdot 10^{-54}}{10^{-23} \cdot 10^2} n \approx 10^{-32} n \text{ erg}.$$

Unos niveles energéticos situados tan densamente serán tomados por un espectro continuo de la energía, de manera que aunque la cuantificación de esta última tendrá lugar, no influirá en el carácter del movimiento de las moléculas.

Un resultado análogo se obtiene, al tomar m del orden de la masa del electrón ($\sim 10^{-27}$ g) para esas mismas dimensiones del

[1]) Véase fórmula (53.7) del primer tomo. En el caso examinado es más cómodo usar el seno en lugar del coseno.

pozo (electrones libres en un metal). En este caso:

$$\Delta E_n \approx 10^{-28} n \text{ erg} \approx 10^{-16} n \text{ eV}.$$

Sin embargo, se obtiene un resultado completamente diferente para el electrón, si el intervalo en el que éste se mueve es del orden de las

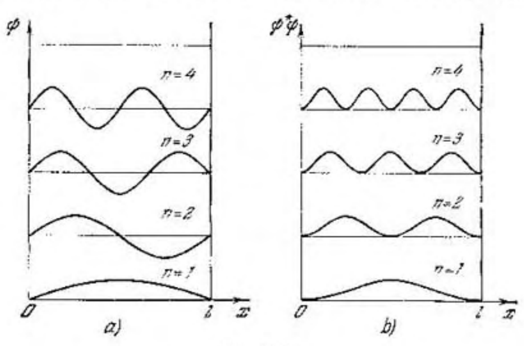


Fig. 23.2.

dimensiones del átomo ($\sim 10^{-8}$ cm). En este caso

$$\Delta E_n \approx \frac{3{,}14^2 \cdot 1{,}05^2 \cdot 10^{-54}}{10^{-27} \cdot 10^{-16}} n \approx 10^{-10} n \,\text{erg} \approx 10^2 n \,\text{eV},$$

de manera que el carácter discreto de los niveles energéticos será bastante perceptible.

Sustituyendo en (23.6) el valor de k obtenido de la condición (23.7), hallaremos las funciones propias del problema:

$$\psi_n(x) = a \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{l}$$

(recordemos que $\alpha = 0$). Para determinar el coeficiente a utilizaremos la condición de normación (22.3), la que en el caso dado se escribe de la siguiente forma:

$$a^2 \int_0^l \operatorname{sen}^2 \frac{n\pi x}{l} \, dx = 1.$$

En los extremos del intervalo de integración la función subintegral se convierte en cero. Por esta razón, el valor de la integral puede ser obtenido multiplicando el valor medio del $\operatorname{sen}^2 (n\pi x/l)$ (que es igual a 1/2, como es conocido) por la longitud del intervalo l. De este modo obtendremos: $a^2 (1/2)\, l = 1$, de donde $a = \sqrt{2/l}$. Por

consiguiente, las funciones propias tienen la forma:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}}\,\mathrm{sen}\,\frac{n\pi x}{l} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots). \tag{23.9}$$

Los gráficos de las funciones propias vienen dados en la fig. 23.2, *a*, y en la fig. 23.2, *b* se muestra la densidad de la probabilidad de que la partícula se encuentre a diferentes distancias de las paredes del pozo, la que es igual a $\psi^*\psi$. De los gráficos se infiere que en el estado con $n = 2$ la partícula no puede encontrarse en el centro del pozo y además con la misma frecuencia puede localizarse tanto en su parte izquierda como en la derecha. Este comportamiento de la partícula es, evidentemente, incompatible con las concepciones sobre la trayectoria. Hacemos notar que según los conceptos clásicos, todas las posiciones de la partícula en el pozo tienen la misma probabilidad.

§ 24. Cuantificación del momento de impulso

En el § 21 se señaló que en la mecánica cuántica, cada magnitud física q se confronta con el operador $\hat{Q}$ (para cada magnitud el operador se designa a su manera: para la energía $\hat{H}$, para el impulso, $\hat{\mathbf{p}}$, etc.). Resolviendo la ecuación:

$$\hat{Q}\psi = q\psi,$$

se hallan los valores propios $q_1, q_2, \ldots$ del operador $\hat{Q}$. Según uno de los postulados de la mecánica cuántica, al valorar la magnitud física q, representada por el operador $\hat{Q}$, pueden obtenerse **sólo** resultados que coincidan con los valores propios de este operador.

Son posibles los estados, para los cuales, al medir cierta magnitud q, siempre se obtiene un mismo valor q_n. Sobre aquéllos se dice que son estados en los que la magnitud q tiene un valor determinado. Sin embargo, son posibles también los estados para los cuales se obtienen, con diferente probabilidad, distintos valores propios del operador $\hat{Q}$ durante la medición. En este caso entendemos que son estados en los que la magnitud q no tiene un valor determinado.

En la mecánica cuántica se introducen cuatro operadores para el momento de impulso: el operador del cuadrado del momento $\hat{\mathbf{M}}^2$ y tres operadores de las proyecciones de éste sobre los ejes de coordenadas: $\hat{M}_x$, $\hat{M}_y$ y $\hat{M}_z$. Resulta ser que simultáneamente pueden tener valores determinados sólo el cuadrado del momento y una de las proyecciones del mismo en los ejes de coordenadas. Las otras dos proyecciones estarán, en este caso, completamente indeterminadas[1]).

[1]) La excepción es el caso $M = 0$, cuando todas las tres proyecciones del momento en los ejes x, y y z tienen valores dados iguales a cero.

Esto significa que el «vector» del momento no tiene una dirección definida y, por consiguiente, no puede ser representado, como en la mecánica clásica, con ayuda de un segmento de recta dirigido.

La solución de la ecuación:

$$\hat{\mathbf{M}}^2\psi = M^2\psi$$

es muy difícil. Por esto nos limitaremos a presentar los resultados finales: los valores propios del operador del cuadrado del momento de impulso son iguales a:

$$M^2 = l\,(l+1)\,\hbar^2 \quad (l = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots). \qquad (24.1)$$

Aquí l es un *número cuántico* denominado *azimutal*. Por consiguiente, el módulo del momento de impulso puede tener solamente valores discretos, definidos por la fórmula:

$$M = \hbar\sqrt{l\,(l+1)} \quad (l = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots). \qquad (24.2)$$

La forma del operador $\hat{M}_z$ es bastante sencilla. Por lo tanto podemos considerar la solución de la ecuación:

$$\hat{M}_z\psi = M_z\psi \qquad (24.3)$$

como un ejemplo más de cómo hallar los valores propios (el primer ejemplo fue estudiado en el parágrafo anterior, en el cual fueron determinados los valores propios de la energía para una partícula en un pozo de potencial).

En coordenadas esféricas (r, θ, φ) el operador de la proyección del momento de impulso en el eje polar z (desde el cual se registra el ángulo polar θ) tiene la forma:

$$\hat{M}_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}.$$

Por consiguiente, la ecuación (24.3) se expresará de la siguiente manera:

$$-i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} = M_z\psi. \qquad (24.4)$$

La sustitución $\psi = e^{\alpha\varphi}$ conllevará, después de reducir el factor común $e^{\alpha\varphi}$, a la ecuación algebraica:

$$-i\hbar\alpha = M_z,$$

de la que se obtiene el valor $iM_z/\hbar$ para α. Así, la solución de la ecuación (24.4) es:

$$\psi = Ce^{i(M_z/\hbar)\varphi}.$$

Para que esta función sea unívoca, es necesario que se cumpla la condición: $\psi(\varphi + 2\pi) = \psi(\varphi)$, o que

$$e^{i(M_z/\hbar)(\varphi+2\pi)} = e^{i(M_z/\hbar)\varphi}.$$

Esta condición se cumplirá, si hacemos $M_z = m\hbar$, donde m es un número entero, positivo, negativo o cero. Por consiguiente, el operador $\hat{M}_z$ tiene un espectro discreto:

$$M_z = m\hbar \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots). \tag{24.5}$$

Por causas que más adelante se aclararán, m se denomina *número cuántico magnético*. Recordemos que la cuantificación de la proyección del momento fue descubierta experimentalmente por Stern y Gerlach (véase § 56 del segundo tomo).

Por cuanto la proyección del vector no puede ser mayor que su módulo, deberá cumplirse la condición:

$$|m\hbar| \leqslant \hbar\sqrt{l(l+1)}.$$

De aquí se infiere que el valor máximo posible $|m|$ es igual a l.

Para comodidad de observación, escribamos juntos los resultados obtenidos:

$$\begin{aligned} M &= \hbar\sqrt{l(l+1)} \quad (l = 0, 1, 2, \ldots), \\ M_z &= m\hbar \quad\quad\quad\quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l). \end{aligned} \tag{24.6}$$

De estas fórmulas se deduce que $|M_z|$ es siempre menor que M. Por consiguiente, la dirección del momento de impulso no puede coincidir con la dirección escogida en el espacio. Esto concuerda con el hecho de que la dirección del momento en el espacio no está determinada.

Subrayemos que los valores de M y M_z diferentes de (24.6), no pueden ser obtenidos. Por consiguiente, los momentos de los cuerpos macroscópicos también se someten a la regla (24.6). En realidad, a consecuencia de la pequeñez de $\hbar$, no se observa en la práctica el carácter discreto de los momentos de los cuerpos macroscópicos, de manera similar a que a consecuencia de la pequeñez de la carga elemental e, no se percibe el carácter discreto de las cargas eléctricas macroscópicas.

Señalemos que de las reglas de cuantificación del momento se infiere que la constante de Planck $\hbar$ puede ser considerada como la unidad natural del momento de impulso.

El momento de impulso de un sistema formado por varias micropartículas, es igual a la suma de los momentos de las partículas aisladas. El momento total, como cualquier otro momento en gene-

ral, se define por la expresión:

$$M = \hbar \sqrt{L(L+1)}, \quad (24.7)$$

donde L es el número cuántico azimutal del momento resultante. En el caso de un sistema de dos partículas, el número L debe tener los valores:

$$L = l_1 + l_2, \ \ l_1 + l_2 - 1, \ \ldots, \ | l_1 - l_2 |, \quad (24.8)$$

donde l_1 y l_2 son números que definen los módulos de los momentos sumados por la fórmula $M_i = \hbar \sqrt{l_i (l_i + 1)}$.

Es fácil darse cuenta de que el momento resultante puede tener $2l_2 + 1$ ó $2l_1 + 1$ valores diferentes (hay que tomar el menor de los dos l).

En el caso de un sistema formado por más de dos partículas, el valor máximo del número cuántico L, evidentemente, es igual a la suma de los números l de las partículas aisladas. Para hallar el valor mínimo de L de este sistema, es necesario sumar primero los números l de dos partículas cualesquiera. Después, cada uno de los resultados obtenidos se suma con el l de una tercera partícula, etc. El menor de los números hallados con ello será el valor mínimo posible del número cuántico L. Sea, por ejemplo, $l_1 = l_2 = l_3 = 1$. Los valores posibles del momento sumatorio de la primera y la segunda partículas se definen por los números 0, 1 y 2. La suma del primero de estos resultados con $l_3 = 1$ da $L = 1$, del segundo resultado da $L = 0$, 1 y 2, del tercer resultado, $L = 1$, 2, y 3. Así, el número cuántico que define el momento resultante en el caso estudiado puede tener los valores $L = 0$, 1, 2 y 3. El valor mínimo de L resultó ser igual a cero, el máximo, como era de suponer, igual a 3 (1 + 1 + 1).

La proyección del momento resultante en cierta dirección z se define, como para cualquier otro momento en general, por la expresión:

$$M_z = m_L \hbar \quad (m_L = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm L) \quad (24.9)$$

(véase (24.6)).

El momento mecánico de una partícula cargada está ligado indisolublemente a su momento magnético (véase § 56 del segundo tomo). Los momentos magnéticos, como sabemos, interactúan unos con otros. A cada uno de los valores posibles del momento resultante le corresponde cierto valor de la energía de interacción. Cuando un campo magnético débil actúa sobre el sistema, la vinculación entre los momentos no se altera, sino que el momento resultante se proyecta en la dirección **B**. En caso de un campo suficientemente fuerte, el enlace entre los momentos se rompe y cada uno de ellos se proyecta en la dirección **B** independientemente de los demás.

§ 25. Principio de superposición

El *principio de superposición* es una de las tésis fundamentales de la mecánica cuántica. La esencia del mismo consiste en lo siguiente. Sea cierto sistema cuántico-mecánico que puede encontrarse lo mismo en el estado ψ' que en el estado ψ''. En este caso existe un estado del sistema que se describe por la función:

$$\psi = c'\psi' + c''\psi''$$

(c' y c'' son números complejos arbitrarios).

Del principio de superposición se derivan consecuencias muy importantes. Examinemos el conjunto de valores propios de cierta magnitud física q y de sus funciones propias correspondientes:

$$q_1, q_2, \ldots, q_n, \ldots$$
$$\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_n, \ldots$$

En cada uno de los estados descritos por estas funciones, la magnitud q tiene un valor determinado: en el estado ψ_1, el valor q_1; en el estado ψ_2 el valor q_2; etc. Según el principio de superposición, es posible el estado que se describe por la función:

$$\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2.$$

En este estado, la magnitud q ya no tiene un valor determinado, durante las mediciones se obtendrá el valor q_1 o el valor q_2. Las probabilidades de la aparición de estos valores son iguales a los cuadrados de los módulos de los coeficientes c_1 y c_2, o sea, la probabilidad de obtener durante las mediciones el resultado q_1 es igual a $|c_1|^2$, y la de obtener el resultado q_2 es igual a $|c_2|^2$ (se supone, como acordamos en el § 22, que las funciones ψ_1 y ψ_2 están normadas).

En la mecánica cuántica se considera que el conjunto de las funciones propias de cualquier magnitud física q forma un sistema *total*. Esto significa que la función psi de cualquier estado puede ser descompuesta en las funciones propias de esta magnitud, o sea, puede ser expresada en forma:

$$\psi = \sum_n c_n\psi_n, \tag{25.1}$$

donde c_n son números complejos que, en el caso general, no dependen de las coordenadas (para un estado que varíe con el tiempo, los coeficientes c_n dependen de t). La cantidad de sumandos en la suma es igual al número de funciones propias distintas de la magnitud q (para diferentes magnitudes este número oscila desde 2 hasta ∞).

Los cuadrados de los módulos de los coeficientes c_n dan la probabilidad de que durante las mediciones, efectuadas en el sistema que se encuentra en el estado ψ, sean obtenidos correspondientes

valores de la magnitud q. Por cuanto la suma de todas estas probabilidades deberá ser igual a la unidad, los coeficientes c_n cumplen la condición:

$$\sum_n |c_n|^2 = 1.$$

Para ψ_n normadas, esta condición siempre se cumple.

Conociendo la probabilidad de los diferentes valores de la magnitud q, puede hallarse el valor medio de esta última en el estado ψ:

$$\langle q \rangle = \sum_n |c_n|^2 q_n. \qquad (25.2)$$

En el caso de estados no estacionarios $c_n = c_n(t)$, por consiguiente, la fórmula (25.2) muestra cómo el valor medio de la magnitud q cambia con el tiempo.

§ 26. Paso de las partículas a través de una barrera de potencial

Sea una partícula que al moverse de izquierda a derecha, encuentra en su camino una barrera de potencial de altura U_0 y ancho l (fig. 26.1). Según las concepciones clásicas, el comportamiento de la partícula tiene el siguiente carácter. Si su energía es mayor que la altura de la barrera ($E > U_0$), la partícula pasa sin dificultad por encima de esta última (sólo que en el intervalo $0 \leqslant x \leqslant l$ disminuye la velocidad de la partícula, pero después, para $x > l$, recobra de nuevo su valor inicial). Si E es menor que U_0 (como se muestra en la figura), la partícula es rechazada por la barrera y vuela en dirección contraria, o sea, no puede penetrar a través de la barrera.

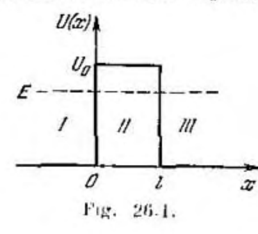


Fig. 26.1.

Completamente diferente es el comportamiento de la partícula según la mecánica cuántica. Primero, incluso cuando $E > U_0$, existe una probabilidad diferente de cero de que la partícula sea rechazada por la barrera y vuele en dirección contraria. Segundo, cuando $E < U_0$, existe una probabilidad distinta de cero de que la partícula penetre «a través» de la barrera y resulte encontrarse en el intervalo $x > l$. Tal comportamiento de la partícula, imposible desde el punto de vista de la mecánica clásica, se deriva directamente de la ecuación de Schröedinger.

Examinemos el caso $E < U_0$. A tal condición, la ecuación (21.5) tiene la forma:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0, \qquad (26.1)$$

para los intervalos I y III, y

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U_0)\psi=0, \tag{26.2}$$

para el intervalo II, además $E-U_0<0$.

Buscaremos la solución de la ecuación (26.1) en forma $\psi=e^{\lambda x}$ (véase § 52 del primer tomo). La sustitución de esta función en (26.1) conlleva a la ecuación característica:

$$\lambda^2+\frac{2m}{\hbar^2}E=0.$$

De aquí $\lambda=\pm i\alpha$, donde

$$\alpha=\frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE}. \tag{26.3}$$

De esta manera, la solución general de la ecuación (26.1) tiene la forma:

$$\begin{aligned}\psi_1&=A_1e^{i\alpha x}+B_1e^{-i\alpha x}\ \text{para el intervalo } I,\\ \psi_3&=A_3e^{i\alpha x}+B_3e^{-i\alpha x}\ \text{para el intervalo } III.\end{aligned} \tag{26.4}$$

Resolviendo la ecuación (26.2) con la sustitución $\psi=e^{\lambda x}$ obtendremos la solución general de esta ecuación en forma:

$$\psi_2=A_2e^{\beta x}+B_2e^{-\beta x}\ \text{para el intervalo } II. \tag{26.5}$$

Aquí

$$\beta=\frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)}. \tag{26.6}$$

Señalemos que a la solución de forma $e^{i\alpha x}$ le corresponde una onda que se propaga en la dirección positiva del eje x y a la solución del tipo $e^{-i\alpha x}$, una onda que se propaga en la dirección contraria. Para entenderlo, recordemos que una onda plana ordinaria (sonora, electromagnética, etc.), que se propaga en dirección creciente de x, se describe por la parte real de la expresión $e^{i(\omega t-kx)}$, y una onda, que se propaga en dirección decreciente de x, por la parte real de la expresión $e^{i(\omega t+kx)}$. A la partícula que se mueve en la dirección positiva del eje x le corresponde una función $\Psi=ae^{(i/\hbar)(px-Et)}$ (véase fórmula (21.6)). Si despreciamos en esta función el factor de tiempo, se obtiene para ψ la expresión $ae^{i(p/\hbar)x}$. Para una partícula que se mueve en la dirección contraria, se obtendrá $\psi=ae^{-i(p/\hbar)x}$.

En el intervalo III existe sólo una onda que ha penetrado a través de la barrera y se propaga de izquierda a derecha. Por esta razón, es necesario el coeficiente B_3 en la expresión (26.4) para ψ_3 hacer igual a cero. Para hallar los demás coeficientes utilizaremos las condiciones que debe cumplir la función ψ. Para que ψ sea continua en todo el intervalo de variación de x, desde $-\infty$ hasta $+\infty$, deberán cumplirse las condiciones: $\psi_1(0)=\psi_2(0)$ y $\psi_2(l)=\psi_3(l)$. Para que

ψ sea suave, o sea que no tenga puntos de inflexión, deben cumplirse las condiciones: $\psi_1'(0) = \psi_2'(0)$ y $\psi_2'(l) = \psi_3'(l)$. De estas últimas se deducen las relaciones:

$$\begin{aligned} A_1 + B_1 &= A_2 + B_2, \\ A_2 e^{\beta l} + B_2 e^{-\beta l} &= A_3 e^{i\alpha l}, \\ i\alpha A_1 - i\alpha B_1 &= \beta A_2 - \beta B_2, \\ \beta A_2 e^{\beta l} - \beta B_2 e^{-\beta l} &= i\alpha A_3 e^{i\alpha l}. \end{aligned} \tag{26.7}$$

Dividamos todas las ecuaciones entre A_1 e introduzcamos las designaciones:

$$b_1 = \frac{B_1}{A_1}, \quad a_2 = \frac{A_2}{A_1}, \quad b_2 = \frac{B_2}{A_1}, \quad a_3 = \frac{A_3}{A_1},$$

y también

$$n = \frac{\beta}{\alpha} = \sqrt{\frac{U_0 - E}{E}}. \tag{26.8}$$

Entonces las ecuaciones (26.7) adquirirán la forma:

$$\begin{aligned} 1 + b_1 &= a_2 + b_2, \\ a_2 e^{\beta l} + b_2 e^{-\beta l} &= a_3 e^{i\alpha l}, \\ i - ib_1 &= na_2 - nb_2, \\ na_2 e^{\beta l} - nb_2 e^{-\beta l} &= ia_3 e^{i\alpha l}. \end{aligned} \tag{26.9}$$

La relación entre los cuadrados de los módulos de las amplitudes de la onda reflejada y la incidente

$$R = \frac{|B_1|^2}{|A_1|^2} = |b_1|^2$$

define la probabilidad de que la partícula sea rechazada por la barrera de potencial y puede ser denominada *coeficiente de rechazo.*

La relación entre los cuadrados de los módulos de las amplitudes de la onda que ha pasado a través de la barrera y de la incidente

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = |a_3|^2 \tag{26.10}$$

define la probabilidad de que pase una partícula a través de la barrera y puede ser denominada *coeficiente de penetrabilidad* (o *coeficiente de transparencia*).

Nos interesará solamente el paso de partículas a través de la barrera y nos limitaremos a determinar la magnitud D. Claro que al haber encontrado D es fácil hallar R, por cuanto estos coeficientes están enlazados por una relación evidente $R + D = 1$.

Multipliquemos la primera de las ecuaciones (26.9) por i y sumémosla con la tercera. Como resultado obtendremos:

$$2i = (n + i)\, a_2 - (n - i)\, b_2. \qquad (26.11)$$

Ahora multipliquemos la segunda de las ecuaciones (26.9) por i y restémosla de la cuarta. Tendremos:

$$(n - i)\, e^{\beta l} a_2 - (n + i)\, e^{-\beta l} b_2 = 0. \qquad (26.12)$$

Resolviendo conjuntamente las ecuaciones (26.11) y (26.12) hallaremos que:

$$a_2 = \frac{2i\,(n+i)\,e^{-\beta l}}{(n+i)^2\,e^{-\beta l} - (n-i)^2\,e^{\beta l}},$$

$$b_2 = \frac{2i\,(n-i)\,e^{\beta l}}{(n+i)^2\,e^{-\beta l} - (n-i)^2\,e^{\beta l}}.$$

Finalmente, sustituyendo los valores obtenidos de a_2 y b_2 en la segunda de las ecuaciones (26.9), obtendremos para a_3 la expresión:

$$a_3 = \frac{4ni}{(n+i)^2\,e^{-\beta l} - (n-i)^2\,e^{\beta l}}\, e^{-i\alpha l}.$$

La magnitud:

$$\beta l = \frac{\sqrt{2m\,(U_0 - E)}}{\hbar}\, l$$

es frecuentemente mucho mayor que la unidad. Por esta razón, en el denominador de la expresión para a_3 puede ser despreciado el sumando que contiene el factor $e^{-\beta l}$, en comparación con aquel que contiene $e^{\beta l}$ (los números complejos $n + i$ y $n - i$ tienen el mismo módulo). De tal forma puede escribirse:

$$a_3 \approx -\frac{4ni e^{-i\alpha l}}{(n-i)^2}\, e^{-\beta l}$$

Según (26.10), el cuadrado del módulo de esta magnitud da la probabilidad de que la partícula pase a través de la barrera de potencial. Teniendo en cuenta que $|\, n - i \,| = \sqrt{n^2 + 1}$, obtendremos:

$$D = |\, a_3 \,|^2 \approx \frac{16n^2}{(n^2+1)^2}\, e^{-2\beta l},$$

donde

$$n^2 = \frac{U_0 - E}{E} = \frac{U_0}{E} - 1$$

(véase la fórmula (26.8)).

La expresión $16n^2/(n^2+1)^2$ tiene un valor del orden de la unidad [1]). Por esta razón puede considerarse que:

$$D \approx e^{-2\beta l} = e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)}\,l}. \qquad (26.13)$$

De esta última expresión se infiere que la probabilidad de que la partícula pase a través de una barrera de potencial depende en gran medida del ancho l de la barrera y de su superioridad sobre E, o sea de $U_0 - E$. Si para cierto ancho de la barrera el coeficiente de penetrabilidad D es igual a 0,01, a un ancho doble D será igual a $0{,}01^2 = 0{,}0001$, o sea, disminuirá 100 veces. Este mismo efecto sería provocado por el aumento en cuatro veces de la magnitud $U_0 - E$. El coeficiente de penetrabilidad disminuye bruscamente con el aumento de la masa m de la partícula.

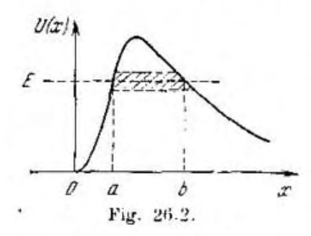


Fig. 26.2.

El cálculo correspondiente da que en el caso de una barrera de potencial de forma arbitraria (fig. 26.2) la fórmula (26.13) debe ser sustituida por otra más general:

$$D \approx e^{-\frac{2}{\hbar}\int_a^b \sqrt{2m(U-E)}\,dx}, \qquad (26.14)$$

donde $U = U(x)$.

Al superar la barrera de potencial, la partícula hace como si pasara por un túnel en la misma (véase la zona sombreada en la fig. 26.2), razón por la que dicho fenómeno se denomina *efecto túnel*.

Desde el punto de vista clásico, el efecto túnel es un absurdo, ya que la partícula que se encuentra en el túnel debiese poseer una energía cinética negativa (en el túnel $E < U$). Sin embargo, el efecto túnel es un fenómeno específicamente cuántico, que no tiene análogo en la física clásica. En la mecánica cuántica, la división de la energía en cinética y potencial no tiene sentido ya que contradice el principio de incertidumbre. En realidad, el hecho de que la partícula tenga determinada energía cinética T sería equivalente a que la misma tuviese un determinado impulso p. De la misma manera, la afirmación de que la partícula tenga una energía potencial U determinada significaría que la misma se encuentra en un lugar exactamente fijado del espacio. Por cuanto la coordenada y el impulso de la partícula no pueden tener simultáneamente valores

[1]) La función $16x/(x+1)^2$ tiene un máximo igual a 4 para $x = 1$. En el intervalo de valores de x desde 0,03 hasta 30, los valores de la función están en los límites desde 0,5 hasta 4.

determinados, U y T tampoco lo pueden. De esta manera, aunque la energía total E de la partícula tiene un valor completamente definido, no puede ser expresada en forma de suma de energías U y T exactamente determinadas. Queda claro que en este caso la conclusión de que «dentro» del túnel T es negativa, carece de sentido.

§ 27. Oscilador armónico

Se denomina oscilador armónico la partícula que realiza un movimiento unidimensional bajo el efecto de una fuerza seudoelástica $F = -kx$. La energía potencial de esta partícula tiene la forma:

$$U = \frac{kx^2}{2}. \qquad (27.1)$$

La frecuencia propia del oscilador armónico clásico es igual a $\omega = \sqrt{k/m}$, donde m es la masa de la partícula (véase § 58 del primer tomo). Expresando en la fórmula (27.1) k por m y ω obtendremos:

$$U = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

En el caso unidimensional $\nabla^2\psi = d^2\psi/dx^2$. Por esto la ecuación de Schroedinger (véase (21.5)) para el oscilador tiene la siguiente forma:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - \frac{m\omega^2 x^2}{2}\right)\psi = 0 \qquad (27.2)$$

Fig. 27.1.

(E es la energía total del oscilador). En la teoría de las ecuaciones diferenciales se demuestra que la ecuación (27.2) tiene soluciones finitas, continuas y unívocas para los valores del parámetro E iguales a:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \quad (n = 0, 1, 2, \ldots). \qquad (27.3)$$

En la fig. 27.1 viene dado el esquema de los niveles energéticos de un oscilador armónico. Para mayor claridad, los niveles han sido inscritos en una curva de energía potencial. No obstante se debe tener en cuenta que en la mecánica cuántica, la energía total no puede ser expresada como una suma de valores exactamente definidos de energías T y U (véase el último párrafo del parágrafo anterior).

Los niveles de energía del oscilador armónico son equidistantes, o sea, están situados a la misma distancia uno de otro. El valor mínimo posible de la energía es igual a $E_0 = {}^1/_2\hbar\omega$. Este valor se

denomina *energía nula*. La existencia de esta última se corrobora por los experimentos sobre la difusión de la luz en los cristales a bajas temperaturas. Resulta que la intensidad de la luz difusa a medida que disminuye la temperatura no tiende a cero, sino a cierto valor finito que indica, que incluso a cero absoluto, la oscilación de los átomos en la rejilla cristalina no cesa.

La mecánica cuántica permite calcular las probabilidades de diferentes transiciones en un sistema cuántico de un estado a otro. Semejantes cálculos muestran que para un oscilador armónico son posibles sólo transiciones entre los niveles energéticos vecinos. En este caso el número cuántico n varía en la unidad:

$$\Delta n = \pm 1. \qquad (27.4)$$

Las condiciones que se imponen a las variaciones de los números cuánticos durante la transición del sistema de un estado a otro se denominan *reglas de selección*. De esta manera, para el oscilador armónico existe una regla de selección que se expresa por la fórmula (27.4).

De la regla (27.4) se infiere que la energía del oscilador armónico puede variar solamente en porciones $\hbar\omega$. Este resultado obtenido de forma natural en la mecánica cuántica, coincide con la suposición, bastante ajena a la mecánica clásica, que tuvo que hacer Planck para calcular el poder emisivo del cuerpo negro (véase § 7). Señalemos que Planck supuso que la energía del oscilador armónico debía ser un múltiplo entero de $\hbar\omega$. En realidad, existe además la energía nula, cuya existencia fue establecida sólo después de creada la mecánica cuántica.

CAPÍTULO V

FÍSICA ATÓMICA Y MOLECULAR

§ 28. Átomo de hidrógeno

Examinemos un sistema formado por un núcleo inmóvil de carga Ze (Z es un número entero) y un electrón que gira alrededor del mismo. Para $Z > 1$ este sistema se denomina ion semejante al hidrógeno, para $Z = 1$ representa un átomo de hidrógeno.

La energía potencial del electrón es igual a:

$$U = -\frac{Ze^2}{r}$$

(r es la distancia entre el electrón y el núcleo). Por consiguiente, la ecuación de Schroedinger tiene la forma:

$$\nabla^2\psi + \frac{2m_e}{\hbar^2}\left(E + \frac{Ze^2}{r}\right)\psi = 0 \qquad (28.1)$$

(m_e es la masa del electrón).

El campo, en el que se mueve el electrón es simétrico centrado. Por esta razón, es conveniente utilizar un sistema de coordenadas esféricas: r, θ, φ. Sustituyendo en (28.1) la expresión para el operador de Laplace en coordenadas esféricas, llegamos a la ecuación:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{sen}\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\operatorname{sen}\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{sen}^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + \frac{2m_e}{\hbar^2}\left(E + \frac{Ze^2}{r}\right)\psi = 0. \qquad (28.2)$$

Se puede mostrar que la ecuación (28.2) tiene las soluciones requeridas (o sea, finitas, unívocas y continuas) en los siguientes casos: 1) para cualesquiera valores positivos de E; 2) para valores de energía discretos negativos e iguales a:

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2}\frac{Z^2}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3 \ldots) \qquad (28.3)$$

El caso $E > 0$ corresponde a un electrón que pasa cerca del núcleo para alejarse después al infinito y el caso $E < 0$, a un electrón enlazado con el núcleo. La comparación con (17.5) muestra que la mecánica cuántica conlleva a los mismos valores de energía del átomo de hidrógeno, que la teoría de Bohr. Sin embargo, en la mecánica cuántica, éstos se obtienen a consecuencia de los principios fundamentales de esta ciencia, mientras que Bohr para llegar a este resultado tuvo que introducir suposiciones especiales complementarias.

Las funciones propias de la ecuación (28.2) contienen tres parámetros de valores enteros n, l y m:

$$\psi = \psi_{n,l,m}(r, \theta, \varphi). \tag{28.4}$$

El parámetro n se denomina *número cuántico principal* y coincide con el número del nivel de energía (véase fórmula (28.3)). Los parámetros l y m son los números cuánticos azimutal y magnético, que definen según la fórmula (24.6) el módulo del momento de impulso y la proyección del momento en cierta dirección z.

Las soluciones que satisfacen las condiciones estándares se obtienen sólo para los valores de l que no sobrepasen $n - 1$. Por consiguiente, para un n dado, el número cuántico l puede tener n diferentes valores:

$$l = 0, 1, 2, \ldots, n - 1.$$

Para un l dado, el número cuántico m puede tener $2l + 1$ diferentes valores:

$$m = -l, -l + 1, \ldots, -1, 0, +1, \ldots, l - 1, l$$

(véanse las fórmulas (24.6)).

Según (28.3), la energía del electrón depende solamente del número cuántico principal n. Por consiguiente, a cada valor propio de la energía E_n (excepto E_1) le corresponden varias funciones propias ψ_{nlm} que se diferencian por los valores de los números cuánticos l y m. Esto significa que el átomo de hidrógeno puede tener

Tabla 28.1

Nivel de energía E_n	Función psi ψ_{nlm}	Valor de		
		n	l	m
E_1	ψ_{100}	1	0	0
E_2	ψ_{200}	2	0	0
	ψ_{21-1}	2	1	−1
	ψ_{210}	2	1	0
	ψ_{21+1}	2	1	+1
E_3	ψ_{300}	3	0	0
	ψ_{31-1}	3	1	−1
	ψ_{310}	3	1	0
	ψ_{31+1}	3	1	+1
	ψ_{32-2}	3	2	−2
	ψ_{32-1}	3	2	−1
	ψ_{320}	3	2	0
	ψ_{32+1}	3	2	+1
	ψ_{32+2}	3	2	+2

un mismo valor de energía encontrándose en varios estados diferentes. En la tabla 28.1 se dan los estados correspondientes a los tres primeros niveles de energía.

Los estados de igual energía se denominan estados *degenerados*, y el número de diferentes estados con un cierto valor de energía se nombra *grado de degeneración* del nivel energético correspondiente.

El grado de degeneración de los niveles del hidrógeno es fácil de calcular partiendo de los valores posibles para l y m. A cada uno de los n valores del número cuántico l le corresponden $2l + 1$ valores del número cuántico m. Por consiguiente, el número de estados diferentes que corresponden a un n dado es igual a

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2.$$

Así pues, el grado de degeneración de los niveles energéticos del átomo de hidrógeno es igual a n^2 (véase la tabla 28.1).

Los estados con distintos valores del número cuántico azimutal l se diferencian por la magnitud del momento de impulso. En la física atómica se aplican, para los estados del electrón con valores diferentes del momento de impulso, símbolos convencionales tomados de la espectroscopia. El electrón que se encuentre en un estado con $l = 0$ se denomina electrón s (el estado respectivo se llama estado s), con $l = 1$, electrón p, con $l = 2$, electrón d, con $l = 3$, electrón f, luego van g, h, etc. en orden alfabético. El valor del número cuántico principal se señala delante del símbolo convencional del número cuántico l. De esta manera, un electrón en el estado con $n = 3$ y $l = 1$ se designa por el símbolo $3p$, etc.

Por cuanto l es siempre menor que n, son posibles los siguientes estados para el electrón:

$$\begin{aligned} &1s, \\ &2s,\ 2p, \\ &3s,\ 3p,\ 3d, \\ &4s,\ 4p,\ 4d,\ 4f, \end{aligned}$$

etc,

Se hubiese podido representar el esquema de los niveles tal y como se hizo en el § 17 (véase la fig. 17.1). Sin embargo, es mucho más cómodo utilizar el esquema presentado en la fig. 28.1. En el mismo está reflejada la degeneración de los niveles (aunque parcialmente), además se tiene una serie de ventajas sustanciales que pronto serán evidentes.

Sabemos que la emisión y la absorción de la luz se realiza al pasar el electrón de un nivel a otro. En la mecánica cuántica se demuestra que para el número cuántico azimutal l existe la regla

de selección:

$$\Delta l = \pm 1. \tag{28.5}$$

Esto significa que son posibles sólo aquellas transiciones para las cuales l varía en la unidad. La regla (28.5) está condicionada por el hecho de que el fotón tiene un momento de impulso propio (espín [1]) aproximadamente igual a $\hbar$ (en adelante precisaremos su significado). Al ser emitido, el fotón se lleva del átomo este momento, y al ser absorbido lo aporta, de manera que la regla de selección (28.5) es sencillamente una consecuencia de la ley de la conservación del momento de impulso.

En la fig. 28.1 vienen dadas las transiciones permitidas por la regla (28.5). Utilizando los símbolos convencionales de los estados del electrón, pueden escribirse las transiciones que conllevan a la aparición de la serie de Lyman en forma:

$$np \to 1s \quad (n = 2, 3, \ldots).$$

A la serie de Balmer le corresponden las transiciones:

$$ns \to 2p \quad \text{y} \quad nd \to 2p \quad (n = 3, 4, \ldots),$$

etc.

El estado fundamental del átomo de hidrógeno es el $1s$. En el mismo el átomo tiene una energía mínima y para llevarlo a un estado excitado (o sea de mayor energía) es necesario comunicarle energía. Esto puede verificarse a cuenta de las colisiones térmicas de los átomos (por esta razón, los cuerpos calentados resplandecen, o sea, los átomos emiten luz al regresar del estado excitado al fundamental) o a cuenta del choque del átomo con un electrón suficientemente rápido, o de la absorción de un fotón por el átomo.

El fotón desaparece al ser absorbido por el átomo, transmitiéndole a éste toda su energía. El átomo no puede absorber sólo una parte del fóton ya que este último, al igual que el electrón y otras partículas elementales, es indivisible. Por esto, en ausencia de procesos polifotónicos (véase § 44), el átomo puede absorber sólo aquellos fotones cuya energía corresponde exactamente [2] a la diferencia de energía de dos de sus niveles. Por cuanto el átomo que absorbe se encuentra frecuentemente en su estado fundamental, el espectro de absorción del átomo de hidrógeno deberá estar formado por líneas que correspondan a las transiciones:

$$1s \to np \quad (n = 2, 3, \ldots).$$

Este resultado se halla en completo acuerdo con el experimento.

Las funciones propias de la ecuación (28.2) se descomponen en dos factores, uno de los cuales depende sólo de r, y el otro de los

---

[1] Sobre el espín hablaremos en el § 31.

[2] Más exactemente, con una precisión hasta una pequeña corrección que será introducida en el § 30.

ángulos θ y φ solamente:

$$\psi_{nlm} = R_{nl}(r)\, Y_{lm}(\theta, \varphi). \tag{28.6}$$

El factor $R_{nl}(r)$ es real y depende de los números cuánticos n y l,

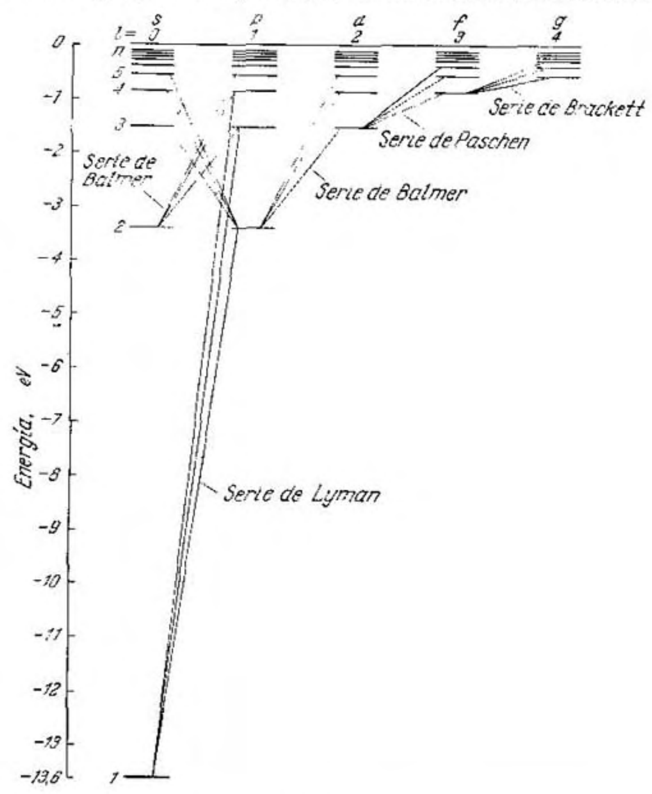


Fig. 28.1.

el factor $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ es complejo y depende de los números cuánticos l y m.

$Y_{lm}(\theta, \varphi)$ es la función propia del operador del cuadrado del momento de impulso. Para los estados s del electrón (o sea para los

estados con un momento de impulso igual a cero) ésta es constante, de forma que la función psi del tipo ψ_{n00} depende sólo de r.

El elemento de volumen en el sistema de coordenadas esféricas igual a $dV = r^2 \operatorname{sen}\theta\, dr d\theta\, d\varphi$ puede ser expresado en forma $dV = r^2\, dr d\Omega$, donde $d\Omega = \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\varphi$ es un elemento del ángulo sólido. Por esta razón, la condición de normación de las funciones (28.6) puede ser escrita:

$$\int \psi^*_{nlm}\psi_{nlm}\, dV = \int_0^\infty R^2_{nl} r^2\, dr \int_{(4\pi)} Y^*_{lm} Y_{lm}\, d\Omega = 1 \qquad (28.7)$$

(la integral respecto a $d\Omega$ se resuelve para el ángulo sólido completo igual a 4π). Las funciones propias del operador $\hat{\mathbf{M}}^2$ se suponen normadas, eso significa que

$$\int_{(4\pi)} Y^*_{lm} Y_{lm}\, d\Omega = 1. \qquad (28.8)$$

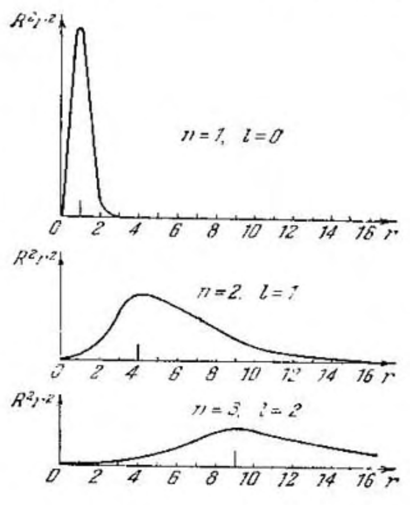


Fig. 28.2.

Por consiguiente, de (28.7) se infiere que la condición de normación de la función $R_{nl}(r)$ es:

$$\int_0^\infty R^2_{nl} r^2\, dr = 1. \qquad (28.9)$$

La probabilidad de localizar el electrón en el elemento de volumen $dV = r^2 \operatorname{sen}\theta\, dr d\theta\, d\varphi = r^2\, dr d\Omega$ se define por la expresión:

$$dP_{r,\theta,\varphi} = R^2_{nl} r^2\, dr Y^*_{lm} Y_{lm}\, d\Omega.$$

Al integrar esta expresión para el ángulo sólido completo 4π, hallaremos la probabilidad dP_r de que el electrón se encuentre en una capa esférica delgada de radio r y espesor dr:

$$dP_r = R^2_{nl} r^2\, dr \int_{(4\pi)} Y^*_{lm} Y_{lm}\, d\Omega.$$

Teniendo en cuenta la condición (28.8) obtendremos que:

$$dP_r = R^2_{nl} r^2\, dr. \qquad (28.10)$$

De la fórmula (28.10) se infiere que la expresión $R_{nl}^2 r^2$ es la densidad de la probabilidad de que el electrón se encuentre a una distancia r del núcleo. En la fig. 28.2 se muestran los gráficos de la densidad de la probabilidad para el átomo de hidrógeno ($Z = 1$) para los estados: 1) $n = 1$, $l = 0$; 2) $n = 2$, $l = 1$; 3) $n = 3$, $l = 2$. El radio de Bohr r_0 (véase (17.4)) ha sido tomado como unidad de escala para el eje r. Los radios de las correspondientes órbitas de Bohr han sido señalados en el gráfico por líneas verticales largas. Del gráfico es evidente que estos radios coinciden con las distancias más probables entre electrón y el núcleo.

§ 29. Espectros de los metales alcalinos

Los espectros de emisión de los átomos de metales alcalinos, de forma similar al átomo de hidrógeno, están formados por varias series de líneas, las más intensas de las cuales se denominan: *principal*, *nítida*, *difusa* y *fundamental* (o serie de Bergmann). Estas denominaciones tienen el siguiente origen. La serie principal fue denominada así, porque se observa también durante la absorción. Por consiguiente, la misma corresponde a la transición del átomo al estado fundamental. Las series nítida y difusa están formadas por líneas intensas y borrosas (difusas) respectivamente. La serie de Bergmann fue denominada fundamental por su similitud con las series del hidrógeno.

Las líneas de las series del átomo de Na pueden representarse como transiciones entre los niveles energéticos mostrados en la fig. 29.1. Este esquema difiere del mismo de los niveles del átomo de hidrógeno (véase la fig. 28.1) por el hecho de que niveles análogos en diferentes series se encuentran a distintas alturas. No obstante, ambos manifiestan una gran similitud que fundamenta la suposición de que los espectros de los metales alcalinos se emiten durante las transiciones del electrón más periférico (llamado electrón *de valencia* u *óptico*) de un nivel a otro.

En la fig. 29.1 se aprecia que la energía de cierto estado depende, además del número cuántico n, del hecho, en qué serie cae el término dado, o sea, del número de serie del término. En el esquema de los niveles del átomo de hidrógeno, diferentes series de términos (con niveles que coinciden por su altura) se diferencian por los valores del momento de impulso del electrón. Es natural suponer que distintas series de términos de los metales alcalinos también se diferenciarán por los valores del momento de impulso del electrón de valencia. Por cuanto los niveles de diferentes series en este caso se encuentran a distintas alturas, se debe aceptar que la energía del electrón de valencia en el átomo de un metal alcalino depende de la magnitud de su momento de impulso (lo que no se observa para el hidrógeno).

La suposición acerca de la dependencia entre la energía del electrón de valencia en los átomos alcalinos y el número cuántico l (o sea, del valor M) se corrobora por los cálculos cuántico-mecánicos. En los átomos más complejos que el hidrógeno, puede considerarse que cada uno de los electrones se mueve en el campo promediado

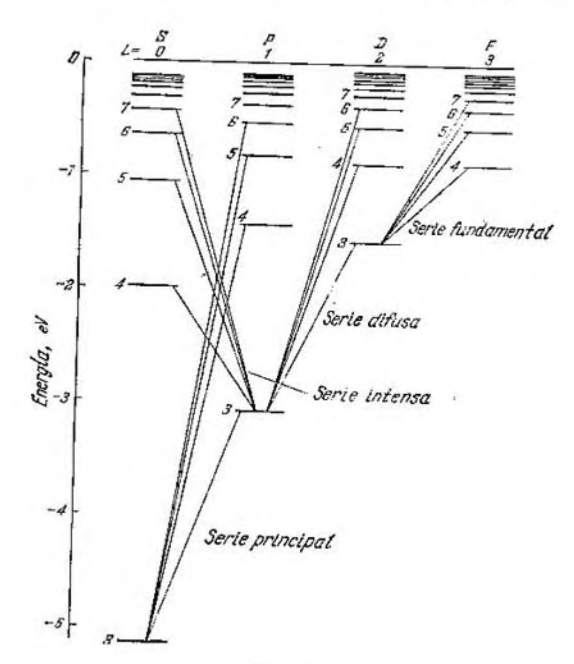


Fig. 29.1.

del núcleo y de los demás electrones. Este campo ya no será colombiano (es decir proporcional a $1/r^2$), pero tendrá simetría centrada (depende sólo de r). En realidad, la carga del núcleo, en dependencia del grado de penetración del electrón en las profundidades del átomo se apantalla, para este electrón, en mayor o menor grado con los otros electrones, de manera que la carga efectiva que actúa sobre el mismo no será constante. Al mismo tiempo, por cuanto los electrones se mueven en el átomo a velocidades inmensas, el campo promediado con respecto al tiempo puede considerarse simétrico centrado.

La solución de la ecuación de Schroedinger para un electrón que gravita en un campo simétrico centrado no colombiano, da un resultado análogo al que se obtiene para el átomo de hidrógeno, con la diferencia de que los niveles energéticos dependen no sólo del número cuántico n, sino que también del número cuántico l:

$$E = E_{nl}.$$

De esta manera, se elimina la degeneración por l. La diferencia de energía entre los estados con distintos l e iguales n no es tan grande en general, como entre los estados con diferentes n. Al aumentar l, la energía de los niveles con iguales n crece.

El momento de impulso total del átomo es la suma de los momentos de todos los electrones que componen el mismo. El valor del momento resultante se define por el número cuántico L (véase el § 24). A cada columna de niveles en la fig. 29.1 le corresponde su propio valor de L.

Los símbolos S, P, D, F utilizados en el esquema 29.1 son las iniciales de los nombres de las series en inglés: sharp-nítida, principal-principal, diffuse-difusa, fundamental—fundamental. Cada una de las series surge a cuenta de las transiciones desde niveles que pertenecen a la serie respectiva. Después de que fue aclarado que diferentes series de niveles se diferencian por el valor del número cuántico L, los símbolos S, P, D, F (o s, p, d, f) fueron empleados para designar los estados con los valores correspondientes de L (o l).

Las investigaciones de los espectros ópticos de los iones de los metales alcalinos mostraron que el momento de impulso del «residuo» del átomo (o sea, del núcleo y los demás electrones excepto el electrón de valencia menos ligado, el cual se aleja durante la ionización) es igual a cero. Por consiguiente, el momento del átomo de un metal alcalino es igual al momento de su electrón de valencia, y el L del átomo coincide con el l de este electrón.

Para l del electrón de valencia en los átomos de los metales alcalinos se cumple la misma regla de selección que para el l del electrón del átomo de hidrógeno (véase fórmula (28.5)).

Al excitarse el átomo de un metal alcalino y emitir luz, varía sólo el estado del electrón de valencia. Por esto el esquema de niveles del átomo alcalino puede ser considerado idéntico al de los niveles del electrón de valencia [1]).

Designemos los términos correspondientes a las columnas de niveles insertados en la fig. 29.1 con las letras S, P, D, F, por los símbolos nS, nP, nD y nF. Según la fórmula (12.6), la frecuencia de la línea espectral es igual a la diferencia de los términos de los

[1]) Las causas por las cuales le asignamos al nivel fundamental del electrón de valencia del átomo de Na un número cuántico fundamental igual a 3 (véase fig. 29.1) se aclararán más adelante.

estados final e inicial. Por consiguiente, las líneas espectrales del sodio pueden ser expresadas de la siguiente forma:

$$\begin{array}{lll} \text{serie nítida} & \omega = 3P - nS & (n = 4, 5, \ldots), \\ \text{serie principal} & \omega = 3S - nP & (n = 3, 4, \ldots), \\ \text{serie difusa} & \omega = 3P - nD & (n = 3, 4, \ldots), \\ \text{serie fundamental} & \omega = 3D - nF & (n = 4, 5, \ldots). \end{array} \tag{29.1}$$

Ya a finales del siglo pasado, Rydberg determinó que los términos de los metales alcalinos (con un alto grado de precisión) pueden ser expresados con ayuda de la fórmula empírica:

$$T(n) = \frac{R}{(n+\alpha)^2}. \tag{29.2}$$

Aquí R es la constante de Rydberg (véase (12.3)), n, el número cuántico principal y α, un número fraccionario que se denomina *corrección de Rydberg*. Esta corrección tiene un valor constante para una serie de términos dada. Es usual designarla por la misma letra con la que se designa el nivel de los términos correspondientes: con la letra s para los términos S, con la letra p para los términos P, etc. Los valores de las correcciones se establecen experimentalmente. Para distintos metales alcalinos, éstos son diferentes. Para el sodio:

$$s = -1{,}35, \quad p = -0{,}87, \quad d = -0{,}01, \quad f = 0{,}00. \tag{29.3}$$

Señalemos que el término (29.2) difiere del mismo del átomo de hidrógeno (véase (12.5)) solamente por la presencia de la corrección α. Para los términos F esta última es igual a cero. Por esto la serie fundamental (que surge por las transiciones desde los niveles F) es semejante a la del hidrógeno.

Colocando las expresiones empíricas en la relación (29.1) obtendremos las fórmulas siguientes para la frecuencia de las series espectrales del sodio:

$$\begin{array}{lll} \text{serie nítida} & \omega = \frac{R}{(3+p)^2} - \frac{R}{(n+s)^2} & (n = 4, 5, \ldots), \\ \text{serie principal} & \omega = \frac{R}{(3+s)^2} - \frac{R}{(n+p)^2} & (n = 3, 4, \ldots), \\ \text{serie difusa} & \omega = \frac{R}{(3+p)^2} - \frac{R}{(n+d)^2} & (n = 3, 4, \ldots), \\ \text{serie fundamental} & \omega = \frac{R}{(3+d)^2} - \frac{R}{(n+f)^2} & (n = 4, 5, \ldots). \end{array}$$

Las correcciones s, p, d, f en estas fórmulas tienen los valores (29.3).

§ 30. Ancho de las líneas espectrales

El átomo puede pasar espontáneamente de un estado excitado a uno energéticamente más bajo. El tiempo τ durante el cual el número de átomos que se encuentran en un estado dado de excitación disminuye e se veces denomina *tiempo de vida* del estado excitado[1]).

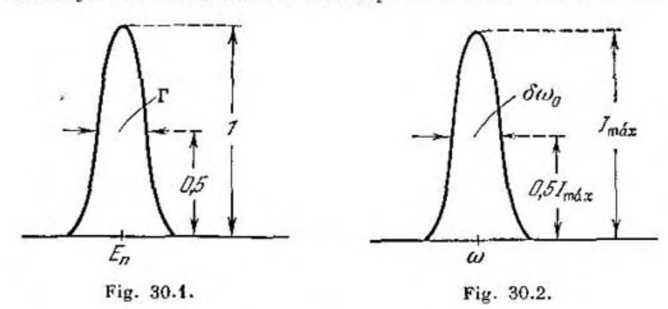


Fig. 30.1. Fig. 30.2.

El tiempo de vida de los estados excitados de los átomos tiene un orden de los 10^{-8}—10^{-9} s. El tiempo de vida de los estados metaestables puede ser hasta de varias décimas de segundo.

La posibilidad de las transiciones espontáneas indica el hecho de que los estados excitados no pueden ser considerados estrictamente estacionarios. En correspondencia con esto, la energía de un estado excitado no está definida exactamente y los niveles energéticos excitados tienen un ancho finito Γ (fig. 30.1). La incertidumbre de la energía Γ está relacionada con el tiempo de vida τ del estado por la fórmula $\Gamma\cdot\tau \sim \hbar$. Por consiguiente, el ancho del nivel se define por la expresión:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} \qquad (30.1)$$

(escribimos el signo de igualdad para precisar).

El estado fundamental del átomo es estacionario (no pueden ocurrir transiciones desde el mismo hacia otros estados). Por esto, la energía del estado fundamental está bien definida.

A consecuencia del ancho finito de los niveles excitados, la energía de los fotones emitidos por los átomos tiene una dispersión que se describe por la curva presentada en la fig. 30.1. Por consiguiente, la

[1]) El tiempo de vida definido de esta forma coincide con el tiempo medio que los átomos permanecen en un estado excitado.

línea espectral (fig. 30.2) tiene un ancho finito[1]

$$\delta\omega_0 = \frac{\Gamma}{\hbar} = \frac{1}{\tau}. \tag{30.2}$$

Tomando $\tau \sim 10^{-8}$ s, obtendremos un valor del orden de los 10^8 s^{-1} para $\delta\omega_0$.

El intervalo de frecuencias $\delta\omega_0$ está relacionado con el de longitudes de onda $\delta\lambda_0$ por la expresión:

$$\delta\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega^2}\,\delta\omega_0 = \frac{\lambda}{\omega}\,\delta\omega_0 = \frac{\lambda^2}{2\pi c}\,\delta\omega_0 \tag{30.3}$$

(hemos omitido el signo menos). Sustituyendo $\lambda = 5000$ Å y $\delta\omega_0 = 10^8$ s^{-1}, obtendremos para $\delta\lambda_0$ un valor del orden de los 10^{-4} Å.

Las expresiones (30.2) y (30.3) definen el llamado *ancho natural* de la línea espectral. Este se caracteriza por los valores

$$\delta\omega_0 \sim 10^8 \text{ s}^{-1}; \quad \delta\lambda_0 \sim 10^{-4} \text{ Å}. \tag{30.4}$$

El movimiento térmico de los átomos emisores conlleva al llamado *ensanchamiento de Doppler* de las líneas espectrales. Sea un átomo que tiene un impulso $\mathbf{p}_0$ y la correspondiente energía del movimiento de traslación $p_0^2/2m_a$ (m_a es la masa del átomo) en el momento de emitir un fotón. Este último se lleva un impulso $\hbar\mathbf{k}$ igual por su módulo a $\hbar\omega/c$. Por esta razón, el impulso del átomo varía, haciéndose igual a $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 - \hbar\mathbf{k}$. Por consiguiente, cambia también la energía del movimiento de traslación del átomo. El mismo recibe una energía de rechazo igual a:

$$E_{\text{rech}} = \frac{(\mathbf{p}_0 - \hbar\mathbf{k})^2}{2m_a} - \frac{\mathbf{p}_0^2}{2m_a} = \frac{(\hbar\mathbf{k})^2}{2m_a} - \frac{\mathbf{p}_0\hbar\mathbf{k}}{m_a}. \tag{30.5}$$

Sustituyamos k por ω/c. Además tengamos en cuenta que $\mathbf{p}_0/m_a$ es la velocidad $\mathbf{v}_0$ del átomo antes de la emisión. Como resultado, la expresión (30.5) tomará la forma:

$$E_{\text{rech}} = \frac{(\hbar\omega)^2}{2m_a c^2} - \frac{v_0}{c}\,\hbar\omega\cos\alpha, \tag{30.6}$$

donde α es el ángulo entre los vectores $\mathbf{p}_0$ y $\mathbf{k}$, o sea entre las direcciones del movimiento del átomo y de emisión del fotón.

Designemos la disminución de la energía interna del átomo por ΔE_{nm}, o sea a través de la diferencia $E_n - E_m$, donde E_n y E_m son los valores de energía de los niveles entre los cuales se realiza la transición. A base de la ley de la conservación de la energía, ΔE_{nm} debe ser igual a la suma de las energías del fotón y la de rechazo

[1] El ancho de la línea espectral $\delta\omega$ se define como la diferencia de frecuencias a las que corresponde una intensidad igual a la mitad de la intensidad en el máximo. Por esta razón, la magnitud $\delta\omega$ es denominada a veces *semiancho* de la línea espectral. Utilizaremos el término «ancho de la línea».

que adquiere el átomo al emitir:

$$\Delta E_{nm} = \hbar\omega + E_{rech}. \tag{30.7}$$

Si los átomos no sufrieran un rechazo durante la emisión, los mismos emitirían fotones de frecuencia ω_0. El valor de esta frecuencia se obtiene de la relación:

$$\hbar\omega_0 = \Delta E_{nm}. \tag{30.8}$$

Señalemos que en los parágrafos anteriores por ω se entendía ω_0.

La energía de rechazo para la luz visible es aproximadamente 10^{-11} de la energía del fotón emitido. Para los cuantos γ con $\hbar\omega = 100$ KeV, la energía de rechazo es 10^6 veces menor que la del fotón. Por esto, en la fórmula (30.6) se puede sustituir ω por ω_0. Hagamos la velocidad v_0 igual a la velocidad media v del movimiento térmico de las moléculas. Como resultado obtendremos que:

$$E_{rech} = \frac{(\hbar\omega_0)^2}{2m_a c^2} - \frac{v}{c}\hbar\omega_0 \cos\alpha. \tag{30.9}$$

El valor medio de esta expresión es igual al primer sumando (el $\cos\alpha$ puede tomar, con igual probabilidad, todos los valores desde -1 hasta $+1$, por lo que el segundo sumando es por término medio igual a cero).

Entonces, designando la energía media de rechazo que adquiere el átomo al emitir un fotón por la letra R, podemos escribir:

$$R = \langle E_{rech}\rangle = \frac{(\hbar\omega_0)^2}{2m_a c^2} = \frac{\Delta E_{nm}^2}{2m_a c^2}. \tag{30.10}$$

Teniendo en cuenta (30.10), la expresión (30.9) puede expresarse en forma:

$$E_{rech} = R - \frac{v}{c}\hbar\omega_0 \cos\alpha. \tag{30.11}$$

De las fórmulas (30.7) y (30.8) se infiere que

$$\hbar\omega = \hbar\omega_0 - E_{rech}.$$

Sustituyendo aquí la expresión (30.11) para E_{rech} y dividiendo la relación obtenida por $\hbar$, llegamos a la fórmula;

$$\omega = \omega_0 - \frac{R}{\hbar} + \frac{v}{c}\omega_0 \cos\alpha. \tag{30.12}$$

Introduzcamos la simbología:

$$\Delta\omega_R = \frac{R}{\hbar} = \frac{\hbar\omega_0^2}{2m_a c^2} \approx \frac{\hbar\omega^2}{2m_a c^2}, \tag{30.13}$$

$$\delta\omega_D = 2\frac{v}{c}\omega_0 \approx 2\frac{v}{c}\omega. \tag{30.14}$$

Utilizando estas expresiones, transformemos la fórmula (30.12) en forma:

$$\omega = \omega_0 - \Delta\omega_R + \frac{1}{2}\,\delta\omega_D \cos\alpha. \qquad (30.15)$$

En la fuente de emisión, en la cual todas las direcciones del movimiento térmico de los átomos tienen la misma probabilidad, las frecuencias de los fotones emitidos estarán comprendidas entre los límites del intervalo $\delta\omega_D$. Por consiguiente, la expresión (30.14) da el *ancho de Doppler* de la línea espectral. De (30.14) se infiere que el ensanchamiento relativo de Doppler de las líneas $\delta\omega_D/\omega$ no depende de la frecuencia y es igual a $2\,(v/c)$ (compárese con la fórmula (151.7) del segundo tomo, teniendo en cuenta que $\Delta\omega$ en ésta corresponde a la mitad de $\delta\omega_D$).

Según (30.3) $\delta\lambda/\lambda = \delta\omega/\omega$. La velocidad media de los átomos (con una masa atómica relativa ~ 100) a una temperatura del orden de varios miles de grados Kelvin es, aproximadamente, 10^3 m/s. En estas condiciones, el ancho de Doppler de la línea espectral para $\lambda = 5000$ Å será igual a:

$$\delta\lambda_D = 2\,\frac{v}{c}\,\lambda = 2\,\frac{10^3}{3\cdot 10^8}\,5000 \approx 3\cdot 10^{-2}\ \text{Å}$$

(compárese con (30.4)).

El ancho verdadero de la línea espectral $\delta\omega$ se compone del ancho natural (30.2) y el ancho de Doppler (30.14):

$$\delta\omega = \delta\omega_0 + \delta\omega_D.$$

El punto medio de la línea corresponde a la frecuencia $\omega_0 - \Delta\omega_R$ (véase (30.15)). La magnitud ω_0 es la frecuencia que tuviese un fotón, a condición de que la energía ΔE_{nm} se gastase completamente en emisión. La obtención de la energía de rechazo R por el átomo durante la emisión conlleva al desplazamiento de la línea espectral hacia las menores frecuencias (o sea, de las mayores longitudes de onda) en un valor $\Delta\omega_R$ definido por la fórmula (30.13). De la misma se infiere que el desplazamiento relativo de la frecuencia $\Delta\omega_R/\omega$ es proporcional a la frecuencia ω.

Valoremos $\Delta\omega_R$ para la luz visible ($\omega \sim 3\cdot 10^{15}$ s^{-1}). Hagamos la masa del átomo igual a 10^{-22} g (masa atómica del orden de 100). Según la fórmula (30.13)

$$\Delta\omega_R = \frac{1{,}05\cdot 10^{-27}\cdot 9\cdot 10^{30}}{2\cdot 10^{-22}\cdot 9\cdot 10^{20}} \approx 5\cdot 10^4\ \text{s}^{-1},$$

de donde se obtiene un valor del orden de 10^{-7} Å para $\Delta\lambda_R$, el que puede ser despreciado.

Señalemos que al ser absorbido un fotón $\hbar\omega$, el impulso $\hbar\mathbf{k}$ del mismo se le transmite al átomo a consecuencia de lo cual este último

adquiere un movimiento de traslación. La energía media complementaria que obtiene el átomo al absorber un fotón coincide con el valor medio de la energía de rechazo R. Por consiguiente, para provocar una transición $E_m \to E_n$ en el átomo el fotón debe tener una energía:

$$\hbar\omega' = \Delta E_{nm} + R,$$

y la frecuencia del mismo debe ser igual a $\omega' = \omega_0 + \Delta\omega_R$, donde $\Delta\omega_R$ se define por la fórmula (30.13).

De este modo la línea espectral, cuyo punto medio se encuentre en el espectro de emisión de un átomo dado a una frecuencia $\omega_0 - \Delta\omega_R$ tendrá una frecuencia $\omega_0 + \Delta\omega_R$ en el espectro de absorción de este átomo. Para la luz visible, el desplazamiento de las líneas de emisión y de absorción una con relación a otra (que resulta ser $2\Delta\lambda_R \approx 10^{-7}$ Å) es cinco órdenes menor que el ancho de Doppler de la línea (que es igual $\sim$ a $3\cdot10^{-2}$ Å) y tres órdenes menor que el ancho natural de la línea (que es igual a $\sim 10^{-4}$ Å). Por lo tanto, para la luz visible se puede considerar que las líneas de emisión y de absorción coinciden exactamente una con otra.

§ 31. Multiplicidad de los espectros y espín del electrón

La investigación de los espectros de los metales alcalinos con ayuda de equipos de gran poder resolutivo mostró que cada línea de estos espectros es doble (doblete). Por ejemplo, la línea amarilla característica para el sodio $3P \to 3S$ (véase fig. 29.1) está formada por dos líneas de longitudes de onda de 5890 y 5896 Å. Lo mismo es aplicable a otras líneas de la serie principal así como también a las líneas de otras series.

La estructura del espectro que refleja el desdoblamiento de las líneas en componentes se denomina *estructura fina*. Las líneas complejas, formadas por varias componentes, recibieron el nombre de *multipletes*. La estructura fina se observa además de los metales alcalinos en otros elementos, de forma que el número de componentes en el multiplete puede ser igual a dos (doblete), a tres (triplete), a cuatro (cuarteto), a cinco (quinteto), etc. En particular, las líneas espectrales, incluso teniendo en cuenta la estructura fina, pueden ser solitarias (singlete).

El desdoblamiento de las líneas espectrales es condicionado evidentemente por la disociación de los niveles energéticos. Para explicar la disociación de los niveles Goudsmit y Uhlenbeck postularon en el año 1925 que el electrón posee un momento de impulso $\mathbf{M}_s$ propio no relacionado con el movimiento del mismo en el espacio. Este momento propio fue denominado *espín*.

Al principio se creyó que el espín es provocado por la rotación del electrón alrededor de su eje. Según estas concepciones, el electrón se asemejaba a un trompo o a un huzo. A propósito, de aquí proviene el término mismo «espín»: en inglés spin significa «rotación». Sin embargo, muy pronto hubo que renunciar a semejantes ideas-modelos, en particular por la siguiente causa. Una esfera cargada giratoria debe poseer un momento magnético con la particularidad de que la relación entre los momentos magnético y mecánico deba tener el valor:

$$\frac{\mu}{M} = -\frac{e}{2m_e c} \tag{31.1}$$

(véase fórmula (56.3) del segundo tomo).

En efecto, fue establecido que el electrón, además del momento mecánico propio posee un momento magnético propio μ_s. Sin embargo, una serie de hechos experimentales, en particular el efecto Zeeman complejo evidencian que la relación de los momentos propios magnético y mecánico es dos veces mayor que para los momentos orbitales.

$$\frac{\mu_s}{M_s} = -\frac{e}{m_e c}. \tag{31.2}$$

De esta manera, la idea de que el electrón es una esfera giratoria resultó ser infundada. El espín debe ser considerado como una propiedad intrínseca, propia del electrón al igual que su carga y su masa.

La suposición sobre el espín del electrón fue confirmada por una gran cantidad de hechos experimentales y debe considerarse completamente demostrada. Resultó también que la existencia del espín y todas sus propiedades se derivan automáticamente de una ecuación de la mecánica cuántica, establecida por Dirac, la cual satisface las exigencias de la teoría de la relatividad. De esta manera se dilucidó que el espín del electrón es una propiedad cuántica y relativista al mismo tiempo. Los protones, neutrones, fotones y otras partículas elementales (excepto los mesones) también poseen espín.

La magnitud del momento de impulso propio del electrón, se define por las leyes generales de la mecánica cuántica (véase fórmula (24.2)) por el *número cuántico de espín s* igual a 1/2 [1]):

$$M_s = \hbar\sqrt{s(s+1)} = \hbar\sqrt{{}^1/_2 \cdot {}^3/_2} = \frac{1}{2}\hbar\sqrt{3}. \tag{31.3}$$

La proyección del espín en una dirección dada puede tomar valores cuantificados que se diferencian entre sí en $\hbar$:

$$M_{sz} = m_s\hbar \quad \left(m_s = \pm s = \pm\frac{1}{2}\right). \tag{31.4}$$

[1]) Para el protón y el neutrón s es también igual a un medio y para el fotón s es igual a la unidad.

Para hallar el valor del momento magnético propio del electrón, multipliquemos M_s por la relación entre μ_s y M_s (véase (31.2)):

$$\mu_s = -\frac{e}{m_e c} M_s = -\frac{e\hbar}{m_e c}\sqrt{s(s+1)} = -2\mu_B\sqrt{s(s+1)} = -\mu_B\sqrt{3} \tag{31.5}$$

(μ_B es el magnetón de Bohr, véase fórmula (56.7) del segundo tomo). El signo menos indica que el momento mecánico M_s y el magnético μ_s del electrón están dirigidos contrariamente.

La proyección del momento magnético propio del electrón en una dirección dada puede tener los siguientes valores:

$$\mu_{sz} = -\frac{e}{m_e c} M_{sz} = -\frac{e}{m_e c}\hbar m_s = -\frac{e\hbar}{m_e c}\left(\pm\frac{1}{2}\right) = \mp\mu_B \tag{31.6}$$

(se obtiene menos, si $m_s = +{}^1/_2$, más, si $m_s = -{}^1/_2$).

De esta manera, la proyección del momento propio de impulso del electrón puede tener los valores $+{}^1/_2\hbar$ y $-{}^1/_2\hbar$, y del momento propio magnético, los valores $+\mu_B$ y $-\mu_B$. En una serie de fórmulas, en particular en la expresión de la energía, forman parte no los momentos, sino sus proyecciones. Por esto es usual considerar que el momento mecánico propio (espín) del electrón es igual a la mitad (por supuesto en unidades $\hbar$) y el momento magnético propio, igual a un magnetón de Bohr.

Examinemos ahora, en el ejemplo del átomo de sodio, cómo la existencia del espín del electrón puede explicar la estructura en multiplete del espectro. Por cuanto el momento del residuo del átomo es igual a cero, el momento del átomo de sodio es igual al del electrón de valencia que a su vez está formado por dos momentos: el orbital M_l provocado por el movimiento del electrón en el átomo, y el del espín M_s que no está ligado al movimiento del electrón en el espacio. La resultante de estos dos momentos da el momento de impulso total del electrón de valencia. El acoplamiento de los momentos orbital y de espín en un momento total se realiza por las mismas leyes cuánticas, por las que se acoplan los momentos orbitales de los diferentes electrones (véanse fórmulas (24.7) y (24.8)). La magnitud del momento total M_j se define por el número cuántico j:

$$M_j = \hbar\sqrt{j(j+1)},$$

además j puede tener los valores

$$j = l + s, \quad |l - s|,$$

donde l y s son los números cuánticos azimutal y de espín, respectivamente. Siendo $l = 0$, el número cuántico j tiene sólo un valor $j = s = 1/2$. Cuando l es distinto de cero, son posibles dos valores: $j = l + 1/2$ y $j = l - 1/2$, los que corresponden a las dos orienta-

-ciones mutuas posibles de los momentos M_l y M_s, es decir, «paralela» y «antiparalela»[1]).

Tengamos en cuenta ahora, que los momentos magnéticos están relacionados con los mecánicos, los cuales interactúan entre sí de

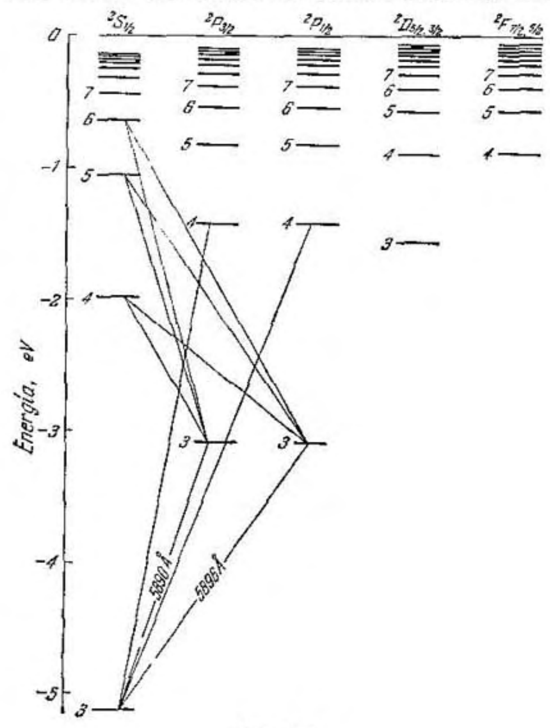


Fig. 31.1.

forma similar a como interactúan dos corrientes o dos agujas magnéticas. La energía de esta interacción (que se denomina *interacción espín-órbita*) depende de la orientación mutua de los momentos propios y orbital. Por consiguiente, los estados con diferente j deberán poseer distinta energía.

[1]) Los términos «paralelo» y «antiparalelo» han sido puestos entre comillas por cuanto dos momentos, al ser sumados, nunca están orientados a lo largo de una misma recta.

Así, pues cada término de la serie P ($l = 1$) se desdobla en dos que corresponden a $j = 1/2$ y $j = 3/2$, cada término de la serie D ($l = 2$), en dos con $j = 3/2$ y $j = 5/2$, etc. A cada término de la

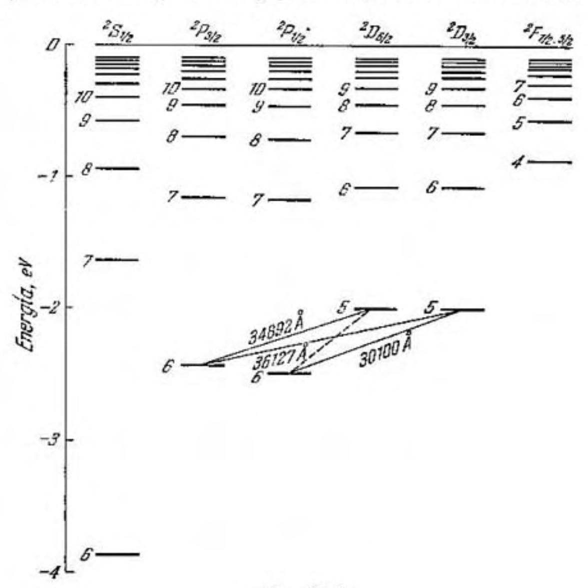


Fig. 31.2.

serie S ($l = 0$) le corresponde el valor único $j = 1/2$, por lo que los términos de la serie S no se desdoblan.

Ahora bien, cada serie de términos, excepto el S, se disocia en dos, o sea, la estructura de los términos resulta ser un doblete (doble). Es usual expresar los términos por los símbolos:

$$^2S_{1/2},\ ^2P_{3/2},\ ^2P_{1/2},\ ^2D_{5/2},\ ^2D_{3/2},\ ^2F_{7/2},\ ^2F_{5/2},\ \ldots$$

El subíndice inferior derecho da el valor de j. El superior izquierdo indica la multiplicidad de los términos. Aunque la serie S es solitaria, se coloca también el 2 en su símbolo para indicar que el mismo pertenece a un sistema de términos que, por lo general, es de dobletes.

Al tener en cuenta la estructura fina, el esquema de los términos resulta ser más complejo, de lo que da una idea el esquema de los niveles del sodio (fig. 31.1) y del cesio (fig. 31.2). El esquema del

sodio debe ser comparado con el representado en la fig. 29.1. Por cuanto la disociación en multiplete de los términos D y F para el sodio es muy pequeña, los subniveles D y F, que se diferencian por los valores de j, han sido representados en el esquema juntos.

Para el número cuántico del momento total de impulso, existe la regla de selección:

$$\Delta j = 0, \pm 1. \qquad (31.7)$$

La disociación en multiplete del cesio es mucho mayor que para el sodio. En el esquema del cesio se aprecia que la estructura fina de la serie difusa no está compuesta por dos líneas, sino que por tres:

$$5^2D_{3/2} \rightarrow 6^2P_{3/2} \quad (36127\ \text{Å}),$$
$$5^2D_{5/2} \rightarrow 6^2P_{3/2} \quad (34892\ \text{Å}),$$
$$5^2D_{3/2} \rightarrow 6^2P_{1/2} \quad (30100\ \text{Å}).$$

Fig. 31.3.

La aparición de estas líneas se explica de forma complementaria en la fig. 31.3. La transición $5^2D_{5/2} \rightarrow 6^2P_{1/2}$ representada con una línea de puntos, está prohibida por la regla de selección (31.7). En la parte inferior del esquema se muestra el aspecto del multiplete. El espesor de las líneas en el esquema corresponde aproximadamente a la intensidad de las líneas espectrales. El conjunto de líneas obtenido tiene aspecto de doblete en el que una de las componentes es a su vez doble. Semejante grupo de líneas se denomina *doblete complejo* y no triplete, ya que el mismo surge como resultado de la combinación de términos dobles.

Señalemos que debido a la existencia del espín del electrón, surge naturalmente la pregunta acerca de que en el átomo de hidrógeno también los niveles con $l > 0$ deben ser dobles, y las líneas espectrales deben ser dobletes. La estructura fina del espectro del hidrógeno, en efecto, fue observada experimentalmente.

La disociación de los niveles energéticos condicionada por el espín, es un efecto relativista. La teoría cuántica relativista da para la distancia entre los niveles de la estructura fina del átomo de hidrógeno el valor:

$$\Delta E = \frac{\alpha^2}{16} E_i. \qquad (31.8)$$

Aquí E_i es la energía de ionización del átomo de hidrógeno (calculada considerando que la masa del núcleo es infinitamente grande), α es una magnitud adimensional denominada *constante de la estructura*

fina. La misma está definida por la expresión:

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}. \tag{31.9}$$

Con ayuda de la fórmula (31.8) puede valorarse la magnitud de la disociación en multiplete de los niveles. Las distancias entre los niveles que difieren por sus valores del número cuántico principal, tiene una magnitud del orden de E_i; la expresión $\alpha^2/16$ tiene un valor del orden de 10^{-5}. Por consiguiente, la distancia entre los niveles de la estructura fina es aproximadamente 10^5 veces menor que entre los niveles fundamentales.

La constante de la estructura fina pertenece al grupo de constantes fundamentales de la naturaleza. Su sentido se hace evidente al pasar al llamado *sistema natural de unidades* que se aplica en electrodinámica cuántica. En este sistema se utiliza la masa del electrón m_e en calidad de unidad de masa, la longitud de onda de Compton $\lambda_C = \hbar/m_e c$ (véase § 11), como unidad de longitud, y la energía del electrón del $m_e c^2$, en calidad de unidad de energía, etc. Calculemos en estas unidades la energía eléctrica de interacción de dos electrones que se encuentran a una distancia $\hbar/m_e c$ uno del otro. Para esto es necesario dividir la expresión $e^2/(\hbar/m_e c)$ por $m_e c^2$. Como resultado se obtiene una magnitud adimensional igual a:

$$\frac{e^2/(\hbar/m_e c)}{m_e c^2} = \frac{e^2}{\hbar c} = \alpha \tag{31.10}$$

(véase fórmula (31.9)). Si expresamos la carga del electrón q en unidades naturales, la fórmula de la energía de interacción tendrá la forma:

$$\frac{q\,(\text{unid. nat.})\, q\,(\text{unid. nat.})}{1 \text{ unid. nat. de long.}} = \alpha \text{ unid. nat. de energía.}$$

De aquí se infiere que α es el cuadrado de la carga elemental expresada en unidades naturales.

Según (31.10), la constante de la estructura fina caracteriza la energía de interacción de dos electrones. En otras palabras, puede decirse que α define en qué grado el electrón está ligado con el campo electromagnético. Por esta razón, la constante α es denominada *constante de enlace del electrón con el campo electromagnético*.

La masa del electrón no forma parte de la expresión (31.10) para α. Por consiguiente, α es la constante de enlace con el campo electromagnético para cualquier partícula elemental que tenga carga e.

§ 32. Momento mecánico resultante de un átomo multielectrónico

Cada electrón en el átomo posee un momento orbital de impulso M_l y un momento propio M_s. Los momentos mecánicos están enlazados con los magnéticos correspondientes, a consecuencia de lo cual entre todos los M_l y M_s existe una interacción.

Los momentos M_l y M_s se acoplan en uno resultante M_J. Con ello son posibles dos casos:

1) La interacción de los momentos M_l entre sí es más intensa que con M_s, estos últimos a su vez están ligados entre sí más fuertemente que con M_l. A consecuencia de esto, todos los M_l se acoplan en el resultante M_L, los momentos M_s se acoplan en M_S, para que luego M_L y M_S den el momento total M_J del átomo. Este tipo de acoplamiento se realiza con mayor frecuencia y se denomina *acoplamento de Russell—Saunders* o *acoplamiento LS*.

2) Cada pareja M_l y M_s interactúa entre sí más intensamente que con los demás M_l y M_s, a consecuencia de lo cual se obtienen resultantes M_j para cada electrón por separado, los cuales después se unen en el M_J del átomo. Este tipo de acoplamiento, que se denomina *acoplamiento jj*, se observa en los átomos pesados.

La sumación de los momentos se realiza según las leyes cuánticas (véase § 24). Estudiemos ésta más detalladamente para el caso del acoplamiento de Russell—Saunders.

Los números cuánticos orbitales l_i siempre son números enteros. El número cuántico correspondiente L del momento orbital total también es entero (o igual a cero).

El número cuántico S del momento de espín resultante[1]) M_S del átomo puede ser entero o medio entero en dependencia de que sea par o impar el número de electrones en el átomo. Para un número par de electrones N, el número cuántico S toma todos los valores enteros desde $N \cdot {}^1/_2$ (todos los M_s son «paralelos» unos a otros) hasta cero (todos los M_s se compensan entre sí de dos en dos). Por ejemplo, para $N = 4$, S puede tener los valores 2, 1, 0. Para un número impar de electrones N, el número cuántico S tiene todos los valores medio enteros desde $N \cdot {}^1/_2$ (todos los M_s son «paralelos» unos a otros) hasta ${}^1/_2$ (todos los M_s, excepto uno, se compensan entre sí de dos en dos). Por ejemplo, para $N = 5$, los valores posibles de S serán: 5/2, 3/2, 1/2.

Para M_L y M_S dados, el número cuántico J del momento resultante M_J puede tener uno de los siguientes valores:

$$J = L + S,\ L + S - 1,\ \ldots,\ |L - S|\,.$$

Por consiguiente, J será entero, si S es entero (o sea, para un número par de electrones en el átomo), y medio entero, si S es medio entero (es decir, para un número impar de electrones). Por ejemplo:

[1]) No debe confundirse el número cuántico S con el símbolo del término S.

1) en el caso de $L = 2$, $S = 1$ son posibles los valores de J iguales a 3, 2, 1;

2) en el caso de $L = 2$, $S = {}^3/_2$ son posibles los valores de J iguales a ${}^7/_2$, ${}^5/_2$, ${}^3/_2$, y ${}^1/_2$.

La energía del átomo depende de la orientación mutua de los momentos M_l (o sea, del número cuántico L), de la orientación mutua de los momentos M_s (del número cuántico S) y de la orientación mutua de M_L y M_S (del número cuántico J). El término del átomo se expresa convencionalmente de la siguiente forma:

$$^{2S+1}L_J, \tag{32.1}$$

donde por L se entiende una de las letras S, P, D, F, etc. en dependencia del valor del número L. Por ejemplo, los términos:

$$^3P_0,\ ^3P_1,\ ^3P_2 \tag{32.2}$$

se refieren a los estados con iguales $L = 1$, iguales $S = 1$, pero con diferentes J iguales a 0, 1, 2.

El símbolo (32.1) contiene en sí datos sobre los valores de tres números cuánticos L, S y J. En el caso cuando $S < L$, el número $2S + 1$ que se encuentra en la parte superior izquierda indica la multiplicidad del término, o sea, la cantidad de subniveles que difieren por el valor del número J (véase (32.2)). Cuando $S > L$ la multiplicidad efectiva es igual a $2L + 1$. No obstante, se escribe el símbolo del término igualmente en forma (32.1), de lo contrario el mismo no contuviese datos sobre el valor del número cuántico S.

Símbolos del tipo (32.1) ya fueron utilizados en el § 29, aplicados a los átomos de los metales alcalinos. Sin embargo, para estos elementos es característico que el S del átomo, coincidiendo con el s del electrón de valencia, es igual a 1/2. Ahora, ya conocemos las expresiones simbólicas de los términos para todos los casos.

§ 33. Momento magnético del átomo

Hemos señalado varias veces que el momento magnético μ está enlazado con el momento mecánico del átomo M. La relación μ/M se denomina *relación giromagnética*.

Aunque la idea sobre las órbitas, así como en general, sobre la trayectoria de las micropartículas, es incorrecta, el momento condicionado por el movimiento de los electrones en el átomo se denomina momento *orbital*. La relación de los momentos orbitales magnético μ_L y mecánico M_L, hallada experimentalmente, coincide con la relación giromagnética que se deriva de los conceptos clásicos (véase § 56 del segundo tomo). Esta relación es igual a $-e/2m_ec$; conformemente:

$$\mu_L = -\frac{e}{2m_ec} M_L = -\frac{e\hbar}{2m_ec} \sqrt{L(L+1)} = -\mu_B \sqrt{L(L+1)}. \tag{33.1}$$

La magnitud

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c} = 0{,}927\cdot 10^{-20}\ \text{erg/Gs} \tag{33.2}$$

se denomina *magnetón de Bohr* y es la unidad natural del momento magnético. El signo menos en la fórmula (33.1) indica que las direcciones de los momentos magnético y mecánico son contrarias (esto es condicionado por que la carga del electrón es negativa). La existencia del signo menos permite obtener la proyección de μ_L en la dirección z mediante una sencilla sustitución en la expresión (33.1), o sea $\sqrt{L(L+1)}$ por el número cuántico m_L:

$$\mu_{Lz} = -\mu_B m_L. \tag{33.3}$$

Para $m_L > 0$, la proyección M_L es positiva y la proyección μ_L, negativa; para $m_L < 0$ la proyección M_L es negativa y la μ_L, positiva.

Una serie de hechos experimentales indica que la relación giromagnética de los momentos propios de espín es el doble de la relación giromagnética de los momentos orbitales. De esta manera:

$$\mu_S = -\frac{e}{m_e c} M_S = -2\mu_B \sqrt{S(S+1)} \tag{33.4}$$

Con relación a esto se dice que el espín posee magnetismo doble.

El magnetismo doble del espín se infiere del experimento de Einstein—de-Haas y del experimento de Barnett (véase § 56 del segundo tomo). Además la idea sobre el magnetismo doble del espín permite dar una explicación completa al efecto Zeeman complejo (véase el parágrafo siguiente).

A consecuencia del magnetismo doble del espín, la relación giromagnética de los momentos totales μ_J y M_J resulta ser una función de los números cuánticos L, S y J. Señalemos que los números L y S caracterizan la relación de los valores M_L y M_S, y el número J, la orientación mutua de los momentos orbital y de espín. El cálculo cuántico-mecánico correspondiente da para el momento magnético del átomo la fórmula:

$$\mu_J = -\mu_B g \sqrt{J(J+1)}, \tag{33.5}$$

donde

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \tag{33.6}$$

La expresión (33.6) se denomina *factor de Landé*. En el caso cuando el momento de espín sumatorio del átomo es igual a cero ($S = 0$), el momento total coincide con el orbital ($J = L$). La sustitución de $S = 0$ y $J = L$ en la expresión (33.6) da que $g = 1$ y obtenemos el valor del momento que se define por la fórmula (33.1). En el caso cuando el momento orbital sumatorio del átomo es igual a cero ($L = 0$), el momento total coincide con el de espín ($J = S$). La

sustitución de estos números cuánticos en la expresión (33.6) da que $g = 2$ y obtenemos el valor del momento que se define por la fórmula (33.4). Señalemos que el factor de Landé puede tener valores menores que la unidad e incluso puede ser igual a cero (lo que ocurre, por ejemplo, cuando $L = 3$, $S = 2$ y $J = 1$). En el último caso el momento magnético del átomo es igual a cero aunque el momento mecánico difiere de cero.

Recordemos que la existencia del signo menos en la fórmula (33.5) permite obtener la proyección de μ_J en el eje z mediante la sencilla sustitución de $\sqrt{J(J+1)}$ por m_J. Por lo tanto:

$$\mu_{Jz} = -\mu_B\, g m_J \quad (m_J = -J,\ -J+1,\ \ldots,\ J-1,\ J). \qquad (33.7)$$

Una serie de problemas de la física atómica puede ser estudiado con ayuda del llamado *modelo vectorial del átomo*. Al construir

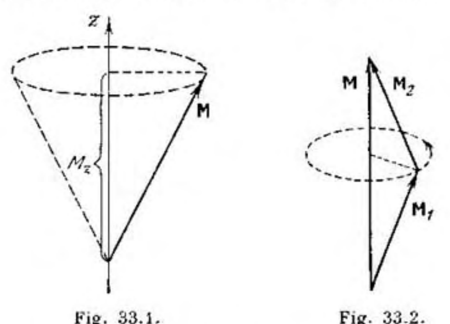


Fig. 33.1. Fig. 33.2.

este modelo, los momentos magnético y mecánico se representan en forma de segmentos dirigidos. Hablando con rigurosidad, por causa de la indeterminación de las direcciones de los vectores **M** en el espacio, este procedimiento es incorrecto. Por tanto, al trabajar con el modelo vectorial se debe recordar el convencionalismo de las estructuras correspondientes. El modelo vectorial no puede entenderse al pie de la letra. Es necesario considerarlo como un conjunto de reglas que permiten obtener resultados cuya justeza se corrobora mediante rigurosos cálculos cuántico-mecánicos.

El modelo vectorial se construye según las siguientes reglas. Sea que M y M_z tienen valores determinados (M_x y M_y no los tienen). Por consiguiente, el vector **M** puede tener una de las direcciones que forman el cono representado en la fig. 33.1. Podemos imaginarnos la cuestión como si el vector **M** girase (precese) uniformemente alrededor de la dirección z que coincide con el eje del cono.

Supongamos que se crea un campo magnético **B** en la dirección z. El momento magnético μ está vinculado con el mecánico **M**. Por eso el campo actúa sobre **M** (a través de μ). Se supone que la velocidad de precesión del momento **M** alrededor de **B** será mayor mientras más intensamente actúe el campo sobre el momento, o sea, mientras mayor sea **B**.

Según las reglas de construcción del modelo vectorial, los momentos componentes $\mathbf{M}_1$ y $\mathbf{M}_2$ precesan alrededor de la dirección del

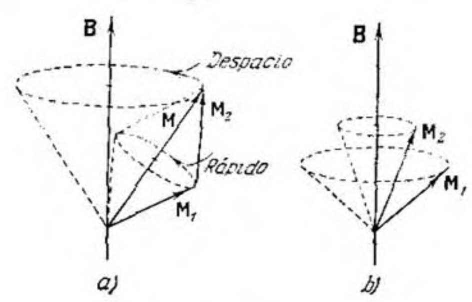


Fig. 33.3.

momento resultante **M** (fig. 33.2). Los momentos interactúan entre sí (a través de los momentos magnéticos μ_1 y μ_2). Se supone que la velocidad de precesión sea proporcional a la intensidad de la interacción. En el estado, en el que M y M_z están determinados, el vector **M** precesa a su vez alrededor de la dirección z. Si es creado un campo magnético **B** a lo largo del eje z, se observarán diferentes fenómenos en dependencia de la relación entre la interacción de los momentos entre sí y con el campo magnético. Examinemos dos casos: 1) Un campo débil, o sea la interacción de los momentos entre sí es mayor que la acción del campo magnético sobre cada uno de ellos; 2) Un campo fuerte, o sea, la acción del mismo sobre cada uno de los momentos supera la interacción entre los mismos.

En el primer caso (fig. 33.3, *a*) los momentos se acoplan en el resultante **M**, el cual se proyecta en la dirección del campo. Con esto tienen lugar dos tipos de precesión: la de los momentos $\mathbf{M}_1$ y $\mathbf{M}_2$ alrededor de la dirección **M** y la del vector resultante **M** alrededor de la dirección **B**. La velocidad de la primera precesión será mucho mayor debido a que la interacción de los momentos entre sí es superior al efecto del campo magnético sobre cada uno de ellos.

En el segundo caso (fig. 33.3, *b*), el campo rompe el enlace entre los momentos $\mathbf{M}_1$ y $\mathbf{M}_2$ y cada uno de ellos precesa alrededor de la

dirección del campo independientemente uno del otro. Los vectores $\mathbf{M}_1$ y $\mathbf{M}_2$ se proyectarán en la dirección del campo también por separado.

Obtengamos con ayuda del modelo vectorial la fórmula (33.5). En la fig. 33.4 están representados los vectores $\mathbf{M}_L$, $\mathbf{M}_S$, $\mathbf{M}_J$ y los vectores que les corresponden $\boldsymbol{\mu}_L$, $\boldsymbol{\mu}_S$ y $\boldsymbol{\mu}_J$. Las escalas han sido escogidas de tal forma, que los vectores $\mathbf{M}_L$ y $\boldsymbol{\mu}_L$ se representen por segmentos de igual longitud. A esta condición, el vector $\boldsymbol{\mu}_S$ se representará por un segmento dos veces mayor que el que representa al vector $\mathbf{M}_S$.

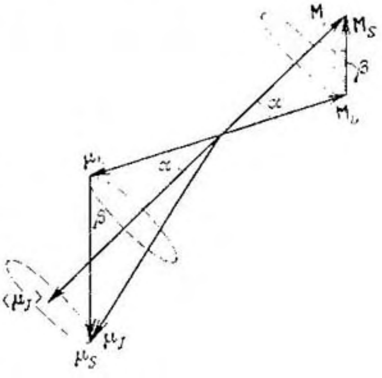


Fig. 33.4.

Debido al magnetismo doble del espín, el vector $\boldsymbol{\mu}_J$ resulta ser no colinear con el vector $\mathbf{M}_J$. Los vectores $\mathbf{M}_L$ y $\mathbf{M}_S$ precesan alrededor de la dirección $\mathbf{M}_J$, arrastrando consigo en esta precesión el vector resultante del momento magnético $\boldsymbol{\mu}_J$. A un tiempo de observación suficientemente grande será registrado un valor medio del vector $\boldsymbol{\mu}_J$ dado en la fig. 33.4 por el símbolo $\langle\boldsymbol{\mu}_J\rangle$. Hallemos la proyección de este vector en la dirección $\mathbf{M}_J$, y la designaremos simplemente μ_J. De la figura se ve que

$$\mu_J = -|\mu_L|\cos\alpha - |\mu_S|\cos\beta, \tag{33.8}$$

donde $|\mu_L|$ y $|\mu_S|$ son los módulos de los vectores correspondientes. Según las fórmulas (33.1) y (33.4)

$$|\mu_L| = \mu_B\sqrt{L(L+1)}; \quad |\mu_S| = 2\mu_B\sqrt{S(S+1)}. \tag{33.9}$$

Para hallar el valor del cos α, elevemos al cuadrado la relación $\mathbf{M}_S = \mathbf{M}_J - \mathbf{M}_L$:

$$M_S^2 = M_J^2 + M_L^2 - 2M_J M_L \cos\alpha,$$

de donde

$$\cos\alpha = \frac{M_J^2 + M_L^2 - M_S^2}{2M_J M_L} = \frac{J(J+1) + L(L+1) - S(S+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{L(L+1)}}. \tag{33.10}$$

Para determinar el valor del cos β elevemos al cuadrado la relación $\mathbf{M}_L = \mathbf{M}_J - \mathbf{M}_S$:

$$M_L^2 = M_J^2 + M_S^2 - 2M_J M_S \cos\beta,$$

de donde

$$\cos\beta=\frac{M_J^2+M_S^2-M_L^2}{2M_JM_S}=\frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{S(S+1)}}. \qquad (33.11)$$

La sustitución de las expresiones (33.9), (33.10) y (33.11) en la fórmula (33.8) da:

$$\mu_J=-\mu_B\sqrt{L(L+1)}\,\frac{J(J+1)+L(L+1)-S(S+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{L(L+1)}}-$$
$$-2\mu_B\sqrt{S(S+1)}\,\frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{S(S+1)}}.$$

Realicemos las reducciones, juntemos ambos sumandos y, además, multipliquemos el numerador y el denominador por $\sqrt{J(J+1)}$. Como resultado se obtendrá la expresión:

$$\mu_J=-\mu_B\sqrt{J(J+1)}\,\frac{3J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}$$

que coincide con (33.5).

§ 34. Efecto Zeeman

Llámase efecto Zeeman la descomposición de los niveles energéticos al actuar un campo magnético sobre los átomos[1]). La descomposición de los niveles conlleva al desdoblamiento de las líneas espectrales en varias componentes. La descomposición de las líneas espectrales condicionada por un campo magnético sobre los átomos emisores también se denomina efecto Zeeman.

El desdoblamiento de las líneas fue descubierto por el físico holandés Zeeman en el año 1896. Este efecto es bastante pequeño, para B del orden de 10^4 Gs constituye sólo varias décimas de angström.

La descomposición de Zeeman de los niveles se explica por el hecho de que el átomo que tiene un momento magnético μ_J, adquiere en el campo magnético una energía complementaria

$$\Delta E=-\mu_{JB}B, \qquad (34.1)$$

donde μ_{JB} es la proyección del momento magnético en la dirección del campo (véase fórmula (46.10) del segundo tomo). Conforme a (33.7)

$$\mu_{JB}=-\mu_B g m_J.$$

La sustitución de esta expresión en (34.1) da

$$\Delta E=\mu_B gBm_J \quad (m_J=-J,\ -J+1,\ \ldots,\ J-1,\ J). \qquad (34.2)$$

[1]) La descomposición de los niveles energéticos ocurre también bajo el efecto de un campo eléctrico sobre los átomos. Este fenómeno se denomina efecto Stark.

De esta fórmula se infiere que el nivel energético que responde al término $^{2S+1}L_J$, se desdobla en $2J + 1$ subniveles equidistantes, además la magnitud de la descomposición depende del factor de Landé, o sea, de los números cuánticos L, S y J del nivel dado. Antes de ser aplicado el campo, los estados con valores diferentes

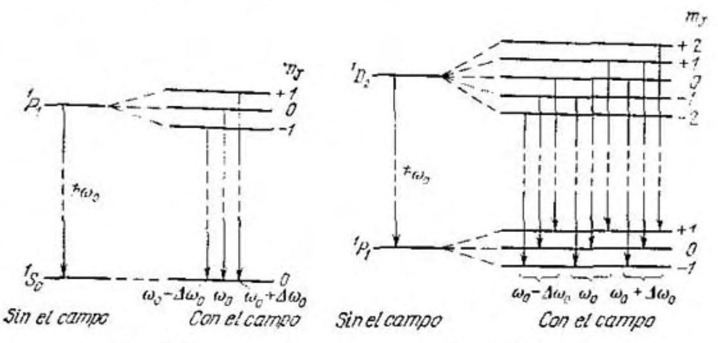


Fig. 34.1.　　　　Fig. 34.2.

del número cuántico m_J poseían igual energía, o sea, existía degeneración por el número cuántico m_J. El campo magnético elimina la degeneración por m_J.

Examinemos primero la descomposición de Zeeman de las líneas espectrales que no tienen estructura fina (singletes). Estas líneas surgen al ocurrir transiciones entre niveles para los cuales $S = 0$. Estos niveles tienen $g = 1$. Por consiguiente, la fórmula (34.2) tiene la forma:

$$\Delta E = \mu_B B m_J \quad (m_J = 0, \pm 1, \ldots, \pm L) \tag{34.3}$$

$(J = L,\ m_J = m_L)$.

En la fig. 34.1 se muestra la descomposición de los niveles y de las líneas espectrales para la transición entre los estados con $L = 1$ y $L = 0$ (la transición $P \to S$). En ausencia del campo se observa una línea, cuya frecuencia se designa por ω_0. Al ser conectado el campo, además de la línea ω_0 surgen dos líneas situadas simétricamente con relación a ésta con frecuencias $\omega_0 + \Delta\omega_0$ y $\omega_0 - \Delta\omega_0$.

La fig. 34.2 ilustra un esquema análogo para una transición más compleja, o sea para la transición $D \to P$. A primera vista puede parecer que la línea inicial deberá descomponerse en este caso en siete componentes. Sin embargo, en realidad se obtienen, como en el caso anterior, tres componentes solamente: la línea con frecuencia ω_0 y dos líneas situadas simétricamente respecto a ella con frecuencias

$\omega_0 + \Delta\omega_0$ y $\omega_0 - \Delta\omega_0$. Esto se explica por el hecho de que para el número cuántico magnético m_J existe una *regla de selección*, según la cual sólo son posibles aquellas transiciones, en las cuales m_J bien permanece constante bien varía en la unidad

$$\Delta m_J = 0, \pm 1. \tag{34.4}$$

De acuerdo con esta regla, son posibles sólo las transiciones que se señalan en la fig. 34.2. Como resultado se obtienen tres componentes con las mismas frecuencias que en el caso representado en la fig. 34.1.

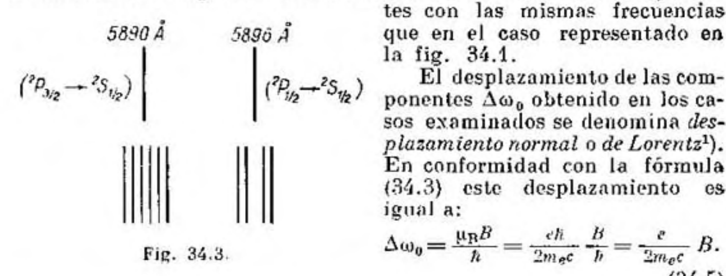


Fig. 34.3.

El desplazamiento de las componentes $\Delta\omega_0$ obtenido en los casos examinados se denomina *desplazamiento normal* o *de Lorentz*[1]). En conformidad con la fórmula (34.3) este desplazamiento es igual a:

$$\Delta\omega_0 = \frac{\mu_B B}{\hbar} = \frac{e\hbar}{2m_e c}\frac{B}{\hbar} = \frac{e}{2m_e c}B. \tag{34.5}$$

La descomposición en tres líneas examinada, dos de las cuales distan $\Delta\omega_0$ de la línea no desplazada (desplazamiento normal), se llama *efecto Zeeman simple* (o *normal*). Valoremos la magnitud de la descomposición simple de Zeeman para un campo del orden de 10^4 Gs. Por cuanto $\lambda = 2\pi c/\omega$

$$|\Delta\lambda| = \frac{2\pi c}{\omega^2}\Delta\omega_0 = \frac{\pi e B}{m_e \omega^2}.$$

La frecuencia ω para la luz visible es aproximadamente igual a $3\cdot 10^{15}$ s^{-1}. Por consiguiente

$$\Delta\lambda = \frac{3{,}14\cdot 4{,}8\cdot 10^{-10}\cdot 10^4}{0{,}91\cdot 10^{-27}\cdot 9\cdot 10^{30}} \approx 0{,}2\cdot 10^{-8}\,\text{cm} = 0{,}2\ \text{Å}.$$

Ya habíamos señalado que el efecto Zeeman normal se observa en el caso, cuando las líneas iniciales no tienen una estructura fina, o sea, son singletes. El número de componentes de las líneas que tienen una estructura fina puede ser mayor de tres, siendo la magnitud de la descomposición una función racional del desplazamiento normal $\Delta\omega_0$:

$$\Delta\omega = \Delta\omega_0 \frac{r}{q}, \tag{34.6}$$

---

[1]) Lorentz dio una explicación clásica al efecto Zeeman simple y calculó la magnitud del desplazamiento normal. Obsérvese que $\Delta\omega_0$ coincide con la frecuencia de Larmor (véase fórmula (57.1) del segundo tomo).

donde r y q son números enteros pequeños. Por ejemplo, la descomposición del doblete amarillo del sodio es como se muestra en la fig. 34.3. Este tipo de desdoblamiento de las líneas espectrales se denomina *efecto Zeeman complejo* (o *anómalo*).

El efecto Zeeman complejo se explica por la dependencia de la magnitud de la descomposición de los niveles del factor de Landé g, o sea, por la existencia del espín del electrón y su doble magnetismo. Aclaremos esto en el ejemplo siguiente.

Examinemos la descomposición del doblete del sodio formado por las transiciones $3^2P_{1/2} \rightarrow 3^2S_{1/2}$ y $3^2P_{3/2} \rightarrow 3^2S_{1/2}$ (véase figura 31.1). El factor de Landé tiene los valores:

para el término $^2S_{1/2}$ ($L = 0$, $S = 1/2$, $J = 1/2$)

$$g = 1 + \frac{1/2 \cdot 3/2 + 1/2 \cdot 3/2 - 0 \cdot 1}{2 \cdot 1/2 \cdot 3/2} = 1 + 1 = 2;$$

para el término $^2P_{1/2}$ ($L = 1$, $S = 1/2$, $J = 1/2$)

$$g = 1 + \frac{1/2 \cdot 3/2 + 1/2 \cdot 3/2 - 1 \cdot 2}{2 \cdot 1/2 \cdot 3/2} = 1 - 1/3 = 2/3;$$

para el término $^2P_{3/2}$ ($L = 1$, $S = 1/2$, $J = 3/2$)

$$g = 1 + \frac{3/2 \cdot 5/2 + 1/2 \cdot 3/2 - 1 \cdot 2}{2 \cdot 3/2 \cdot 5/2} = 1 + 1/3 = 4/3.$$

En la fig. 34.4, *a* se muestra el desdoblamiento de los niveles y las transiciones permitidas por la regla (34.4) para la línea $^2P_{1/2} \rightarrow$ $\rightarrow {^2S_{1/2}}$. El incremento de la energía para el nivel $^2S_{1/2}$ es igual a:

$$\Delta E' = \mu_B B g' m'_J,$$

donde $g' = 2 = 6/3$ (véase (34.2)). Para el nivel $^2P_{1/2}$:

$$\Delta E'' = \mu_B B g'' m''_J,$$

donde $g'' = 2/3$.

El desplazamiento de las líneas con relación a la inicial se determina por la expresión:

$$\Delta\omega = \frac{\Delta E'' - \Delta E'}{\hbar} = \frac{\mu_B B}{\hbar}(g'' m''_J - g' m'_J) = \Delta\omega_0 (g'' m''_J - g' m'_J).$$

En la fig. 34.4, los valores $(g'' m''_J - g' m'_J)$ para las correspondientes líneas espectrales se dan entre paréntesis en la interrupción de las líneas que representan las transiciones entre los niveles.

De la fig. 34.4, *a* se puede apreciar que al ser conectado el campo, la línea inicial está ausente. En lugar de la misma aparecen cuatro líneas, cuyos desplazamientos expresados en unidades de desplazamiento normal, son: $-4/3$, $-2/3$, $+2/3$ y $+4/3$, lo que puede ser escrito de la siguiente forma:

$$\Delta\omega = \Delta\omega_0 [\pm 2/3, \pm 4/3].$$

En la fig. 34.4, *b* está dada la descomposición de los niveles y las transiciones permitidas para la línea $^2P_{3/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$. Del esquema se infiere que para esta transición la línea inicial también está

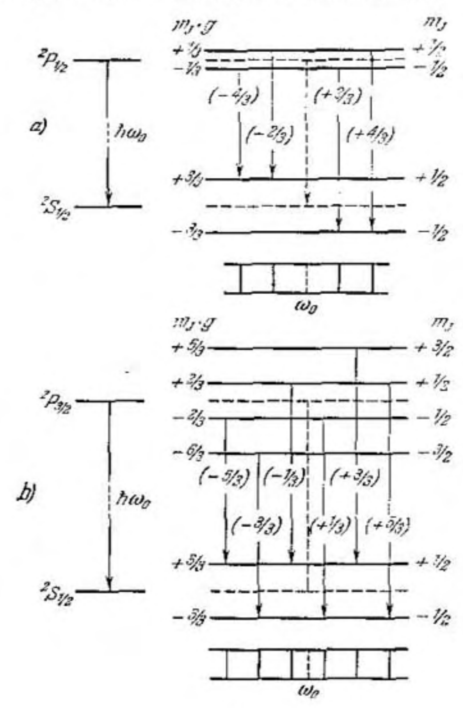


Fig. 34.4.

ausente al ser conectado el campo. Los desplazamientos de las seis líneas obtenidas son iguales a:

$$\Delta\omega = \Delta\omega_0 \, [\pm {}^1/_3, \pm {}^3/_3, \pm {}^5/_3].$$

Todo lo dicho anteriormente es válido para el caso de un campo magnético débil. Un campo se considera débil, con relación al efecto Zeeman, si la descomposición de Zeeman de los niveles es menor que la separación de los componentes del multiplete.

En un campo magnético fuerte, el enlace entre $\mathbf{M}_L$ y $\mathbf{M}_S$ se rompe, y éstos se proyectan sobre la dirección del campo en forma independiente uno del otro. En este caso:

$$\Delta E = \mu_B B m_L + 2\mu_B B m_S = \mu_B B\,(m_L + 2m_S),$$

o sea, la descomposición deviene un múltiplo entero del desdobla-

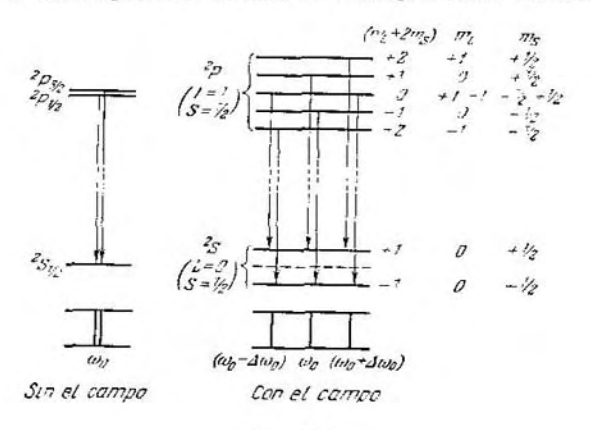


Fig. 34.5.

miento normal. Para las transiciones, tienen lugar las reglas de selección:

$$\Delta m_L = 0,\ \pm 1, \quad \Delta m_S = 0.$$

Como resultado se obtiene un triplete normal de Zeeman (fig. 34.5). Este fenómeno se denomina *efecto de Paschen—Back*. El mismo se observa, cuando la descomposición magnética de las líneas resulta ser mayor que la separación de los componentes del multiplete.

§ 35. Resonancia paramagnética electrónica

En el parágrafo anterior pusimos en claro que si el átomo con un momento magnético diferente de cero se encuentra en un campo magnético, cada nivel del átomo se descompone en $2J + 1$ subniveles de Zeeman[1]). Según (34.2) la distancia entre estos últimos es igual a:

$$\delta E = \mu_B g B.$$

[1]) Si el momento magnético del átomo es condicionado por un electrón externo que se encuentra en el estado s, el número de subniveles es igual a dos, o sea el espín del electrón «en sentido del campo» y el espín «en contra del campo».

Supongamos que sobre un átomo que se encuentra en un campo magnético constante B incide una onda electromagnética cuya frecuencia ω satisface la condición:

$$\hbar\omega = \delta E = \mu_B g B = \hbar \Delta\omega_0 g, \tag{35.1}$$

donde $\Delta\omega_0$ es el desplazamiento normal (véase (34.5)). Puede esperarse que bajo el efecto del campo magnético de la onda incidente ocurran transiciones del átomo entre los subniveles adyacentes (la regla (34.4) permite sólo aquellas transiciones, para las cuales m_J varía en no más de la unidad). Este fenómeno se observa en realidad. El mismo fue descubierto por E. K. Zavoiski en el año 1944 y recibió el nombre de *resonancia paramagnética electrónica* (r.p.e.). Esta denominación se explica por las siguientes causas. El fenómeno tiene carácter de resonancia, o sea, las transiciones tienen lugar a frecuencias rigurosamente determinadas de la onda incidente. El momento magnético del átomo, condicionado por los momentos orbital y de espín de los electrones, es el responsable por la descomposición de los niveles (señalemos que además de la resonancia paramagnética electrónica existe la resonancia paramagnética nuclear, la cual es provocada por el momento magnético del núcleo). El fenómeno tiene efecto solamente para las sustancias paramagnéticas (en las sustancias diamagnéticas, los momentos magnéticos de los átomos son iguales a cero).

De la fórmula (35.1) se deduce que las frecuencias de resonancia resultan ser del orden del desplazamiento normal $\Delta\omega_0$ (el factor g tiene un valor del orden de la unidad). Para $B = 10^4$ Gs

$$\omega \sim \Delta\omega_0 = \frac{\mu_B B}{\hbar} = \frac{0{,}927\cdot 10^{-20}\cdot 10^4}{1{,}05\cdot 10^{-27}} \sim 10^{11}\ \mathrm{s}^{-1}$$

(véase (33.2)). A esta frecuencia le corresponde una longitud de onda del orden de varios centímetros. Por consiguiente, las frecuencias de resonancia se encuentran en el diapazón de ondas de radio.

Bajo la acción de una onda electromagnética, el átomo puede pasar, con igual probabilidad, lo mismo a un nivel energético superior que a uno inferior (trataremos esto detalladamente en el § 42). En el primer caso la onda se debilitará y en el segundo se intensificará. Si el paramagnético se encuentra en equilibrio térmico, los átomos se distribuyen por subniveles según la ley de Boltzmann (véase fórmula (100.8) del primer tomo). Por consiguiente, el número de átomos que se encuentran en el estado de menor energía será superior al de átomos que se encuentran en el estado con mayor energía.

Por esto, las transiciones que ocurren con el aumento de la energía de los átomos predominan sobre las que tienen lugar al disminuir ésta. En conclusión, la intensidad de la onda decrece, o sea el para-

magnético absorberá la emisión electromagnética, calentándose debido a esto.

De lo dicho se desprende que la resonancia paramagnética electrónica representa una absorción selectiva de la energía de un campo de radiofrecuencias en sustancias paramagnéticas, que se encuentran en un campo magnético constante.

En nuestros razonamientos implícitamente supusimos que los átomos del paramagnético no interactúan entre sí. La r.p.e. se observa prácticamente en paramagnéticos cristalinos o líquidos (fue

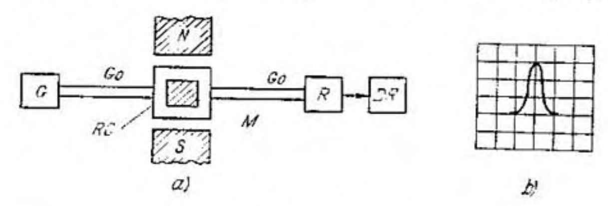


Fig. 35.1.

observada también en ciertos gases). En medios condensados, sobre los átomos actúan, además del campo magnético exterior, los campos internos orientados desordenadamente. Por esta razón, las frecuencias de resonancia resultan ser ligeramente diferentes para distintos átomos, a consecuencia de lo cual, las líneas de la r.p.e. tienen un ancho finito.

El equipo para la investigación de la r.p.e. se denomina *radioespectroscopio*. El mismo está formado (fig. 35.1, *a*) por un generador de ondas electromagnéticas G, un guiaondas Go, un resonador de cavidad RC[1]) instalado entre los polos de un electroimán, un receptor R y un dispositivo registrador DR. El receptor se sintoniza a la frecuencia del generador. En calidad de dispositivo registrador se utiliza un oscilógrafo o un autorregistrador. La muestra paramagnética M se coloca dentro del resonador de cavidad. Durante el experimento se varía suavemente el campo magnético creado por el electroimán. Para valores de B que satisfagan la condición (35.1) se observa una absorción intensa de la onda por la muestra. La curva de absorción se muestra en la fig. 35.1, *b*. La misma, como ya se señaló, tiene un ancho finito.

La resonancia paramagnética electrónica se utiliza para la investigación de la estructura de cristales, de las propiedades magnéticas de los núcleos atómicos y en una serie de otros casos.

---

[1]) Los guiaondas son tubos con paredes conductoras. El resonador de cavidad es una cavidad con paredes conductoras.

§ 36. Principio de Pauli. Distribución de los electrones por los niveles energéticos del átomo

Cada electrón en el átomo se mueve, en una primera aproximación, en un campo culombiano simétrico centrado. El estado del electrón en este caso se define por tres números cuánticos n, l y m, cuyo sentido físico fue puesto en claro en el § 28. A consecuencia de la existencia del espín en el electrón, es necesario añadir a los números cuánticos indicados el número cuántico m_s, que puede tomar valores $\pm^1/_2$ y define la proyección del espín en una dirección dada. En adelante utilizaremos el símbolo m_l en vez de m para el número cuántico magnético, para subrayar el hecho de que este número caracteriza la proyección del momento orbital, cuya magnitud está dada por el número cuántico l.

De esta manera, el estado de cada electrón en el átomo se define por cuatro números cuánticos:

principal n $(n = 1, 2, 3, \ldots)$
azimutal l $(l = 0, 1, 2, \ldots, n-1)$,
magnético m_l $(m_l = -l, \ldots, -1, 0, +1, \ldots, +l)$,
de espín m_s $(m_s = +^1/_2, -^1/_2)$.

La energía del estado depende en lo fundamental de los números n y l. Además existe una débil dependencia de los números m_l y m_s, por cuanto sus valores están relacionados con la orientación mutua de los momentos $\mathbf{M}_l$ y $\mathbf{M}_s$, de la que depende la interacción entre los momentos orbital y magnético propio del electrón. La energía del estado crece más rápidamente con el aumento del número n que con el aumento del número l. Por esto, como regla general, el estado con mayor n tiene más energía independientemente del valor de l.

En el estado normal (no excitado) del átomo, los electrones deben situarse en los niveles energéticos permitidos más bajos. Por esta razón, pudiese parecer que en cualquier átomo en estado normal todos los electrones deberían encontrarse en el estado $1s$ $(n = 1, l = 0)$, y los términos fundamentales de todos los átomos deberían ser del tipo S $(L = 0)$. Sin embargo, la experiencia dice que esto no es así.

La explicación de los tipos de términos observados consiste en lo siguiente. Según una de las leyes de la mecánica cuántica que se denomina *principio de Pauli*[1]), en un mismo átomo (o en cualquier otro sistema cuántico) no pueden existir dos electrones que posean iguales conjuntos de los cuatro números cuánticos: n, l, m_l y m_s. En otras palabras, dos electrones no pueden encontrarse en un mismo estado al mismo tiempo.

[1]) Este principio se llama también *principio de prohibición* o *principio de exclusión*. El mismo se cumple no sólo para los electrones, sino también para otras partículas con espín medio entero.

En el § 28 se mostró que a un n dado le corresponden n^2 estados que difieren por sus valores de l y m_l. El número cuántico m_s puede tomar solamente dos valores $\pm{}^1/_2$. Por esto, en los estados con un valor determinado de n pueden encontrarse en el átomo no más de $2n^2$ electrones:

$n = 1$, pueden tener 2 electrones,
$n = 2$, pueden tener 8 electrones,
$n = 3$, pueden tener 18 electrones,
$n = 4$, pueden tener 32 electrones,
$n = 5$, pueden tener 50 electrones, etc.

El conjunto de electrones que tienen iguales valores del número cuántico n forman una *capa*[1]). Las capas se dividen en *subcapas* que difieren por el valor del número cuántico l. En conformidad con el valor de n, se les da una designación a las capas, adoptada de la espectroscopia de rayos X:

Valor de n	1	2	3	4	5	6	7	...
Designación de las capas	K	L	M	N	O	P	Q	...

Tabla 36.1

capa	n	l	m_l	m_s	subcapa
K	1	0	0	↑↓	K (1s)
L	2	0	0	↑↓	L_1 (2s)
		1	−1 0 +1	↑↓ ↑↓ ↑↓	L_2 (2p)
M	3	0	0	↑↓	M_1 (3s)
		1	−1 0 +1	↑↓ ↑↓ ↑↓	M_2 (3p)
		2	−2 −1 0 +1 +2	↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓	M_3 (3d)

capa	n	l	m_l	m_s	subcapa
N	4	0	0	↑↓	N_1 (4s)
		1	−1 0 +1	↑↓ ↑↓ ↑↓	N_2 (4p)
		2	−2 −1 0 +1 +2	↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓	N_3 (4d)
		3	−3 −2 −1 0 +1 +2 +3	↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓	N_4 (4f)

[1]) En ciertos libros las capas se denominan envolturas y las subcapas se llaman capas.

En la tabla 36.1 se ilustra la subdivisión de los posibles estados del electrón en el átomo en capas y subcapas. Además se han aplicado los símbolos ↓↑ en lugar de $m_s = \pm ^1/_2$ para mayor claridad. Las subcapas pueden expresarse, como se indica en la tabla, de dos formas (por ejemplo L_1 ó $2s$).

Una subcapa completamente llena se caracteriza por que el momento sumatorio orbital y el momento sumatorio de espín son iguales a cero ($L = 0$, $S = 0$). Por consiguiente, el momento de impulso de esa subcapa es igual a cero ($J = 0$).

Convenzámonos de esto en el ejemplo de la subcapa $3d$. Los espines de los diez electrones que forman ésta se compensan mutuamente de dos en dos, por lo que $S = 0$. El número cuántico de la proyección del momento orbital resultante M_L de esta subcapa en el eje z tiene un valor único $m_L = \sum m_l = 0$. Por consiguiente, L también es igual a cero.

De esta manera, al determinar L y S del átomo, las subcapas llenas pueden no tenerse en cuenta.

§ 37. Sistema Periódico de los elementos de Mendeléiev

El principio de Pauli da la explicación a la periodicidad de las propiedades de los elementos. Observemos la estructura del *Sistema Periódico de los elementos de D. I. Mendeléiev*. Comencemos por el átomo de hidrógeno, que tiene un electrón. Obtendremos cada átomo siguiente aumentando la carga del núcleo del átomo anterior en una unidad y sumando un electrón, el cual colocaremos en el estado de menor energía que le es accesible según el principio de Pauli.

En el estado fundamental del átomo de hidrógeno hay un electrón $1s$ con una orientación arbitraria del espín. Los números cuánticos del átomo tienen los valores: $L = 0$, $S = ^1/_2$, y $J = ^1/_2$. Correspondientemente el término fundamental del átomo de hidrógeno tiene la forma $^2S_{1/2}$.

Si la carga del núcleo del átomo de hidrógeno aumentara en una unidad y le fuese adicionado un electrón más, se obtendría el átomo de helio. Ambos electrones en este átomo podrán encontrarse en la capa K, pero con una orientación antiparalela de los espines. La llamada *configuración electrónica* del átomo puede ser escrita como $1s^2$ (dos electrones $1s$). El término fundamental será $^1S_0$ ($L = 0$, $S = 0$, $J = 0$).

El llenado de la capa K se concluye en el átomo de helio. El tercer electrón del átomo de litio puede ocupar el nivel $2s$ solamente (fig. 37.1). Se obtiene una configuración electrónica $1s^2 2s$. El estado fundamental se caracteriza por $L = 0$, $S = 1/2$ y $J = 1/2$, por lo que el término fundamental será $^2S_{1/2}$ al igual que para el hidrógeno. El tercer electrón del átomo de litio, al ocupar un nivel energético más alto que los otros dos electrones, resulta estar vinculado con el

núcleo del átomo más débilmente que aquellos. Como resultado, el mismo define las propiedades ópticas y químicas del átomo.

El cuarto elemento, el berilio, tiene saturada la subcapa $2s$. En los seis siguientes elementos (B, C, N, O, F y Ne) ocurre el llenado de la capa $2p$ con electrones, a consecuencia de lo cual el neón tiene capas K (con dos electrones) y L (con ocho electrones) saturadas, las que forman un sistema estable similar al sistema del helio, lo que condiciona las propiedades específicas de los gases nobles.

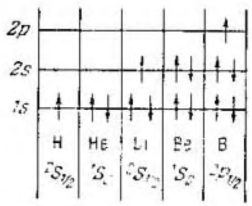


Fig. 37.1.

El proceso de construcción de las capas electrónicas de los primeros 36 elementos del Sistema Periódico está representado en la tabla 37.1. El onceno elemento, el sodio, posee además de las capas K y L llenas un electrón en la subcapa $3s$. La configuración electrónica es: $1s^2 2s^2 2p^6 3s$. El término fundamental será $^2S_{1/2}$. El electrón $3s$ está vinculado al núcleo más débilmente que los demás y es el electrón de valencia u óptico. Con ello, las propiedades ópticas y químicas del sodio son similares a las del litio. El estado fundamental del electrón óptico en el átomo de sodio se caracteriza por el valor $n = 3$. Con esto se explica el hecho de que en el esquema de los niveles del átomo de sodio (véase fig. 31.1) el nivel fundamental está señalado con el número 3. De paso hacemos notar que el átomo de cesio tiene una configuración electrónica en el estado fundamental

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^6 6s.$$

Por consiguiente, su electrón óptico tiene en el estado fundamental $n = 6$. Conforme a esto están indicados los niveles en la fig. 31.2.

En los elementos que suceden al sodio, se llenan normalmente las subcapas $3s$ y $3p$. La subcapa $3d$, para la configuración general dada, resulta ser energéticamente superior a la subcapa $4s$, con lo que el llenado de la capa N comienza antes de que se llene la capa M. La subcapa $4p$ se encuentra aún más arriba que $3d$, de modo que después de $4s$ se llena la capa $3d$.

La construcción de los niveles electrónicos de todos los átomos se realiza con divergencias análogas de la secuencia usual que se repiten de cuando en cuando. Con ello, la configuraciones electrónicas semejantes se repiten periódicamente (por ejemplo $1s$, $2s$, $3s$, etc.) por encima de las capas completamente llenas, lo que condiciona la periodicidad de las propiedades ópticas y químicas de los átomos.

Al determinar el tipo de términos posibles para una configuración electrónica dada, es necesario tener en cuenta que el principio de Pauli permite no todas las combinaciones de los valores L y S que

Tabla 37.1

Elemento	K	L		M			N		Término fundamental
	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	
1 H	1	—	—	—	—	—	—	—	$^2S_{1/2}$
2 He	2	—	—	—	—	—	—	—	$^1S_0$
3 Li	2	1	—	—	—	—	—	—	$^2S_{1/2}$
4 Be	2	2	—	—	—	—	—	—	$^1S_0$
5 B	2	2	1	—	—	—	—	—	$^2P_{1/2}$
6 C	2	2	2	—	—	—	—	—	$^3P_0$
7 N	2	2	3	—	—	—	—	—	$^4S_{3/2}$
8 O	2	2	4	—	—	—	—	—	$^3P_2$
9 F	2	2	5	—	—	—	—	—	$^2P_{3/2}$
10 Ne	2	2	6	—	—	—	—	—	$^1S_0$
11 Na	2	8		1	—	—	—	—	$^2S_{1/2}$
12 Mg	2	8		2	—	—	—	—	$^1S_0$
13 Al	2	8		2	1	—	—	—	$^2P_{1/2}$
14 Si	2	8		2	2	—	—	—	$^3P_0$
15 P	2	8		2	3	—	—	—	$^4S_{3/2}$
16 S	2	8		2	4	—	—	—	$^3P_2$
17 Cl	2	8		2	5	—	—	—	$^2P_{3/2}$
18 Ar	2	8		2	6	—	—	—	$^1S_0$
19 K	2	8		8		—	1	—	$^2S_{1/2}$
20 Ca	2	8		8		—	2	—	$^1S_0$
21 Sc	2	8		8		1	2	—	$^2D_{3/2}$
22 Ti	2	8		8		2	2	—	$^3F_2$
23 V	2	8		8		3	2	—	$^4F_{3/2}$
24 Cr	2	8		8		5	1	—	$^7S_3$
25 Mn	2	8		8		5	2	—	$^6S_{5/2}$
26 Fe	2	8		8		6	2	—	$^5D_4$
27 Co	2	8		8		7	2	—	$^4F_{9/2}$
28 Ni	2	8		8		8	2	—	$^3F_4$
29 Cu	2	8		8		10	1	—	$^2S_{1/2}$
30 Zn	2	8		8		10	2	—	$^1S_0$
31 Ga	2	8		8		10	2	1	$^2P_{1/2}$

Continuación de la tabla 37.1

Elemento	K	L		M			N		Término fundamental
	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	
32 Ge	2	8		8		10	2	2	$^3P_0$
33 As	2	8		8		10	2	3	$^4S_{3/2}$
34 Se	2	8		8		10	2	4	$^3P_2$
35 Br	2	8		8		10	2	5	$^2P_{3/2}$
36 Kr	2	8		8		10	2	6	$^1S_0$

se infieren de la configuración. Así, por ejemplo, para la configura-ición np^2 (dos electrones con el número cuántico principal n y $l = 1$) ols valores posibles de L serán 0, 1, 2 y S podrá tener valores 0 y 1. En conformidad con esto, parecerían ser posibles los térmi-ons

$$^1S,\ ^1P,\ ^1D,\ ^3S,\ ^3P,\ ^3D. \qquad (37.1)$$

Sin embargo, según el principio de Pauli son permitidos sólo aquellos términos, para los cuales los valores de aunque sea uno de los números cuánticos m_l y m_s de los electrones *equivalentes* (o sea, de los electrones con igual n y l) no coincidan[1]. Por ejemplo, el término ^3D no satisface esta exigencia. En realidad, $L = 2$ significa que los momentos orbitales de los electrones son «paralelos», a consecuencia de lo cual, los valores de m_l de estos electrones coinciden. De manera similar $S = 1$ significa que los espines de los electrones son «paralelos», debido a lo cual los valores de m_s también coinciden. En resumen, todos los cuatro números cuánticos (n, l, m_l y m_s) de ambos electrones resultan ser iguales, lo que contradice el principio de Pauli. De esta manera, el término ^3D en un sistema de dos electrones equivalentes no se puede realizar.

Para determinar los términos de electrones equivalentes, permitidos según el principio de Pauli, se utiliza el siguiente procedimiento: en las columnas de la tabla que incluyen los valores m_l de un electrón aisalado, se ponen enorma de flecha los valores de m_s (para arriba significs $m_s = +^1/_2$i para abajo, $m_s = -^1/_2$ (véase tabla 37.2 compuesta para dos electrones p equivalentes). En la tabla vienen dadas todas las combinaciones do los valores de m_s y m_l de ambos electrones permitidas según el pricipio de Pauli. En aquellos casos en que ambas flechas caen en una misma columna (esto significa que m_l en ambos electrones son iguales), las mismas están dirigidas

[1]) Para los electrones que no son equivalentes, o sea, para aquellos que difieran por n o por l, o por ambos, esta exigencia pierde su rigor.

Tabla 37.2

m_l			$m_L=\sum m_l$	$m_S=\sum m_s$	
+1	0	−1			
↑↓			+2	0	A
↑	↑		+1	+1	B
↑	↓		+1	0	A
↓	↑		+1	0	B
↓	↓		+1	−1	B
↑		↑	0	+1	B
↑		↓	0	0	A
↓		↑	0	0	B
↓		↓	0	−1	B
	↑↓		0	0	C
	↑	↑	−1	+1	B
	↑	↓	−1	0	A
	↓	↑	−1	0	B
	↓	↓	−1	−1	B
		↑↓	−2	0	A

en sentidos contrarios (m_s deben ser diferentes). En las columnas expuestas de la tabla se dan los valores de los números cuánticos m_L y m_S que son iguales a la suma algebraica de los números m_l y m_s, correspondientes a una combinación determinada. El conjunto de valores permitidos de m_L y m_S hace posible establecer las combinaciones permitidas de los valores L y S. Uno de estos conjuntos, señalado con la letra A en la última columna de la tabla, corresponde a la combinación $L = 2$, $S = 0$, o sea, al término ^1D; el segundo conjunto, señalado con la letra B, corresponde a $L = 1$, $S = 1$, o sea, al término ^3P y, finalmente, el conjunto marcado con la letra C corresponde a $L = 0$, $S = 0$, o sea, al término ^1S. De esta manera, de los seis términos formalmente posibles, señalados en (37.1), sólo tres no contradicen el principio de Pauli: ^1S, ^3P y ^1D, además el término ^3P es un triplete, o sea, se descompone en tres componentes: $^3P_2$, $^3P_1$ y $^3P_0$.

Ahora surge la pregunta, ¿cuál de los términos

$$^1S_0,\ ^3P_2,\ ^3P_1,\ ^3P_0,\ ^1D_2, \tag{37.2}$$

corresponde al estado fundamental, o sea, al estado de menor energía? Las dos *reglas* empíricas *de Hund* dan la respuesta a esta pregunta:

1) De los términos que pertenecen a una determinada configuración electrónica, posee menor energía aquel que tenga el mayor valor posible de S y el mayor valor posible de L para este S.

2) Los multipletes formados por electrones equivalentes son *regulares* (esto significa que la energía del estado crece al aumentar J), si están llenas no más de la mitad de las subcapas, y son *invertidos*

(la energía disminuye al aumentar J), si están llenas más de la mitad de las subcapas.

De la segunda regla de Hund se infiere que en el caso, cuando están llenas no más de la mitad de las subcapas, la componente del multiplete con $J = | L - S |$ posee la menor energía, en el caso contrario, la componente con $J = L + S$.

Según la primera regla de Hund, de los términos (37.2) debe poseer la menor energía uno de los términos P (ellos tienen el mayor S). Para la configuración np^2, la subcapa p está llena sólo en 1/3, o sea, menos que en la mitad. Por consiguiente, según la segunda regla de Hund, poseerá la menor energía el término con el menor valor de J, o sea, $^3P_0$. Este término es el fundamental para la configuración np^2 (véase 6 C, 14 Si y 32 Ge en la tabla 37.1).

§ 38. Espectros de rayos X

En el § 8 ya habíamos señalado que existen dos tipos de emisión de rayos X, la *característica* y la *de frenado*. Para energías no demasiado grandes de los electrones que bombardean el anticátodo se observa solamente emisión de frenado, la que posee un espectro continuo no dependiente del material del anticátodo. Cuando la energía de los electrones de bombardeo se hace suficientemente grande para arrancar electrones de las capas internas del átomo, en el fondo de la emisión de frenado surgen líneas intensas de emisión característica. Las frecuencias de estas líneas dependen de la naturaleza del material del anticátodo (por esta razón, dicha emisión se denomina característica).

Los espectros de rayos X se caracterizan por una simplicidad manifiesta. Los mismos están formados por varias series, las cuales se designan por las letras K, L, M, N y O. Cada serie cuenta con un pequeño número de líneas que se designan en orden creciente de su frecuencia por los índices α, β, γ, . . . (K_α, K_β, K_γ, . . .; L_α, L_β, L_γ, . . ., etc.). Los espectros de diferentes elementos tienen un carácter semejante. Al aumentar el número atómico Z, todo el espectro de rayos X solamente se desplaza hacia el lado de las menores longitudes de onda, sin variar su estructura (fig. 38.1). Esto se explica por el hecho de que los espectros de rayos X surgen al ocurrir transiciones de electrones en las partes internas del átomo, las cuales (partes) tienen una estructura semejante.

El esquema del surgimiento de los espectros de rayos X se muestra en la fig. 38.2. La excitación del átomo consiste en la separación de uno de los electrones internos. Si es arrancado uno de los dos electrones de la capa K, el lugar que queda libre puede ser ocupado por un electrón de cualquier capa exterior (L, M, N, etc.). Con ello surge la serie K. De esta misma forma aparecen las otras series también. La serie K va acompañada obligatoriamente por las demás

series ya que al emitir sus líneas, se liberan niveles en las capas L, M, etc., que a su vez serán llenados por electrones de capas superiores.

El físico inglés Moseley enunció en el año 1913 la ley que vincula las frecuencias de las líneas del espectro de rayos X con el número

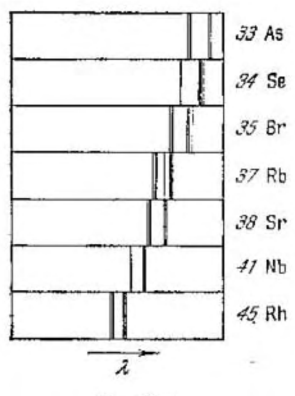


Fig. 38.1.

Fig. 38.2.

atómico Z del elemento que los emite. Según esta ley, las frecuencias de las líneas pueden expresarse por las fórmulas:

de la línea K_α:

$$\omega_{K_\alpha} = R(Z-1)^2\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)$$

(R es la constante de Rydberg);

de la línea K_β

$$\omega_{K_\beta} = R(Z-1)^2\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{3^2}\right);$$

de la línea L_α:

$$\omega_{L_\alpha} = R(Z-7{,}5)^2\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right),$$

etc. Todas estas fórmulas tienen la forma:

$$\omega = R(Z-\sigma)^2\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right). \qquad (38.1)$$

La ley de Moseley se expresa frecuentemente por la fórmula:

$$\sqrt{\omega} = C(Z-\sigma) \qquad (38.2)$$

(C y σ son constantes) y se enuncia de la siguiente manera: *la raíz cuadrada de la frecuencia es una función lineal del número atómico Z.*

En la fig. 38.3 están representados los gráficos de la dependencia de $\sqrt{\omega}$ de Z para las líneas K_α y L_α, construidos según los datos experimentales. Estos gráficos muestran con qué exactitud se cumple la ley de Moseley. Observándolos detenidamente podemos darnos cuenta de que el gráfico para la línea K_α tiene un carácter no completamente lineal.

La ley de Moseley permite determinar exactamente el número atómico de un elemento dado por la longitud de onda de las líneas espectrales de rayos X. La misma desempeñó un importante papel al colocar los elementos en el Sistema Periódico.

Fig. 38.3.

Moseley dio una explicación teórica sencilla a su ley. El notó que las líneas, cuyas frecuencias pueden determinarse por la fórmula (38.1), coinciden con las líneas emitidas al pasar un electrón que se encuentre en el campo de la carga $(Z - \sigma)e$ desde el nivel n_2 hacia el nivel n_1. El sentido de la constante σ es fácil de entender: los electrones, que transitan al ser emitidos rayos X se encuentran bajo la acción del núcleo, cuya atracción es un tanto disminuida por el efecto de los demás electrones que lo rodean. Este apantallamiento exige restarle a Z cierta magnitud σ.

Señalemos que la fórmula (38.1) está fundamentada en la suposición de que la constante de apantallamiento σ tiene el mismo valor para ambos términos. En realidad, el apantallamiento para el término K, por ejemplo, será más débil que para el término L, debido a que el electrón que se encuentra en la capa L será apantallado por ambos electrones de la capa K y además por la acción parcial que ejercen los demás electrones de la capa L, mientras que para un electrón de la capa K, el apantallamiento se realiza sólo por el segundo electrón K. Más rigurosamente la fórmula (38.1) debiese ser escrita en forma:

$$\omega = R\left\{\frac{(Z-\sigma_1)^2}{n_1^2} - \frac{(Z-\sigma_2)^2}{n_2^2}\right\}.$$

§ 39. Energía de la molécula

La práctica dice que los espectros de rayos X de los elementos pesados no dependen de la composición del compuesto químico en la que entra el elemento dado. De aquí se infiere que las fuerzas que mantienen los átomos en las moléculas son creadas por la interacción de los electrones externos. Los electrones de las capas internas, al combinarse los átomos en moléculas, permanecen en los estados invariables.

En adelante nos limitaremos al estudio de moléculas diatómicas. Se conocen dos tipos de enlace entre los átomos en las moléculas. Uno de ellos ocurre en el caso cuando los electrones en la molécula pueden ser divididos en dos grupos, cada uno de los cuales permanece todo el tiempo cerca de uno de los núcleos. Los electrones se distribuyen de tal forma, que cerca de uno de los núcleos se crea un exceso, y cerca del otro, una insuficiencia de los mismos. De esta manera, la molécula quedaría formada por dos iones de signos contrarios que se atraen uno al otro. El enlace de este tipo se denomina *heteropolar* (o *iónico*). El NaCl, KBr, HCl, etc. pueden servir de ejemplo de moléculas con enlace heteropolar.

El segundo tipo de enlace se observa en aquellas moléculas en las que parte de los electrones se mueve cerca de ambos núcleos. Este enlace se llama *homeopolar* (también *covalente*, o *atómico*). El mismo se compone de pares de electrones con espines dirigidos inversamente. Entre las moléculas de este tipo deben distinguirse las de núcleos iguales (H_2, N_2, O_2) y las de núcleos diferentes (por ejemplo, CN). En las moléculas del primer tipo, los electrones están distribuidos simétricamente. En las del segundo tipo existe cierta asimetría en la distribución de los electrones, debido a la cual las moléculas adquieren un momento dipolar eléctrico.

La molécula más simple con enlace homeopolar es la del hidrógeno. Poco tiempo después de la creación de la mecánica cuántica Heitler y London (1927) realizaron con éxito el cálculo cuántico mecánico del estado fundamental de la molécula de H_2. Ellos consiguieron resolver la ecuación de Schroedinger para un sistema formado por dos protones (núcleos de átomos de hidrógeno) y dos electrones (fig. 39.1). La energía potencial de este sistema es igual a:

$$U=-\frac{e^2}{r_{1a}}-\frac{e^2}{r_{2a}}-\frac{e^2}{r_{1b}}-\frac{e^2}{r_{2b}}+\frac{e^2}{r_{12}}+\frac{e^2}{R}.$$

Los núcleos tienen una masa aproximadamente 2000 veces mayor que la del electrón. Por esto los primeros se mueven mucho más despacio que los electrones y en una primera aproximación pueden considerarse inmóviles. En esta aproximación la ecuación de Schroe-

dinger tiene la forma:

$$\nabla_1^2\psi + \nabla_2^2\psi + \frac{2m_e}{\hbar^2}\left[E - e^2\left(\frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{R} - \frac{1}{r_{1a}} - \frac{1}{r_{2a}} - \frac{1}{r_{1b}} - \frac{1}{r_{2b}}\right)\right]\psi = 0. \tag{39.1}$$

Aquí ∇_1^2 es el operador de Laplace, que contiene las coordenadas de uno de los electrones, y ∇_2^2, el que contiene las del otro.

Los valores propios de la energía, obtenidos de la ecuación (39.1), resultan depender de la distancia entre los núcleos R, o sea, $E =$

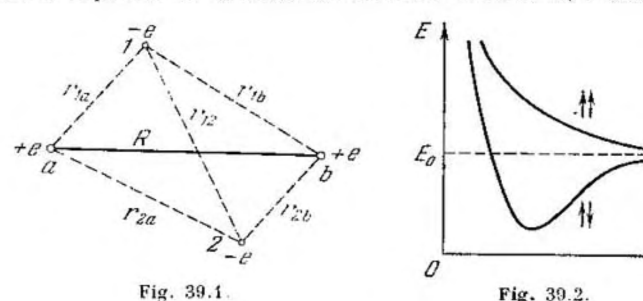


Fig. 39.1. Fig. 39.2.

$= E(R)$, además el carácter de esta dependencia difiere sustancialmente en los casos de orientación paralela y antiparalela de los espines de los electrones (fig. 39.2). La formación de la molécula es posible solamente al acercarse átomos con espines antiparalelos. El valor asintótico E_0, hacia el que tiende la energía de la molécula cuando $R \to \infty$, para ambas curvas representadas en la figura es el mismo e igual a la suma de las energías de los átomos aislados. Algo similar ocurre para otras moléculas diatómicas. La energía condicionada por la configuración electrónica (energía electrónica) tiene un mínimo a cierto valor de R y se representa por una curva del mismo tipo que para la molécula de hidrógeno (véase curva *1* en la fig. 39.3).

El cambio de la configuración electrónica de la molécula conlleva a la variación de la dependencia de la energía electrónica de la distancia R entre los núcleos. El valor asintótico de la energía también se hace otro, igual a la energía sumaria de los átomos aislados en el nuevo estado cuántico (véase curva *2* en la fig. 39.3).

En lo fundamental, la variación de la reserva de energía de la molécula ocurre, al igual que en el átomo, como resultado de la alteración de la configuración electrónica que forma la parte periférica de la molécula. Sin embargo, para una configuración electrónica dada, los núcleos de la molécula pueden vibrar y rotar de diferente

manera con relación al centro de inercia común. Las reservas de energía de oscilación y de rotación que deben ser consideradas en el balance total están vinculadas con estos tipos de movimiento. Introduzcamos las siguientes designaciones:

E_e es la energía condicionada por la configuración electrónica (energía electrónica).

E_v, la energía que corresponde a las vibraciones de la molécula (energía de oscilación o de vibración).

E_r, la energía vinculada con la rotación de la molécula (energía giratoria o de rotación).

En una primera aproximación, las formas integrantes del movimiento molecular, o sea, movimiento de los electrones, rotación

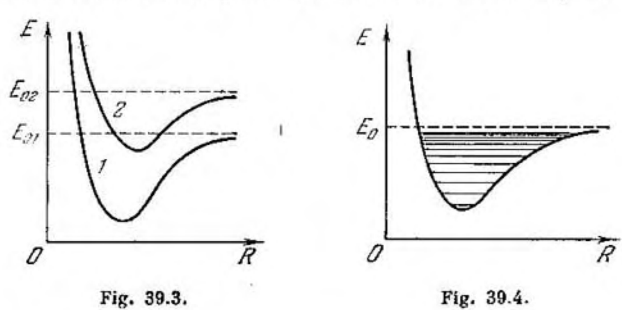


Fig. 39.3. Fig. 39.4.

y vibración de la molécula, pueden ser consideradas independientes unas de otras. Por esto, la energía total de la molécula puede expresarse en forma:

$$E = E_e + E_v + E_r.$$

Según (27.3) la energía del oscilador armónico se define por la expresión:

$$E_v = (v + {}^1/_2)\,\hbar\omega_v \qquad (v = 0, 1, 2, \ldots), \tag{39.2}$$

donde v es el número cuántico vibratorio y ω_v, la frecuencia clásica del oscilador (en la fórmula (27.3) estas magnitudes se designan por las letras n y ω). Recordemos que para el número cuántico vibratorio existe la regla de selección:

$$\Delta v = \pm 1 \tag{39.3}$$

(véase (27.4)).

La curva de la energía potencial de la molécula (véase fig. 39.3) coincide con una parábola sólo para vibraciones pequeñas. La anarmonía (desviación de la armonía), que comienza al crecer la intensidad de las vibraciones, conlleva a que con el aumento del número

cuántico v los niveles se hacen más densos, teniendo su límite en la energía E_g de la molécula disociada (fig. 39.4). Sin embargo, para valores pequeños de v puede considerarse con suficiente grado de exactitud que la energía de vibración de la molécula se define por la fórmula (39.2).

Estudiemos ahora lo relacionado con la energía de rotación de la molécula. La energía de un sistema que tiene un momento de inercia I y que rota con una velocidad angular ω_r es igual a:

$$E_r = \frac{I\omega_r^2}{2} = \frac{(I\omega_r)^2}{2I} = \frac{M^2}{2I},$$

donde $M = I\omega_r$ es el momento de impulso del sistema. Según (24.2), el momento de impulso puede tener solamente valores discretos:

$$M = \hbar\sqrt{J(J+1)}$$
$$(J = 0, 1, 2, \ldots)$$

(J es el número cuántico del momento de impulso). Por consiguiente, la energía de rotación de la molécula puede tener solamente los valores cuantificados:

$$E_r = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I}, \quad (39.4)$$

Fig. 39.5.

donde I es el momento de inercia de la molécula con relación al eje que pasa por su centro de inercia, J, el *número cuántico de rotación* que puede tener valores: 0, 1, 2, etc.

Para el número cuántico de rotación existe la regla de selección:

$$\Delta J = \pm 1. \quad (39.5)$$

De esta manera, en conformidad con (39.2) y (39.4), la energía total de la molécula es igual a:

$$E = E_e + \left(v + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_v + \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I} \quad (39.6)$$

La experiencia y la teoría muestran que la distancia entre los niveles de rotación ΔE_r es esencialmente menor que entre los niveles de

vibración ΔE_v, que a su vez es mucho menor que la distancia entre los niveles electrónicos ΔE_e. Por consiguiente, el esquema de los niveles energéticos de una molécula diatómica es como se muestra en la fig. 39.5 (han sido expuestos sólo dos niveles electrónicos). El conjunto de los niveles está contenido en la columna derecha. Las dos primeras columnas aclaran solamente el surgimiento de los niveles.

§ 40. Espectros moleculares

Mientras que los espectros atómicos están formados por líneas aisladas, los moleculares, al ser observados en un equipo con un poder de resolución medio, se presentan formados por bandas (véase



Fig. 40.1.

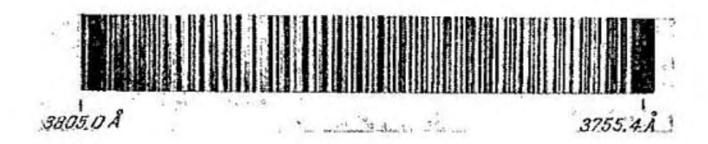


Fig. 40.2.

fig. 40.1 en la que se muestra un fragmento del espectro obtenido para el caso de una descarga luminiscente en el aire). Al utilizar equipos de alto poder resolutivo se descubre que las bandas están formadas por una gran cantidad de líneas situadas densamente (véase fig. 40.2, en la cual se observa la estructura fina de una de las bandas del espectro de la molécula de nitrógeno).

En conformidad con su carácter, los espectros moleculares se denominan *espectros de bandas*. En dependencia del tipo de energía que provoca la emisión del fotón (electrónica, de rotación o de vibración) se distinguen tres clases de bandas: 1) de rotación, 2) de vibración-rotación y 3) electrónica de vibración. Las bandas en la

fig. 40.1 pertenecen al tipo electrónico de vibración. Para las bandas de esta clase es característica la presencia de un borde intenso que se denomina *cabeza* de la banda, el otro extremo de la banda resulta ser difuso. La cabeza es creada por el espesamiento de las líneas que forman la banda. Las bandas de rotación y de vibración-rotación no las poseen.

Nos limitaremos al estudio de los espectros de rotación y de vibración-rotación de moléculas diatómicas. La energía de estas moléculas se compone de las energías electrónicas, de rotación y de vibración (véase fórmula (39.6)). En el estado fundamental de la molécula, los tres tipos de energía tienen un valor mínimo. Al comunicarle a la molécula una cantidad de energía suficiente, ésta transita a un estado excitado, para emitir después un fotón, realizando la transición permitida por la regla de selección hacia uno de los niveles energéticos inferiores:

$$\hbar\omega = \Delta E_e + \Delta E_v + \Delta E_r = E_e' - E_e'' + (v' + {}^1/_2)\,\hbar\omega_v' - (v'' + {}^1/_2)\,\hbar\omega_v'' + \frac{\hbar^2 J'(J'+1)}{2I'} - \frac{\hbar^2 J''(J''+1)}{2I''}$$

(es necesario tener en cuenta que tanto ω_v como I difieren para distintas configuraciones electrónicas de la molécula).

En el parágrafo anterior se señaló que:

$$\Delta E_e \gg \Delta E_v \gg \Delta E_r.$$

Por esto, cuando las excitaciones son débiles, varía E_r solamente, cuando son más fuertes, varía E_v y sólo cuando las excitaciones son mucho más fuertes, varía la configuración electrónica de la molécula, o sea, E_e.

Bandas de rotación. Los fotones que corresponden a las transiciones de la molécula de un estado de rotación a otro (la configuración electrónica y la energía de vibración no varían con ello) poseen la menor energía:

$$\hbar\omega = \Delta E_r = \frac{\hbar^2 J'(J'+1)}{2I} - \frac{\hbar^2 J''(J''+1)}{2I}.$$

Las variaciones posibles del número cuántico J están limitadas por la regla de selección (39.5). Por esto, las frecuencias de las líneas emitidas durante las transiciones entre niveles de rotación pueden tener los valores:

$$\omega = \frac{\Delta E_r}{\hbar} = B\,[(J+1)(J+2) - J(J+1)] = 2B(J+1) = \omega_1 (J+1),$$

donde J es el número cuántico del nivel, en el que se realiza la transición (el mismo puede tener los valores: 0, 1, 2, . . .) y

$$B = \hbar/2I. \tag{40.1}$$

En la fig. 40.3 se muestra el esquema del surgimiento de las bandas de rotación. El espectro de rotación está formado por una serie de líneas equidistantes situadas en la región infrarroja muy lejana. Midiendo las distancias entre las líneas $\Delta\omega = \omega_1$ se puede determinar la constante (40.1) y hallar el momento de inercia de la molécula. Luego, conociendo la masa de los núcleos, se puede calcular la distancia de equilibrio R_0 entre ellos en una molécula diatómica.

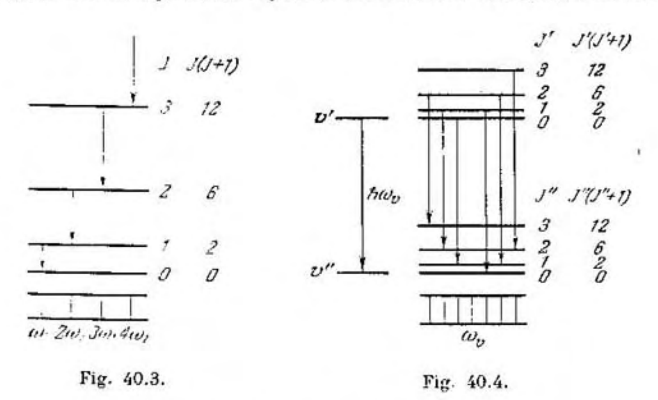


Fig. 40.3. Fig. 40.4.

La distancia entre las líneas $\Delta\omega$ es del orden de 10^{13} s^{-1}, de manera que para los momentos de inercia de las moléculas se obtienen valores del orden de 10^{-40} g·cm^2. Por ejemplo, para la molécula HCl, $I = 2{,}71 \cdot 10^{-40}$ g·cm^2, lo que corresponde a $R_0 = 1{,}29$ Å.

Bandas de vibración-rotación. En el caso en que durante la transición varían los estados de rotación y de vibración de la molécula (fig. 40.4), la energía del fotón emitido será igual a:

$$\hbar\omega = \Delta E_v + \Delta E_r = \hbar\omega_v (v' + {}^1/_2) - \hbar\omega_v (v'' + {}^1/_2) + \\ + \frac{\hbar^2 J'(J'+1)}{2I} - \frac{\hbar^2 J''(J''+1)}{2I}.$$

Para el número cuántico v existe la regla de selección (39.3); para J, la regla (39.5).

Por cuanto $\Delta E_v \gg \Delta E_r$, la emisión del fotón puede ocurrir no sólo para $J' > J''$, sino que también cuando $J' < J''$. En el caso $J' > J''$, la frecuencia de los fotones se determina por la fórmula

$$\omega = \omega_v + B\,[(J+1)(J+2) - J(J+1)] = \omega_v + 2B\,(J+1) = \\ = \omega_v + 2Bk \quad (k = 1, 2, 3, \ldots),$$

donde J es el número cuántico de rotación del nivel inferior, el cual puede tomar los valores: 0, 1, 2, . . .; B es la magnitud (40.1). Si $J' < J''$, la fórmula para la frecuencia de los fotones tiene la forma:

$$\omega = \omega_v + B\,[(J-1)\,J - J\,(J+1)] = \omega_v - 2BJ = \\ = \omega_v - 2Bk \quad (k = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots),$$

donde J es el número cuántico de rotación del nivel inferior, el cual puede tomar los valores: 1, 2, . . . (en este caso $J'' = J$ no puede tener el valor 0, ya que entonces J' se igualaría a -1).

Ambos casos pueden ser abarcados por una fórmula:

$$\omega = \omega_v \pm 2Bk = \omega_v \pm \omega_1 k \quad (k = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots).$$

El conjunto de líneas que poseen las frecuencias definidas por esta fórmula se denomina *banda de vibración-rotación*. La parte vibratoria de la frecuencia ω_v caracteriza la región espectral en la que se sitúa la banda, la parte rotatoria $\pm\omega_1 k$, la estructura fina de la banda, o sea, el desdoblamiento en líneas aisladas. La región en que están las bandas de vibración-rotación se extiende, aproximadamente, desde los 8000 hasta los 50 000 Å.

En la fig. 40.4 se puede apreciar que la banda de vibración-rotación está formada por un conjunto de líneas simétricas con relación a ω_v, que distan una de otra $\Delta\omega = \omega_1$. Pero la distancia en el centro de la banda es dos veces mayor, debido a que la línea de frecuencia ω_v no aparece.

La distancia entre las componentes de la banda de vibración-rotación está vinculada con el momento de inercia de la molécula por la misma relación, que en el caso de la banda de rotación, de modo que midiendo esta distancia puede ser hallado el momento de inercia de la molécula.

Señalemos que en completa concordancia con las conclusiones de la teoría, los espectros de rotación y de vibración-rotación se observan en la práctica sólo para moléculas diatómicas asimétricas (o sea, para moléculas formadas por dos átomos diferentes). En las moléculas simétricas el momento dipolar es igual a cero, lo que conlleva a la prohibición de las transiciones de rotación y de vibración-rotación. Los espectros electrónicos de vibración se observan tanto en moléculas asimétricas como en simétricas.

§ 41. Difusión combinada de la luz

En el año 1928, los científicos soviéticos G. C. Landsberg y L. I. Mandelshtam, y simultáneamente los físicos indios Raman y Crishnan descubrieron un fenómeno que consiste en lo siguiente. El espectro de difusión, que aparece al pasar la luz a través de los

gases, líquidos o cuerpos cristalinos transparentes, además de la línea no desplazada contiene nuevas líneas, cuyas frecuencias ω son una combinación de la frecuencia de la luz incidente ω_0 y las frecuencias ω_i de las transiciones de vibración o de rotación de las moléculas difusoras:

$$\omega = \omega_0 \pm \omega_i. \tag{41.1}$$

Este fenómeno recibió el nombre de *difusión combinada de la luz*[1]).

En la fig. 41.1 se muestra el espectro de difusión combinada del oxígeno excitado por la línea Hg 2536,5 Å. Sobre la línea de difusión combinada situada a la derecha de la línea de la fuente se le sobrepuso la línea Hg 2534,8 Å (menos intensa que Hg 2536,5 Å), a consecuencia de lo cual la intensidad de la misma resultó ser mayor que la de las demás. En la figura se observa que el espectro de difusión combinada está formado por la línea no desplazada ω_0, con relación a la cual se encuentra simétricamente una serie de satélites. A cada satélite «rojo» (o sea, al satélite desplazado en el sentido de las mayores longitudes de onda) con frecuencia $\omega_0 - \omega_i$ le corresponde un satélite «violeta» con frecuencia $\omega_0 + \omega_i$[2]). A temperaturas habituales, la intensidad de los satélites violetas es mucho menor que la de los rojos. Con el aumento de la temperatura la intensidad de los satélites violetas crece rápidamente.

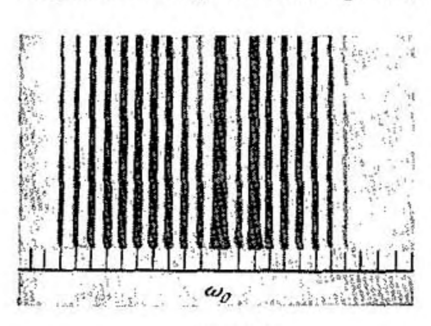


Fig. 41.1

Según la teoría cuántica, el proceso de dispersión de la luz, puede ser considerado como un choque no elástico de los fotones con las moléculas. Al chocar, el fotón puede darle a la molécula u obtener de ella sólo aquellas porciones de energía, que son iguales a la diferencia de dos de sus niveles energéticos. Si al chocar con el fotón la molécula pasa del estado con una energía E' a otro con una energía E'' $(E'' > E')$, la energía del fotón después de la dispersión será igual a $\hbar\omega_0 - \Delta E$, donde $\Delta E = E'' - E'$. Del mismo modo, la frecuencia del fotón disminuirá en $\omega_1 = \Delta E/\hbar$, o sea, surge un satéli-

[1]) En la literatura de otros países este fenómeno se denomina efecto de Raman.

[2]) Los satélites rojos son llamados también «stoksovianos», y los satélites violetas «antistoksovianos».

te «rojo». Si la molécula se encontraba inicialmente en el estado con energía E'', la misma puede transitar, a consecuencia del choque con el fotón, al estado con energía E', dándole el exceso de energía $\Delta E = E'' - E'$ al fotón. Como resultado, la energía del fotón será igual a $\hbar\omega_0 + \Delta E$ y su frecuencia aumentará en ω_1. La difusión del fotón $\hbar\omega_0$ puede ir acompañada de transiciones de la molécula entre diferentes niveles rotacionales y de vibración E', E'', E''', etc. Al final surge una serie de satélites situados simétricamente.

A temperaturas habituales, el número de moléculas que se encuentran en el estado fundamental supera en mucho el de las moléculas que se encuentran en estados excitados. Por consiguiente, los choques que van acompañados de disminución de energía de la molécula son menos frecuentes que las transiciones que conllevan al aumento de la energía. Con esto se explica la poca intensidad de los satélites violetas en comparación con los rojos. Al aumentar la temperatura, el número de moléculas excitadas crece con rapidez, lo que provoca el aumento de la intensidad de los satélites violetas.

La investigación de la difusión combinada ofrece muchos datos sobre la estructura de las moléculas. Con ayuda de este método se determinan las frecuencias propias de vibración de las moléculas, además el mismo permite valorar el carácter de la simetría de la molécula. La difusión combinada de la luz en los cristales se vincula usualmente con la llamada rama óptica de las vibraciones de la red cristalina (véase § 48). Los espectros de difusión combinada son tan característicos para las moléculas, que con su ayuda se realiza el análisis de complejas mezclas moleculares, sobre todo orgánicas, cuyo análisis por métodos químicos es muy difícil e incluso imposible.

Señalemos que la difusión combinada pertenece al grupo de los llamados efectos no lineales (véase § 44).

§ 42. Emisiones inducidas

Hasta el momento habíamos considerado dos tipos de transiciones en los átomos entre los niveles energéticos: las transiciones espontáneas desde niveles más altos hacia más bajos y las que ocurren bajo los efectos de la radiación (inducidas) desde niveles más bajos hacia los superiores. Las del primer tipo conllevan a la emisión espontánea de fotones por los átomos y las del segundo provocan la absorción de la radiación por la sustancia.

En el año 1918 Einstein se dió cuenta de que los tipos de emisión señalados no son suficientes para explicar la existencia de los estados de equilibrio entre la radiación y la sustancia. En efecto, la probabilidad de las transiciones espontáneas se define solamente por las propiedades internas de los átomos y, por consiguiente, no puede depender de la intensidad de la emisión incidente, mientras que la

probabilidad de las transiciones «absorbentes» depende lo mismo de las propiedades de los átomos que de la intensidad de la radiación incidente. Para que sea posible el establecimiento del equilibrio a una intensidad arbitraria de la radiación incidente es necesario que existan transiciones «emisoras», cuyas probabilidades aumenten con el crecimiento de la intensidad de la radiación, o sea, transiciones «emisoras» provocadas por la radiación. La emisión que surge como resultado de estas transiciones se denomina *forzada* o *inducida*.

Partiendo de las consideraciones termodinámicas, Einstein demostró que la probabilidad de las transiciones forzadas que van acompañadas de emisión debe ser igual a la de las transiciones que van acompañadas de absorción de la luz. De esta manera, las transiciones inducidas pueden ocurrir con igual probabilidad tanto en uno como en otro sentido.

La emisión inducida posee una propiedad muy importante. La dirección de su propagación coincide exactamente con la de la radiación que la provoca, o sea, la emisión externa que causa esta transición. Lo mismo se refiere a la frecuencia, la fase y la polarización de la emisión forzada y la radiación que la provoca. Por consiguiente, estas dos emisiones resultan ser rigurosamente coherentes. Esta peculiaridad de la emisión forzada es el fundamento del funcionamiento de amplificadores y generadores de luz denominados láseres (véase parágrafo siguiente).

Sea P_{nm} la probabilidad de la transición forzada del átomo en la unidad de tiempo del nivel energético E_n al E_m y P_{mn}, la probabilidad de la transición inversa. Anteriormente se indicó que para una misma intensidad de la radiación $P_{nm} = P_{mn}$. La probabilidad de las transiciones inducidas es proporcional a la densidad de la energía u_ω del campo electromagnético que las provoca[1]) correspondiente a la frecuencia ω de la transición dada ($\omega = (E_n - E_m)/\hbar$). Designando el coeficiente de proporcionalidad por la letra B, obtendremos:

$$P_{nm} = B_{nm}u_\omega, \quad P_{mn} = B_{mn}u_\omega. \tag{42.1}$$

Las magnitudes B_{nm} y B_{mn} se llaman *coeficientes de Einstein*. Según lo dicho anteriormente, $B_{nm} = B_{mn}$.

Basándose en la igualdad de las probabilidades de las transiciones forzadas $n \to m$ y $m \to n$, Einstein dio una deducción de la fórmula de Planck bastante simple. El equilibrio entre la radiación y la sustancia será alcanzado a condición de que el número de átomos N_{mn}, que realice la transición del estado n al estado m en la unidad de tiempo, sea igual al número de átomos que realice la transición inversa. Supongamos que $E_n > E_m$. Entonces las transiciones $m \to n$ podrán ocurrir solamente bajo el efecto de la radiación, las

---

[1]) En el § 7 expresamos el valor de equilibrio u_ω por $u(\omega, T)$.

transiciones $n \to m$ ocurrirán lo mismo forzosa que espontáneamente. Por consiguiente,

$$N_{mn} = N_{mn}^{(\text{forz})}, \quad N_{nm} = N_{nm}^{(\text{forz})} + N_{nm}^{(\text{espont})},$$

la condición de equilibrio tiene la forma:

$$N_{mn}^{(\text{forz})} = N_{nm}^{(\text{forz})} + N_{nm}^{(\text{espont})}, \tag{42.2}$$

según (42.1),

$$N_{mn}^{(\text{forz})} = P_{mn}N_m = B_{mn}u_\omega N_m, \tag{42.3}$$

$$N_{nm}^{(\text{forz})} = P_{nm}N_n = B_{nm}u_\omega N_n \tag{42.4}$$

(N_m y N_n representan el número de átomos en los estados m y n).

Designemos la probabilidad de la transición espontánea del átomo del estado n al estado m en la unidad de tiempo por A_{nm}. Entonces, el número de átomos que realizan la transición espontánea $n \to m$ en la unidad de tiempo se define por la expresión:

$$N_{nm}^{(\text{espont})} = A_{nm}N_n. \tag{42.5}$$

La sustitución de las expresiones (42.3), (42.4) y (42.5) en la relación (42.2) conlleva a la igualdad:

$$B_{mn}u_\omega N_m = B_{nm}u_\omega N_n + A_{nm}N_n.$$

El valor u_ω caracterizado por esta igualdad es el valor de equilibrio de esta magnitud, o sea $u(\omega, T)$. De esta forma:

$$u(\omega, T) = \frac{A_{nm}N_n}{B_{mn}N_m - B_{nm}N_n} = \frac{A_{nm}}{B_{nm}} \frac{1}{N_m/N_n - 1}$$

(consideramos que $B_{mn} = B_{nm}$).

La distribución de equilibrio de los átomos por estados con diferente energía se define por la ley de Boltzmann, según la cual

$$\frac{N_m}{N_n} = e^{(E_n - E_m)/kT} = e^{\hbar\omega/kT}.$$

Por consiguiente, llegamos a la fórmula:

$$u(\omega, T) = \frac{A_{nm}}{B_{nm}} \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \tag{42.6}$$

Para determinar el coeficiente A_{nm}/B_{nm} Einstein aprovechó la circunstancia de que para frecuencias pequeñas la expresión (42.6) debe convertirse en la fórmula de Rayleigh-Jeans. En el caso de que $\hbar\omega \ll kT$, puede sustituirse $e^{\hbar\omega/kT} \approx 1 + \hbar\omega/kT$, como resultado de lo cual (42.6) adquiere la forma:

$$u(\omega, T) = \frac{A_{nm}}{B_{nm}} \frac{kT}{\hbar\omega}.$$

La comparación con la fórmula (6.2) da para A_{nm}/B_{nm} el valor

$$\frac{A_{nm}}{B_{nm}}=\frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3}.$$

La sustitución de este valor en (42.6) conlleva a la fórmula de Planck (véase (7.8)).

§ 43. Láseres

En los años 50 fueron creados dispositivos que amplifican las ondas electromagnéticas a cuenta de la emisión forzada, descubierta por Einstein (véase parágrafo anterior). En el año 1953, los científicos soviéticos N. G. Básov y A. M. Prójorov, e independientemente los científicos americanos Townes y Veber[1]) crearon los primeros generadores moleculares que trabajan en un diapazón de ondas centimétricas y que recibieron el nombre de *máseres*. La palabra «máser» proviene de las iniciales de la denominación inglesa Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation (amplificación de microondas con ayuda de la emisión forzada). En el año 1960, Maimant (EE.UU.) creó el primer equipo análogo que trabaja en el diapazón óptico, el *láser* (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation—amplificación de la luz con ayuda de la emisión forzada). A veces los láseres son denominados *generadores ópticos cuánticos*.

En el parágrafo anterior pusimos en claro que la luz, cuya frecuencia ω coincida con una de las frecuencias $(E_n - E_m)/\hbar$ de los átomos de la sustancia $(E_n > E_m)$ sobre la que actúa, provocará dos procesos: 1) la transición forzada $m \rightarrow n$ y 2) la transición forzada $n \rightarrow m$. El primero de ellos conlleva a la absorción de la luz y al debilitamiento del haz incidente, el segundo, al aumento de la intensidad de este último. La variación resultante de la intensidad del haz lumínico depende de cuál de los dos procesos predomina.

En el caso de equilibrio termodinámico, la distribución de los átomos por los diferentes estados energéticos se define por la ley de Boltzmann:

$$N_i=\frac{Ne^{-E_i/kT}}{\sum\limits_j e^{-E_j/kT}}=Ce^{-E_i/kT}, \tag{43.1}$$

donde N es el número total de átomos y N_i, el número de átomos que se encuentran a una temperatura T en el estado con energía E_i (para simplificar, hemos supuesto que todos los niveles energéticos no están degenerados). De esta fórmula se infiere que con el aumento

[1]) En el año 1964, Básov, Prójorov y Townes recibieron el premio Nobel por este trabajo.

de la energía del estado, la población del nivel, o sea, la cantidad de átomos en el estado dado, disminuye. El número de transiciones entre dos niveles es proporcional a la población del nivel inicial. Por consiguente, en un sistema de átomos que se encuentre en equilibrio termodinámico, la absorción de la onda lumínica incidente predominará sobre las emisiones forzadas, ya que la onda incidente al pasar por la sustancia se debilita.

Para obtener la amplificación de la onda incidente es necesario invertir la población de los niveles energéticos, o sea, hacer que en el estado de mayor energía E_n se encuentre un número mayor de átomos que en el de menor energía E_m. En este caso se dice que el conjunto de átomos dado tiene la *población invertida*. Según la fórmula (43.1),

$$\frac{N_n}{N_m}=e^{-(E_n-E_m)/kT}.$$

En el caso de la población invertida $(N_n/N_m) > 1$ para $(E_n - E_m) > 0$. Haciendo extensiva formalmente la distribución (43.1) a este caso, obtendremos para T un valor negativo. Por lo tanto, los estados con población invertida se denominan, en ocasiones, estados con temperatura negativa.

La variación de la intensidad de la luz al pasar ésta por un medio absorbente se describe por la fórmula:

$$I = I_0 e^{-\varkappa l}. \qquad (43.2)$$

En una sustancia con población invertida de los niveles energéticos, la emisión forzada puede superar la absorción de la luz por los átomos, a consecuencia de lo cual el haz de luz incidente al pasar por la sustancia se amplificará. En este caso, el fenómeno ocurre de tal forma, como si el coeficiente de absorción $\varkappa$ en la fórmula (43.2) fuese negativo. Conformemente, el conjunto de átomos con población invertida puede ser considerado como un sistema con un coeficiente de absorción negativo.

La creación del láser se hizo posible, después de que fueron encontradas las formas de realizar la inversión de la población de los niveles en ciertas sustancias. En el primer láser construido por Maimant, el cuerpo de trabajo era un cilindro de rubí rosado. El diámetro de la varilla era aproximadamente de 1 cm y la longitud, cerca de 5 cm. Los extremos de la varilla de rubí fueron pulidos cuidadosamente y representaban dos espejos rigurosamente paralelos. Un extremo se recubría con una capa de plata, opaca y densa y el otro, con una capa de plata tal, que la misma dejara pasar cerca del 8% de la energía que incidía sobre él.

El rubí no es más que óxido de aluminio (Al_2O_3) en el cual algunos de los átomos de aluminio han sido sustituidos por átomos de cromo. Al absorber la luz, los iones de cromo Cr^{+++} (el cromo se

encuentra en esta forma en los cristales de rubí) transitan a un estado excitado. La transición inversa, al estado fundamental, ocurre en dos etapas. En la primera, los iones excitados ceden parte de su energía a la red cristalina y pasan a un estado metastable. La transición desde este estado al fundamental está prohibida por la regla de

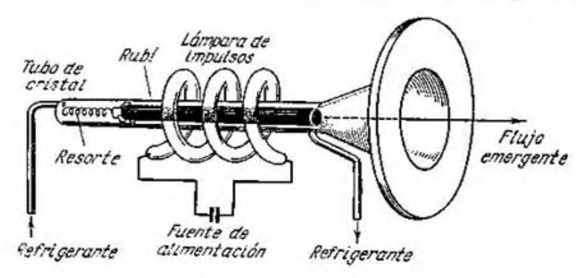


Fig. 43.1.

selección. Por esto, el tiempo medio de vida del ion en el estado metastable ($\sim 10^{-3}$ s) es aproximadamente 10^5 veces mayor que en un estado excitado común. En la segunda etapa, los iones transitan desde el estado metastable al fundamental[1]), emitiendo un fotón con $\lambda = 6943$ Å. Bajo el efecto de fotones de esta misma longitud de onda, o sea, en el caso de la emisión forzada, la transición de los iones de cromo desde el estado metastable al fundamental ocurre mucho más rápidamente que en el caso de la emisión espontánea.

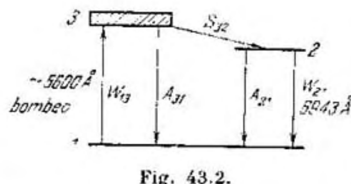


Fig. 43.2.

En el láser, el rubí es iluminado por una lámpara de impulsos de xenón (fig. 43.1) que da una luz con una ancha banda de frecuencias. A una potencia suficiente de la lámpara, la mayoría de los iones de cromo pasa a un estado excitado. El proceso de transmisión de la energía al cuerpo de trabajo del láser para llevar los átomos a un estado excitado se denomina *bombeo*. En la fig. 43.2 se muestra el esquema de los niveles del ion de cromo Cr^{+++} (el nivel *3* representa la banda formada por un conjunto de niveles muy próximos).

La excitación de los iones a consecuencia del bombeo se indica por la flecha W_{13}. El tiempo de vida del nivel *3* es muy pequeño

[1]) Las reglas de selección no son absolutamente rigurosas. La probabilidad de las transiciones prohibidas es mucho menor que la de las permitidas, pero de todos modos es diferente de cero.

($\sim 10^{-8}$ s). En el transcurso de este lapso de tiempo algunos iones transitan espontáneamente de la banda *3* al nivel fundamental *1*. Estas transiciones se muestran por la flecha A_{31}. Sin embargo, la mayoría de los iones pasa al estado metastable *2* (la probabilidad de esta transición, marcada por la flecha S_{32}, es mucho mayor que la de la transición A_{31}). A una potencia del bombeo suficiente, el número de iones de cromo que se encuentran en el nivel *2* se hace mayor que el número de iones en el nivel *1*. Por consiguiente, ocurre la inversión de los niveles *1* y *2*.

La flecha A_{21} indica la transición espontánea desde el estado metaestable al fundamental. El fotón emitido con ello puede causar la emisión forzada de fotones complementarios (transición W_{21}), los cuales a su vez, provocarán emisión forzada, etc. Como resultado se forma una cascada de fotones. Recordemos que los fotones que surgen durante la emisión forzada, vuelan en la misma dirección que los fotones incidentes. Los fotones cuya dirección del movimiento forma ángulos pequeños con el eje de la varilla de cristal sufren una reflexión repetida en los extremos de la muestra. Por esto su recorrido en el cristal será muy grande, de manera que la cascada de fotones se desarrolla particularmente en la dirección del eje. Los fotones emitidos espontáneamente en otras direcciones salen del cristal a través de su superficie lateral.

El proceso de formación de la cascada viene dado esquemáticamente en la fig. 43.3. Antes del comienzo del impulso, los iones de cromo se encuentran en el estado fundamental (circulitos negros en la fig. 43,3, *a*). La luz del bombeo (flechas continuas en la fig. 43.3, *b*) lleva la mayoría de los iones a un estado excitado (circulitos blancos). La cascada comienza a desarrollarse cuando los iones excitados emiten espontáneamente fotones (flechas discontinuas en la fig. 43.3, *c*) en dirección paralela al eje del cristal (los fotones emitidos en otras direcciones salen del cristal). Los fotones se multiplican a cuenta de la emisión forzada. Este proceso se desarrolla (fig. 43.3, *d* y *e*), ya que los fotones pasan repetidas veces a lo largo del cristal, reflejándose en sus extremos. Cuando el haz se hace suficientemente intenso, parte del mismo sale a través del extremo semitransparente del cristal (fig. 43.3, *f*).

Los láseres de rubí funcionan en un régimen de impulsos (con una frecuencia del orden de varios impulsos por minuto). Dentro del cristal se desprende gran cantidad de calor. Por esto hay que enfriarlo, lo que se realiza con ayuda de aire líquido.

En el año 1961 Javan creó el primer láser gaseoso que trabaja con una mezcla de helio y neón. En el año 1963 fueron creados los primeros láseres semiconductores. Hoy la lista de materiales para el láser cuenta con muchas decenas de sustancias sólidas y gaseosas.

La radiación de los láseres posee una serie de particularidades admirables. Para la misma son características: 1) monocromaticidad

rigurosa ($\Delta\lambda \sim 0{,}1$ Å); 2) gran coherencia en el tiempo y el espacio; 3) gran intensidad; 4) estrechez del haz. El ancho angular del haz lumínico generado por el láser es tan pequeño que utilizando un enfoque telescópico puede obtenerse en la superficie lunar una man-

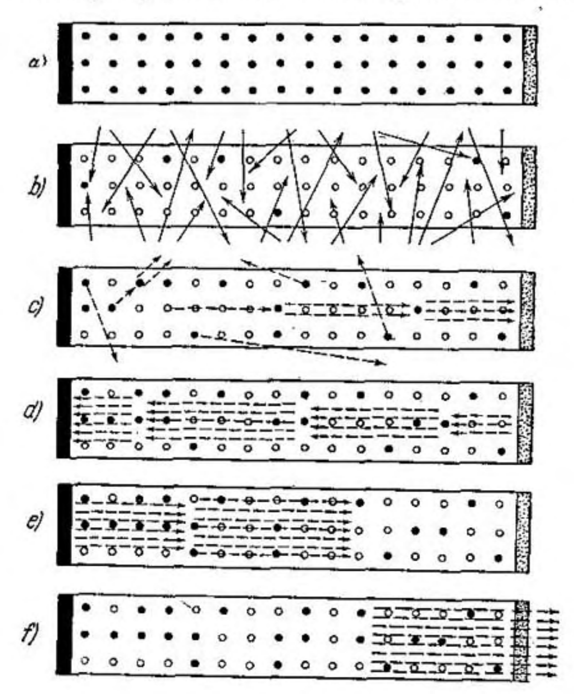


Fig. 43.3.

cha de luz de sólo 3 km de diámetro. La alta potencia y la estrechez del haz permiten obtener, al ser enfocado con ayuda de una lente, una densidad del flujo de energía que supera 1000 veces la que puede ser obtenida al enfocar la luz solar. Los haces lumínicos de densidad de potencia tan alta pueden utilizarse en el tratamiento mecánico y en soldadura, así como para influir en la marcha de las reacciones químicas, etc.

La gran coherencia de la emisión abre amplias perspectivas para utilizar los láseres en objetivos de radiocomunicaciones, en parti-

cular, para la radiocomunicación dirigida en el cosmos. Si es descubierto un método de modulación y desmodulación de la luz, un solo láser podrá sustituir todo el sistema de comunicaciones (por el volumen de información transmitido) entre las costas occidental y oriental de los EE.UU.

La alta coherencia del haz del láser permitió llevar a efecto un fenómeno tan admirable como la holografía.

Lo dicho no abarca, ni mucho menos, todas las posibilidades del láser. El mismo representa una fuente de luz completamente nueva, y aún es difícil imaginarse todos los posibles campos de su aplicación.

§ 44. Optica no lineal

En una onda lumínica obtenida con ayuda de fuentes usuales (no láseres), la intensidad del campo eléctrico E es despreciable con relación a la del campo microscópico interno que actúa sobre los electrones en la sustancia. Por esta razón, las propiedades ópticas del medio (en particular, el índice de refracción) y el carácter de la inmensa mayoría de los fenómenos ópticos no dependen de la intensidad de la luz. En este caso, la propagación de las ondas lumínicas se describe por ecuaciones diferenciales lineales. Por esto la óptica preláser puede ser llamada óptica lineal. Señalemos que el principio de superposición de las ondas luminosas (expresado en óptica geométrica por la ley de la independencia de los rayos lumínicos) es justo sólo en el campo de la óptica lineal. Antes de la creación de los láseres ya eran conocidos fenómenos no lineales en óptica. La difusión combinada, por ejemplo, pertenece a este grupo, se observa la transformación de la frecuencia de la onda lumínica monocromática, lo que es un indicio de que el proceso no es lineal. Sin embargo, en la gran mayoría de los casos, los fenómenos ópticos son lineales.

Después de la creación de los láseres, la situación cambió sustancialmente. Los generadores cuánticos permiten obtener ondas lumínicas con una intensidad del campo que es casi de la misma magnitud que la intensidad del campo microscópico en los átomos. En estos campos, el índice de refracción depende de la intensidad E. En este caso no se cumple el principio de superposición. Las diferentes ondas que se propagan en el medio ejercen influencia unas sobre otras y de esta forma surge una serie de fenómenos no lineales. Describamos brevemente algunos de ellos.

Reflexión no lineal de la luz. A grandes intensidades, en la luz reflejada aparece una radiación en el segundo armónico de la emisión incidente, o sea, además del rayo reflejado de frecuencia ω, igual a la frecuencia de la luz incidente, se observa un rayo reflejado de frecuencia 2ω. Este rayo no cumple la ley de reflexión corriente,

a consecuencia de lo cual la dirección del rayo reflejado de frecuencia 2ω no coincide con la del rayo reflejado de frecuencia ω.

Autoenfoque de la luz. A las intensidades usuales, el haz de luz inicialmente paralelo y limitado, al propagarse en el vacío o en cualquier otro medio, sufre la llamada expansión difractiva, como resultado de la cual aparece una divergencia de difracción en el haz. Resulta ser que al propagarse haces lumínicos en líquidos y ciertos cristales, su divergencia disminuye con el aumento de la potencia del haz. A cierta potencia, denominada crítica, el haz se propaga sin sufrir divergencia. Finalmente, a una potencia mayor que la crítica, el haz se contrae, o sea, ocurre el autoenfoque del mismo en el medio. Este fenómeno es provocado por el hecho de que el índice de refracción aumenta al crecer la intensidad E. Por esto, el medio se vuelve ópticamente más denso en la zona ocupada por el haz, lo que conlleva a la inclinación de los rayos hacia el eje del haz, o sea, a la contracción del mismo.

Armónicos ópticos. Al ser difundido el haz de láser en líquidos y cristales, además de la luz de frecuencia ω igual a la de la radiación incidente se observa luz difusa de frecuencia que es múltiplo de la inicial (o sea, 2ω, 3ω, etc.). Estas componentes de la luz difusa se denominan armónicos ópticos. La intensidad de los mismos puede ser grande, en ciertos cristales hasta un 50% de la potencia de la radiación difusa puede pasar a la radiación de los armónicos.

Procesos polifotónicos. En el acto elemental de interacción de la luz con la sustancia a las intensidades corrientes se absorbe un solo fotón, cuya energía $\hbar\omega$ coincide con la diferencia de los niveles energéticos $E_2 - E_1$ del átomo o de la molécula. A intensidades considerables, en el acto elemental de interacción pueden ser absorbidos dos o más fotones. En este caso puede absorberse luz no sólo de frecuencia $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar$, sino que también de frecuencia $\omega/2$, $\omega/3$, etc. Esta absorción se denomina polifotónica (en particular, difotónica, trifotónica, etc.).

En un acto elemental de interacción de la luz con la sustancia pueden ser absorbidos dos fotones de diferente frecuencia. Esto ocurre en el caso en que el campo lumínico es creado por fuentes monocromáticas independientes. Si la suma de las frecuencias de estas fuentes cumple la condición $\omega_1 + \omega_2 = (E_2 - E_1)/\hbar$, se observa una absorción manifiesta de la radiación de ambas frecuencias. Para esto no es obligatorio que ambas radiaciones sean de gran potencia. Es suficiente que sea grande su intensidad sumaria. Por esta razón, la absorción polifotónica puede ser observada cuando la luz de un láser se superpone sobre la de una fuente no láser de espectro continuo.

El *efecto fotoeléctrico polifotónico* (ionización polifotónica de los átomos) también pertenece al grupo de los procesos polifotónicos. Mientras que el efecto fotoeléctrico usual (monofotónico) ocurre a frecuencias para las cuales la energía del fotón es mayor que la de

ionización del átomo, el efecto fotoeléctrico polifotónico puede ocurrir a frecuencias n veces menores (n es el número de fotones que toman parte en el acto elemental de interacción). Se ha logrado registrar con certeza la ionización septifotónica de gases nobles.

No hemos realizado una enumeración completa, ni mucho menos, de los fenómenos no lineales ya descubiertos. Sin embargo, la misma es suficiente para tener una idea acerca del desarrollo impetuoso de este nuevo campo de la óptica, la óptica no lineal.

TERCERA PARTE

FÍSICA DE LOS SÓLIDOS[1]

CAPÍTULO VI

VIBRACIONES DE LA RED CRISTALINA

§ 45. La red cristalina. Índices de Miller

Una red cristalina ideal es aquella que está formada por celdas cristalinas idénticas. Cada una de estas celdas es, en el caso general, un paralelepípedo oblicuángulo formado por tres vectores: **a**, **b** y **c**. Estos vectores pueden ser tomados como las direcciones de los ejes de coordenadas. Los módulos de estos vectores son períodos de identicidad en las direcciones de los ejes correspondientes.

La elección de los ejes de coordenadas, por lo general, no es equivalente. Un mismo cristal puede presentarse formado por diferentes paralelepípedos elementales. Es usual elegir los ejes de la manera más sencilla teniendo en cuenta la simetría del cristal.

Para la descripción analítica de los elementos geométricos de un cristal, o sea, puntos, rectas (direcciones) y planos, se aplica una simbología especial.

Tomemos un punto con coordenadas x, y, z[2]. En calidad de *índices de* este *punto* se utiliza el conjunto de las magnitudes $\frac{x}{a}$, $\frac{y}{b}$ y $\frac{z}{c}$, las cuales se encierran en corchetes dobles: $\left[\left[\frac{x}{a}\,\frac{y}{b}\,\frac{z}{c}\right]\right]$. Se tienen en cuenta solamente los puntos situados en los límites de la celda que colinda con el origen de coordenadas. En este caso, los índices serán cifras no mayores de 1. Por ejemplo, al centro del cristal le corresponden los índices $\left[\left[\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\right]\right]$, al centro de la cara que se encuentra en el plano yz, los índices $\left[\left[0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\right]\right]$.

---

[1]) En la presente parte del curso por sólidos se entienden cuerpos cristalinos. En el capítulo XIII del primer tomo se estudiaron algunos conceptos sobre los cristales. Allí se dieron nociones sobre la clasificación de los cristales, tipos físicos de redes cristalinas, defectos en los cristales. En el segundo tomo se expuso la teoría clásica de la conductibilidad eléctrica de los metales (cap. XI) y también algunas nociones acerca de las propiedades magnéticas de los cuerpos (cap. VII). Por supuesto, aquí no repetiremos todo este material y nos limitaremos a la exposición de los tópicos que no han sido tratados en los tomos anteriores del curso.

[2]) En el caso general, estas coordenadas son oblicuángulas y no cartesianas.

La dirección de un cristal puede darse con ayuda de una recta que pase por el origen de coordenadas. Su dirección se define por los menores números enteros m, n, p proporcionales a los índices de cualquier punto por el que pase la recta[1]):

$$m : n : p = \frac{x}{a} : \frac{y}{b} : \frac{z}{c}.$$

Las cifras m, n, p se denominan *índices de dirección* y se encierran en corchetes simples: $[m\ n\ p]$. De esta manera, la dirección de una recta que pase por el origen de coordenadas y por el punto $\left[\left[\frac{1}{3}\ \frac{1}{2}\ 1\right]\right]$ se designa por el símbolo $[2\ 3\ 6]$.

Si alguno de los números m, n, p resulta ser negativo, el signo menos se coloca encima y no delante del número correspondiente.

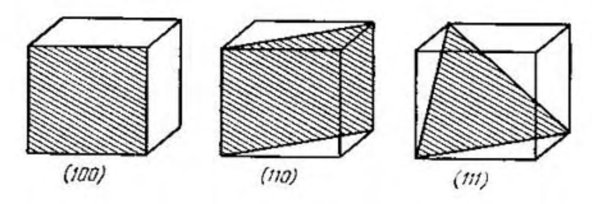


Fig. 45.1.

Por ejemplo, la dirección contraria al eje y se designa por el símbolo $[0\ \bar{1}\ 0]$.

La posición de un plano en el cristal puede determinarse prefijando los fragmentos u, v, w que son cortados por el plano en los ejes de coordenadas. Sin embargo, en el caso de los planos que pasan por los nudos de la red cristalina resulta más cómodo dar la posición del plano con ayuda de los menores números h, k, l inversos a los fragmentos u, v y w:

$$h : k : l = \frac{1}{u} : \frac{1}{v} : \frac{1}{w}.$$

Los números h, k, l se denominan *índices de Miller*. Al escribir el símbolo del plano, los índices de Miller se encierran entre paréntesis: $(h\ k\ l)$. Sean, por ejemplo, fragmentos cortados por el plano en los ejes de coordenadas iguales a $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ y 1. Las magnitudes inversas serán $2, \frac{3}{2}$ y 1. Al multiplicar estos números por 2, obtendremos los índices de Miller: (4 3 2).

[1]) Usualmente son de interés las direcciones que pasan por los nudos de la red cristalina. Por eso, los índices se relacionan como números enteros.

En el caso, cuando algún fragmento cortado por el plano en un eje de coordenadas resulta ser negativo, el signo menos se coloca sobre y no delante del índice de Miller correspondiente. Si el plano es paralelo a un eje de coordenadas, el fragmento cortado es infinitamente grande, de modo que el índice correspondiente es igual a cero.

Señalemos que en el caso de cristales cúbicos, el plano $(h\ k\ l)$ es perpendicular a la recta $[h\ k\ l]$. Para los cristales de otros sistemas, esto, por lo general, no ocurre.

En la fig. 45.1 se muestran los índices de Miller para los planos fundamentales de un cristal cúbico (el eje x está dirigido hacia nosotros, el eje y, hacia la derecha y el eje z, hacia arriba).

§ 46. Capacidad calorífica de los cristales. Teoría de Einstein

Según las concepciones clásicas, un cristal formado por N átomos es un sistema con $3N$ grados vibratorios de libertad, a cada uno de los cuales le corresponde, en término medio, una energía kT ($^1/_2\ kT$ en forma de energía cinética y $^1/_2\ kT$ en forma de energía potencial). De estas ideas se deriva la *ley de Dulong—Petit*, la que afirma que la capacidad calorífica molar de todos los cuerpos simples químicamente en estado cristalino es la misma e igual a $3R$ (véase § 114 del primer tomo). Esta ley se cumple bastante bien sólo a temperaturas relativamente altas. A bajas temperaturas, la capacidad calorífica de los cristales decrece, tendiendo a cero al aproximarse a 0 K.

El valor kT para la energía media del movimiento vibratorio se obtiene suponiendo que la energía del oscilador armónico puede tomar una serie continua de valores. En el § 27 establecimos que la energía vibratoria se cuantifica. Esto conlleva a que la energía media de oscilación resulta ser diferente de kT. Según la fórmula (27.3), la energía del oscilador armónico puede tomar los valores:

$$\varepsilon_n = (n + {}^1/_2)\hbar\omega \quad (n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots).$$

Aceptando que la distribución de los osciladores por estados con diferente energía cumple la ley de Boltzmann, puede hallarse el valor medio de la energía del oscilador armónico $\langle\varepsilon\rangle$ Realizando cálculos análogos a los que nos llevaron a la fórmula (7.7), obtendremos para $\langle\varepsilon\rangle$ una expresión que se diferencia de (7.7) sólo en que presenta el sumando complementario $^1/_2\hbar\omega$. De esta manera:

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{1}{2}\hbar\omega + \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT}-1} \qquad (46.1)$$

La teoría de la capacidad calorífica de los cuerpos cristalinos, que tiene en consideración la cuantificación de la energía vibratoria, fue creada por Einstein (1907) y perfeccionada posteriormente por Debye (1912).

Einstein identificó la red cristalina de N átomos con un sistema de $3N$ osciladores armónicos independientes con igual frecuencia propia ω. La existencia de la energía vibratoria nula fue establecida mucho más tarde, sólo después de la creación de la mecánica cuántica. Por esta razón, Einstein partió del valor de Planck de la energía del oscilador armónico $\varepsilon_n = n\hbar\omega$. En conformidad con esto, en la expresión para $\langle \varepsilon \rangle$ utilizada por Einstein no figuraba el sumando $^1/_2\hbar\omega$.

Al multiplicar el segundo sumando de la expresión (46.1) por $3N$, Einstein obtuvo para la energía interna del cristal la fórmula:

$$U = \frac{3N\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \tag{46.2}$$

Einstein halló la capacidad calorífica del cristal, diferenciando la expresión (46.2) respecto a la temperatura:

$$C = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{3N\hbar\omega}{(e^{\hbar\omega/kT} - 1)^2} e^{\hbar\omega/kT} \frac{\hbar\omega}{kT^2}. \tag{46.3}$$

Examinemos dos casos límites.

1) Temperaturas altas ($kT \gg \hbar\omega$). En este caso puede hacerse $e^{\hbar\omega/kT} \approx 1 + \hbar\omega/kT$ en el denominador y $e^{\hbar\omega/kT} \approx 1$ en el numerador de la fórmula (46.3). Como resultado se obtendrá la expresión para la capacidad calorífica:

$$C = 3Nk$$

De esta manera, llegamos a la ley de Dulong y Petit.

2) Temperaturas bajas ($kT \ll \hbar\omega$). A esta condición, puede despreciarse la unidad en el denominador de la expresión (46.3). Entonces, la fórmula para la capacidad calorífica tendrá la forma:

$$C = \frac{3N(\hbar\omega)^2}{kT^2} e^{-\hbar\omega/kT} \tag{46.4}$$

El factor exponencial varía mucho más rápido que T^2. Por esto, al aproximarse al cero absoluto, la expresión (46.4) tenderá a cero prácticamente por la ley exponencial.

La práctica muestra que la capacidad calorífica de los cristales no varía cerca del cero absoluto exponencialmente, sino por la ley T^3. Por consiguiente, la teoría de Einstein sólo da el comportamiento cualitativamente correcto de la capacidad calorífica a bajas temperaturas. Debye pudo obtener la concordancia cuantitativa con el experimento.

§ 47. Vibraciones de los sistemas con un número elevado de grados de libertad

Para entender la teoría de Debye, es necesario saber la solución del problema sobre las vibraciones pequeñas de un sistema con un número elevado de grados de libertad. En el presente parágrafo estudiaremos los resultados de la solución de este problema sin referirnos a los métodos de su resolución.

La posición de un sistema con s grados de libertad puede ser dada con ayuda de s magnitudes q_i, las que se denominan *coordenadas generalizadas* del sistema. La longitud, los ángulos, el área, etc. pueden desempeñar el papel de coordenadas generalizadas. Las coordenadas generalizadas para un mismo sistema pueden ser elegidas de formas diferentes. Puede mostrarse que este sistema tiene s frecuencias propias ω_α (α es el número de la frecuencia propia que recorre los valores $1, 2, \ldots, s$). Para una elección arbitraria de las coordenadas generalizadas q_i, la solución general de la ecuación del movimiento tiene la forma:

$$q_i = \sum_{\alpha=1}^{s} A_{i\alpha} \cos(\omega_\alpha t + \delta_\alpha) \quad (i = 1, 2, \ldots, s).$$

Por consiguiente, cada una de las funciones q_i es, en términos generales, la superposición de s vibraciones armónicas con frecuencias ω_α.

La energía del sistema se define por la expresión:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^{s} a_{ik} \dot{q}_i \dot{q}_k + \frac{1}{2} \sum_{l,m=1}^{s} b_{lm} q_l q_m,$$

donde la primera suma da la energía cinética y la segunda, la energía potencial del sistema; a_{ik} y b_{lm} son coeficientes dimensionales. De este modo, en la expresión para la energía entran en términos generales no sólo los cuadrados de las coordenadas generalizadas q_i o de las velocidades generalizadas $\dot{q}_i$, sino los productos de las coordenadas o las velocidades que corresponden a los diferentes grados de libertad del sistema.

Resulta ser que las coordenadas generalizadas del sistema pueden ser elegidas de tal forma, que la variación de cada una de ellas representará una vibración armónica simple que se realiza con una de las frecuencias propias ω_α. Designando estas coordenadas mediante ξ_α, puede escribirse:

$$\xi_\alpha = B_\alpha \cos(\omega_\alpha t + \delta_\alpha) \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, s).$$

Las coordenadas generalizadas ξ_α efectúan vibraciones armónicas independientemente una de otra, cada una con una frecuencia ω_α.

Las coordenadas generalizadas elegidas de esta forma se denominan *normales* (o *principales*), y las vibraciones armónicas ejecutadas por ellas, *vibraciones normales* del sistema.

Señalemos que las variaciones en el tiempo de las coordenadas generalizadas q_i elegidas arbitrariamente pueden ser expresadas en forma de superposición de las vibraciones normales ξ_α:

$$q_i = \sum_{\alpha=1}^{s} C_{i\alpha}\xi_\alpha \quad (i = 1, 2, \ldots, s).$$

La expresión para la energía en las coordenadas normales tiene la forma:

$$E = \frac{1}{2}\sum_{\alpha=1}^{s} a_\alpha \dot{\xi}_\alpha^2 + \frac{1}{2}\sum_{\alpha=1}^{s} b_\alpha \xi_\alpha^2 = \sum_{\alpha=1}^{s}\left(\frac{1}{2}a_\alpha\dot{\xi}_\alpha^2 + \frac{1}{2}b_\alpha\xi_\alpha^2\right).$$

Por consiguiente, la energía del sistema es igual a la suma de las energías que corresponden a cada una de las vibraciones normales por separado.

En calidad de ejemplo veamos un sistema de dos péndulos matemáticos iguales, unidos por un resorte imponderable (fig. 47.1). Supongamos que los péndulos pueden realizar oscilaciones sólo en el plano del dibujo, de forma que el sistema tiene dos grados de libertad. La posición del sistema puede ser fijada por los ángulos de desviación de ambos péndulos de la posición vertical o por el ángulo de desviación de uno de ellos y la longitud del resorte, etc. La solución de la ecuación del movimento para los ángulos de desviación de los péndulos de la posición de equilibrio φ_1 y φ_2 es la expresión:

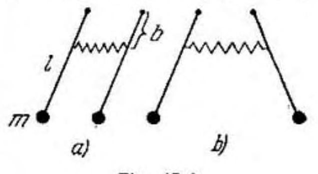


Fig. 47.1.

$$\varphi_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \delta_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \delta_2),$$
$$\varphi_2 = A_1 \cos(\omega_1 t + \delta_1) - A_2 \cos(\omega_2 t + \delta_2).$$

Aquí A_1, A_2, δ_1 y δ_2 son constantes determinadas de las condiciones iniciales y ω_1 y ω_2, las frecuencias propias del sistema iguales a:

$$\omega_1 = \sqrt{g/l}, \quad \omega_2 = \sqrt{g/l + 2\frac{kb^2}{ml^2}}$$

(m es la masa, l, la longitud de los péndulos, k, el coeficiente de rigidez del resorte, b, la distancia entre el punto de suspensión y el de sustentación del resorte).

Es fácil darse cuenta de que las oscilaciones φ_1 y φ_2 pueden ser expresadas en forma:

$$\varphi_1 = \xi_1 + \xi_2, \quad \varphi_2 = \xi_1 - \xi_2,$$

donde

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2} = A_1 \cos(\omega_1 t + \delta_1), \\ \xi_2 &= \frac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = A_2 \cos(\omega_2 t + \delta_2). \end{aligned} \tag{47.1}$$

Estas dos funciones representan las oscilaciones normales del sistema dado. Si desviamos los péndulos hacia un mismo lado en un mismo ángulo $\varphi_{10} = \varphi_{20}$ y los soltamos sin impulso, se realizará solamente la primera oscilación normal ($A_1 \neq 0$, $A_2 = 0$), con la particularidad de que $\varphi_1 = \varphi_2 = \xi_1$ (fig. 47.1, *a*). Si desviamos los péndulos en un mismo ángulo pero en diferentes sentidos ($\varphi_{10} = -\varphi_{20}$), se realizará solamente la segunda oscilación normal ($A_1 = 0$, $A_2 \neq \neq 0$), además $\varphi_1 = -\varphi_2 = \xi_2$ (fig. 47.1, *b*). En el primer caso los péndulos oscilarán con frecuencia ω_1, en el segundo, con frecuencia ω_2 mayor que ω_1. En otras condiciones iniciales se realizarán simultáneamente ambas oscilaciones normales.

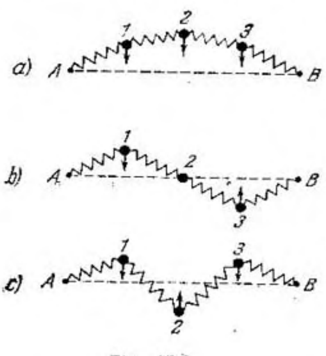


Fig. 47.2.

Como segundo ejemplo veamos un sistema de tres esferas iguales unidas por resortes imponderables iguales (fig. 47.2). Los extremos *A* y *B* de los resortes se fijan inmóviles. Se supone que las esferas pueden moverse solamente en el plano del dibujo en direcciones perpendiculares a la línea *AB*. A estas condiciones el sistema tiene tres grados de libertad. Las oscilaciones normales se muestran en la fig. 47.2. En el caso *a* todas las esferas se mueven con una misma fase, en el caso *b* las esferas *1* y *3* oscilan en contrafase y la esfera *2* está inmóvil; en el caso *c* las esferas *1* y *3* oscilan con igual fase, y la esfera *2* se mueve en contrafase con respecto a ellas.

§ 48. Teoría de Debye

Debye tuvo en cuenta que las vibraciones de los átomos en la red cristalina no son independientes. El desplazamiento de uno de los átomos de la posición de equilibrio conlleva al desplazamiento

de los otros adyacentes a él. De esta manera, el cristal es un sistema de N átomos enlazados elásticamente entre sí, que tiene $s = 3N$ grados de libertad.

En el § 100 del segundo tomo pusimos en claro que la vibración espontánea de una cuerda es la superposición de ondas estacionarias armónicas. Por consiguiente, cada vibración normal de la cuerda es una onda estacionaria. De manera análoga, a cada vibración normal de la red cristalina, le corresponde una onda estacionaria que aparece en el volumen del cuerpo cristalino. En realidad, debido al enlace entre los átomos, la oscilación que surge en cierto lugar del cristal se transmite de un átomo a otro, a consecuencia de lo cual surge una onda elástica. Al llegar a los límites del cristal, la onda se refleja. Superponiéndose, la onda directa y la reflejada, se forma una onda estacionaria. Las ondas estacionarias pueden surgir solamente para frecuencias (o longitudes de onda) que satisfagan ciertas condiciones. Si tomamos un cuerpo cristalino en forma de paralelepípedo de lados a, b y c, estas condiciones se expresan por la fórmula (5.23).

El número de ondas estacionarias, o sea, de vibraciones normales, cuyas frecuencias están en el intervalo desde ω hasta $\omega + d\omega$, se define por la expresión (5.26). El volumen del cristal V entra en esta expresión en forma de un factor separado. Por esta causa, se puede hablar de un número de vibraciones normales por unidad de volumen del cristal. Según (5.27), este número es igual a:

$$dN_\omega = \frac{\omega^2\, d\omega}{2\pi^2 v^3}, \qquad (48.1)$$

donde v es la velocidad de fase de la onda en el cristal. Subrayemos que ahora por dN_ω se entiende el número de ondas estacionarias que corresponden a la unidad de volumen; en el § 5 este número se designaba por el símbolo dn_ω. Sin embargo, debido a que el número n tendrá que ser utilizado para designar el número de átomos en la unidad de volumen, es conveniente escribir dN_ω en lugar de dn_ω.

La fórmula (48.1) no tiene en cuenta los posibles tipos de polarización de la onda. En un medio sólido, a lo largo de cierta dirección, pueden propagarse tres ondas diferentes con un mismo valor de ω, que difieran por la dirección de la polarización: una longitudinal y dos transversales con direcciones de vibración perpendiculares entre sí. De acuerdo con esto, es necesario variar la fórmula (48.1) de la siguiente forma:

$$dN_\omega = \frac{\omega^2\, d\omega}{2\pi^2}\left(\frac{1}{v_\parallel^3} + \frac{2}{v_\perp^3}\right).$$

Aquí la velocidad de fase de las ondas elásticas longitudinales es $v_\parallel$, de las ondas transversales, $v_\perp$. Hagamos para más sencillez $v_\parallel = v_\perp = v$. Entonces:

$$dN_\omega = \frac{3\omega^2\, d\omega}{2\pi^2 v^3}. \qquad (48.2)$$

La frecuencia máxima ω_m de las vibraciones normales de la red puede ser hallada, igualando el número total de vibraciones al número de grados de libertad, que es igual a $3n$ (n es el número de átomos en la unidad de volumen del cristal; recordemos que el cálculo se efectúa para la unidad de volumen):

$$3n = \int dN_\omega = \int_0^{\omega_m} \frac{3\omega^2\,d\omega}{2\pi^2 v^3} = \frac{\omega_m^3}{2\pi^2 v^3},$$

de donde

$$\omega_m = v\sqrt[3]{6\pi^2 n}. \tag{48.3}$$

Señalemos que según (48.3) la menor longitud de onda, excitada en el cristal, resulta ser igual a:

$$\lambda_{\min} = \frac{2\pi v}{\omega_m} \approx \frac{2}{\sqrt[3]{n}} \approx 2d.$$

donde d es la distancia entre los átomos adyacentes en la red. Este resultado concuerda con el hecho de que las ondas, cuya longitud es menor que el doble de la distancia interatómica, no tienen sentido físico.

Eliminando la velocidad v de las igualdades (48.2) y (48.3), obtendremos para el número de vibraciones normales dN_ω en el intervalo de frecuencias $d\omega$ que corresponde a la unidad de volumen del cristal la siguiente expresión:

$$dN_\omega = 9n\,\frac{\omega^2\,d\omega}{\omega_m^3}. \tag{48.4}$$

La energía interna de la unidad de volumen del cristal puede ser expresada en forma

$$U = \int \langle\varepsilon(\omega)\rangle\,dN_\omega,$$

donde $\langle\varepsilon(\omega)\rangle$ es el valor medio de la energía de la vibración normal de frecuencia ω. Sustituyendo la expresión (46.1) para $\langle\varepsilon(\omega)\rangle$ y (48.4) para dN_ω, llegamos a la fórmula:

$$U = \frac{9n}{\omega_m^3}\int_0^{\omega_m}\left(\frac{1}{2}\hbar\omega + \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT}-1}\right)\omega^2\,d\omega = U_0 + \frac{9n\hbar}{\omega_m^3}\int_0^{\omega_m}\frac{\omega^3\,d\omega}{e^{\hbar\omega/kT}-1}. \tag{48.5}$$

Aquí $U_0 = 3n\,(^3/_8\hbar\omega_m)$ es la energía de las oscilaciones nulas en el cristal.

La derivada de U respecto a T da la capacidad calorífica de la

unidad de volumen del cristal:

$$C=\frac{\partial U}{\partial T}=\frac{9n\hbar}{\omega_m^3}\int\limits_0^{\omega_m}\frac{e^{\hbar\omega/kT}\hbar\omega^4\,d\omega}{(e^{\hbar\omega/kT}-1)^2\,kT^2}.$$

La magnitud θ, definida por la condición $\hbar\omega_m = k\theta$, se denomina *temperatura característica de Debye*. Por definición:

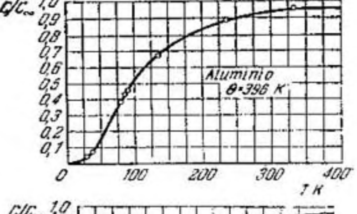
$$\theta=\frac{\hbar\omega_m}{k}. \qquad (48.6)$$

La temperatura de Debye indica para cada sustancia la zona donde se hace grande la cuantificación de la energía de las vibraciones.

Introduzcamos la variable $x = \hbar\omega/kT$. Entonces, la expresión para la capacidad calorífica tendrá la forma:

$$C=9nk\left(\frac{T}{\theta}\right)^3\int\limits_0^{x_m}\frac{e^x x^4\,dx}{(e^x-1)^2}, \qquad (48.7)$$

donde $x_m = \hbar\omega_m/kT = \theta/T$. Para $T \ll \theta$, el límite superior de la integral será muy grande, de manera que puede hacerse aproximadamente igual a infinito ($x_m \approx \infty$). Entonces, la integral representará cierto número y la capacidad calorífica C resultará ser proporcional al cubo de la temperatura $C \sim T^3$. Esta dependencia aproximada, se conoce como la *ley T^3 de Debye*. A temperaturas suficientemente bajas, esta ley se cumple muy bien en muchos casos.



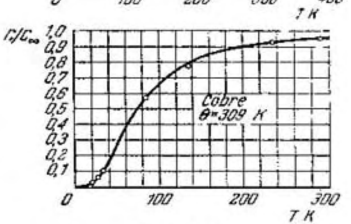


Fig. 48.1.

Para $T \gg \theta$, o sea para $\hbar\omega_m/kT \ll 1$, la fórmula (48.5) puede ser simplificada poniendo $e^{\hbar\omega/kT} \approx 1 + \hbar\omega/kT$. Entonces, para la energía interna se obtiene la expresión:

$$U=U_0+\frac{9n\hbar}{\omega_m^3}\int\limits_0^{\omega_m}\frac{kT}{\hbar\omega}\,\omega^3\,d\omega=U_0+3nkT$$

y para la capacidad calorífica, el valor $C = 3nk$ que figura en la ley de Dulong—Petit.

Puede tenerse una idea sobre la concordancia de la teoría de Debye con la práctica por la fig. 48.1, en la cual se muestran los valores de la capacidad calorífica del aluminio ($\theta = 396$ K) y del cobre ($\theta = 309$ K); C_∞ es el valor clásico de la capacidad calorífica

que se obtiene de las fórmulas cuánticas cuando $T \to \infty$. Las curvas están construidas a base de la fórmula (48.7), los puntos experimentales se señalan con círculos.

La fórmula de Debye describe correctamente el comportamiento de la capacidad calorífica en dependencia de la temperatura sólo para cuerpos con redes cristalinas simples, o sea, para los elementos químicos y ciertos compuestos simples. A los cuerpos con una estructura más compleja la fórmula de Debye no es aplicable. Esto se explica por el hecho de que en estos cuerpos el espectro de vibración resulta ser extraordinariamente complejo. En el caso examinado anteriormente de una red cristalina simple (la que contiene en la celda elemental un solo átomo) a cada valor del vector ondulatorio **k** le corresponden tres valores de la frecuencia propia de la vibración de la red (uno para la longitudinal y dos valores, que coinciden uno con otro[1]), para las ondas transversales). Si el número de átomos en la celda elemental del cristal es igual a r, a cada valor de **k** le corresponden, por lo general, $3r$ valores distintos de ω, por consiguiente, la frecuencia es una función multiforme del vector ondulatorio, la cual tiene $3r$ ramas. Así, por ejemplo, en el caso de una cadena unidimensional, formada por dos clases de átomos alternos ($r = 2$), la dependencia ω de k tiene la forma que se ilustra en la fig. 48.2. Una de las ramas se denomina *acústica* y la otra, *óptica*. Estas ramas difieren por su dispersión, o sea, por el carácter de la dependencia entre ω y k. La rama acústica se hace cero al disminuir k, mientras la rama óptica tiene su límite en el valor finito ω_{20}.

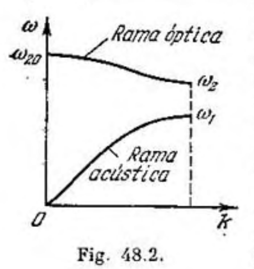


Fig. 48.2.

En el caso tridimensional, de las $3r$ ramas tres son acústicas, las demas ($3r - 3$), ópticas. A las ramas acústicas les corresponden las frecuencias de sonido, a las ópticas, las de la zona infrarroja del espectro. En una vibración normal de frecuencia acústica los átomos análogos, situados en diferentes celdas elementales, vibran uno con relación a otro. En las vibraciones normales de frecuencia óptica, vibran los diferentes átomos dentro de cada una de las celdas elementales unos con relación a otros: los átomos análogos de diferentes celdas se encuentran con ello a distancias invariables uno de otro.

§ 49. Fonones

En el parágrafo anterior establecimos que la energía del cristal puede ser representada como la suma de las energías de las vibracio-

[1]) En un cristal de anisotropía muy marcada, todas las tres frecuencias serán diferentes.

nes normales de la red:

$$U = \sum_{i=1}^{3Nr} \left(n_i + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_i$$

(N es el número de celdas elementales en el cristal, r, el número de átomos en la celda).

Descontando la energía de las vibraciones nulas, la energía de la oscilación normal de frecuencia ω_i se compone de porciones de una magnitud

$$\varepsilon_i = \hbar\omega_i. \tag{49.1}$$

Esta porción (cuanto) de energía se denomina *fonón*. Muchos procesos en el cristal (por ejemplo, la difusión de rayos X o neutrones) ocurren de manera tal, como si el fonón poseyese un impulso:

$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}, \tag{49.2}$$

donde $\mathbf{k}$ es el vector ondulatorio de la oscilación normal correspondiente.

El fonón se comporta en muchos aspectos de la forma, como si fuera una partícula con la energía (49.1) y el impulso (49.2). Sin embargo, a diferencia de las partículas ordinarias (electrones, protones, fotones, etc.) el mismo no puede surgir en el vacío, para su aparición y existencia el fonón necesita cierto medio. Semejante tipo de partículas se denomina *seudopartículas*, de modo que el fonón es una seudopartícula.

El impulso del fonón posee propiedades peculiares. Durante la interacción de los fonones entre sí, su impulso puede trasmitirse a la red cristalina en porciones discretas y, por consiguiente, no se conserva. Con relación a esto, la magnitud (49.2) en el caso de los fonones se llama *seudoimpulso* y no impulso.

En el caso de equilibrio térmico, el número medio de fonones $\langle n_i \rangle$ de frecuencia ω_i se define por la condición:

$$\left\langle \left(n_i + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_i \right\rangle = \frac{1}{2}\hbar\omega_i + \frac{\hbar\omega_i}{e^{\hbar\omega_i/kT} - 1}$$

(véase fórmula (46.1)). De aquí

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\hbar\omega_i/kT} - 1}. \tag{49.3}$$

De (49.3) se infiere que en el cristal puede excitarse simultáneamente un número ilimitado de fonones iguales. Por consiguiente, el principio de Pauli no se extiende a los fonones.

Señalemos que los cuantos del campo electromagnético, o sea, los fonones, que se encuentran en estado de equilibrio con las paredes de la cavidad (véase cap. I), también cumplen la distribución (49.3).

De esta forma, las vibraciones de la red cristalina pueden ser representadas como un gas fonónico, contenido en los límites de la muestra del cristal, de la misma manera que la radiación electromagnética puede ser representada como un gas fotónico que llena la cavidad. De manera formal, ambas ideas son bastante similares, ya que tanto los fotones como los fonones se someten a una misma estadística. No obstante, entre los fotones y los fonones existe una diferencia sustancial: mientras los fotones son partículas auténticas, los fonones son seudopartículas.

La difusión combinada de la luz por los cristales (véase § 41) puede ser interpretada como un proceso de interacción del fotón con los fonones. El fotón, al pasar a través de la red cristalina, puede excitar en esta última un fonón con una de las frecuencias de la rama óptica del cristal. Con ello el fotón gasta parte de su energía, a consecuencia de lo cual disminuye su frecuencia, o sea, surge un satélite rojo. Si en el cristal ya había sido excitado un fonón, el fotón, al pasar, puede absorberlo, aumentando su energía, o sea, aparece un satélite violeta.

La distribución (49.3) es un caso particular de la *distribución de Bose—Einstein*, a la cual se someten las partículas que poseen espín entero (en particular nulo). La expresión general de esta distribución tiene la forma:

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i-\mu)/kT}-1}, \tag{49.4}$$

donde $\langle n_i \rangle$ es el número medio de partículas que se encuentran en el estado de número i, E_i, la energía de la partícula en este estado, μ, el llamado *potencial químico*, el cual se define por la condición de que la suma de todos los $\langle n_i \rangle$ sea igual al número total N de partículas en el sistema:

$$\sum \langle n_i \rangle = N.$$

Los valores de μ en la distribución (49.4) no pueden ser positivos, de lo contrario, para $E_i < \mu$ el número medio $\langle n_i \rangle$ resultaría ser negativo, lo que carece de sentido físico. De esta manera, $\mu \leqslant 0$. Para los sistemas con un número variable de partículas (a los cuales pertenecen lo mismo el sistema de fotones que el de fonones) $\mu = 0$ y la fórmula (49.4) se convierte en (49.3).

La distribución (49.4) es el fundamento de la *estadística de Bose—Einstein*. Las partículas que cumplen esta estadística se denominan *bosones*, de modo que tanto los fotones como los fonones son bosones. A este grupo pertenecen todas las partículas que posean espín nulo o entero.

Para los bosones es característico que la probabilidad P de surgimiento (nacimiento) de uno de ellos en el estado, en el cual ya

existen n partículas, es proporcional a n:

$$P \sim n. \tag{49.5}$$

De esta manera, los bosones suelen acumularse en un estado, o sea son «colectivistas».

§ 50. Efecto Mössbauer

Los átomos absorben con particular intensidad la luz de frecuencia correspondiente a la transición desde el estado fundamental hacia el estado excitado más cercano al mismo. Este fenómeno se denomina *absorción por resonancia*. Al regresar luego al estado fundamental, los átomos emiten fotones de frecuencia resonante. La emisión correspondiente lleva el nombre de *emisión resonante* o *fluorescencia resonante*. Este fenómeno fue descubierto por R. Wood en el año 1904. Wood estableció que los vapores de sodio, al ser irradiados con la luz que corresponde a la línea amarilla del sodio, comienzan a resplandecer, emitiendo una radiación de la misma longitud de onda. Un resplandor análogo se observó posteriormente en los vapores de mercurio y en muchos otros casos. A consecuencia de la absorción por resonancia, la luz, al pasar a través de una sustancia fluorescente, se debilita.

Los núcleos atómicos, de manera similar a los átomos, tienen niveles discretos de energía, el más bajo de los cuales se denomina normal, y los demás, excitados. Las transiciones entre estos niveles conllevan al surgimiento de una radiación electromagnética de onda corta, que recibió el nombre de rayos γ (véase § 70). Podía esperarse que para los rayos γ existiese el fenómeno de la fluorescencia resonante nuclear, análoga a la fluorescencia resonante atómica, que se observa en la luz visible. Sin embargo, durante mucho tiempo no se logró observar la fluorescencia resonante en los rayos γ. La causa de estos fracasos consiste en lo siguiente. En el § 30 se mostró que las líneas de emisión y de absorción, correspondientes a la transición de un sistema cuántico entre dos niveles, están desplazadas una con relación a otra en $2\Delta\omega_R = 2R/\hbar$, donde R es la energía de rechazo, definida por la fórmula (30.10). Para la luz visible, el desplazamiento $2\Delta\omega_R$ es en muchos órdenes menor que el ancho de la línea espectral $\delta\omega$ de manera que la línea de emisión y la de absorción se sobreponen prácticamente una sobre la otra. De modo diferente ocurre en el caso de los rayos γ. La energía y el impulso del fotón son muchas veces mayores que los del fotón de la luz visible. Por esto, es también mucho mayor la energía de rechazo R, la cual debe ser escrita en este caso de la forma siguiente:

$$R = \frac{(\hbar\omega)^2}{2m_n c^2}, \tag{50.1}$$

donde m_n es la masa del núcleo.

En espectroscopia de rayos γ es usual utilizar las energías en lugar de las frecuencias. Por esta razón, expresemos el ancho de la línea espectral, el desplazamiento de las líneas, etc., en unidades de energía, para lo cual multipliquemos las frecuencias correspondientes por la constante de Planck $\hbar$. En estas unidades el ancho natural de la línea espectral se caracterizará por la magnitud Γ (véase fórmula (30.2)), el desplazamiento de las líneas de emisión y de absorción, por la magnitud $2R$ y la amplificación doppleriana de la línea, por la magnitud:

$$2D = 2\frac{v}{c}\Delta E_{nm} \approx 2\frac{v}{c}\hbar\omega \tag{50.2}$$

véase (30.14)).

La energía de los cuantos γ está comprendida usualmente entre $\sim$10 KeV y $\sim$5 MeV (lo que corresponde a las frecuencias en el rango $10^{19} - 10^{22}$ s^{-1} y a las longitudes de onda desde $\sim$1 Å hasta 10^{-3} Å). Calculemos la energía de rechazo R para el caso $\hbar\omega =$ $= 100$ KeV y $m_n = 1{,}7\cdot10^{-22}$ g (la masa atómica del orden de 100). El valor $m_n c^2$ será $1{,}7\cdot10^{-22}\cdot9\cdot10^{20} = 0{,}15$ erg, o sea, $0{,}15/1{,}6\times$ $\times\ 10^{-12} \approx 10^{11}$ eV. Por consiguiente, de acuerdo con (50.1)

$$R = \frac{(10^5)^2}{2\cdot10^{11}} = 0{,}5\cdot10^{-1}\ \text{eV}$$

y el desplazamiento de las líneas $2R$ será 10^{-1} eV.

En ancho natural de las líneas espectrales Γ se determina por la fórmula (30.1). El tiempo de vida tipo de los estados excitados de los núcleos es 10^{-12} s. A este tiempo de vida le corresponde:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{1{,}05\cdot10^{-27}}{10^{-12}} = 1{,}05\cdot10^{-15}\ \text{erg} \approx 10^{-3}\ \text{eV}.$$

Para los núcleos de masa $\sim10^{-22}$ g, la velocidad media del movimiento térmico a la temperatura ambiente es de unos 300 m/s. A esta velocidad el ancho doppleriano de la línea con $\hbar\omega = 100$ KeV tiene el valor:

$$2D = 2\,\frac{3\cdot10^2}{3\cdot10^8}\,10^5 = 2\cdot10^{-1}\ \text{eV}$$

(véase fórmula (50.2)).

La comparación de los valores Γ y $2D$ obtenidos nos lleva a la conclusión de que el ancho de las líneas espectrales emitidas por los núcleos a temperatura ambiente, en lo fundamental, se define por el ancho doppleriano y es, aproximadamente, 0,2 eV. Para el desplazamiento $2R$ de las líneas de emisión y de absorción obtuvimos el valor $\sim$0,1 eV. De esta forma, incluso para los rayos γ relativamente débiles, con una energía de 100 KeV, el desplazamiento de las líneas de emisión y de absorción resulta ser del mismo orden que el ancho de la línea espectral. Con el aumento de la energía del fotón,

R crece más rápido (como ω^2; (véase (50.1)) que D (la cual es proporcional a ω; véase (50.2)). En la fig. 50.1 está representado el cuadro tipo para los fotones γ en el que se muestra la disposición mutua de la líneas de emisión y de absorción. Está claro que solo una pequeña parte de los fotones emitidos (su cantidad relativa se define por las ordenadas correspondientes de la línea de emisión) puede sufrir la absorción por resonancia, además la probabilidad de su absorción es pequeña (esta probabilidad se define por las ordenadas de la línea de absorción).

Antes del año 1958 era posible observar la absorción por resonancia con ayuda de mecanismos, en los cuales la fuente de radiación γ

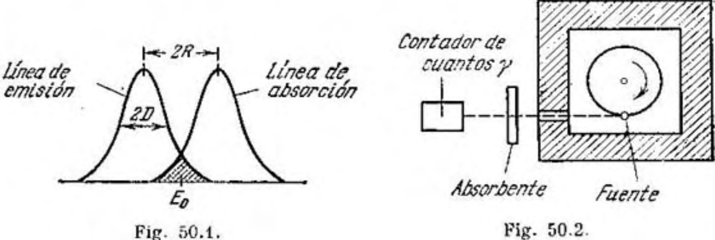


Fig. 50.1. Fig. 50.2.

se movía con una velocidad v en dirección a la sustancia absorbente. Esto se lograba colocando una sustancia radiactiva en el borde de un disco giratorio (fig. 50.2). El disco se encontraba dentro de un blindaje de plomo maciso, el cual absorbía los rayos γ. El flujo de la radiación salía al exterior a través de un canal estrecho e incidía sobre la sustancia absorbente. Un contador de cuantos γ colocado detrás del absorbente registraba la intensidad de la radiación que pasaba a través del mismo. A consecuencia del efecto Doppler, la frecuencia de los rayos γ emitidos por la fuente aumentaba en $\Delta\omega = \omega\,(v/c)$, donde v es la velocidad de la fuente con relación al absorbente. Eligiendo convenientemente la velocidad de rotación del disco, se podía observar la absorción por resonancia, que era detectada por la disminución de la intensidad de los rayos γ, medida por el contador.

En el año 1958, R. L. Mössbauer investigó la absorción por resonancia nuclear de los rayos γ del ^{191}Ir (isótopo del iridio con número de masa 191, véase § 66). La energía ΔE_{nm} de la transición correspondiente es igual a 129 KeV, la energía de rechazo es igual a 0,05 eV y el ancho doppleriano a temperatura ambiente, igual a $\sim$0,1 eV. De este forma, las líneas de emisión y de absorción se sobreponen parcialmente y la absorción por resonancia pudo ser observada.

Mössbauer decidió enfriar la fuente y el absorbente para disminuir la absorción, tratando de disminuir de esta forma el ancho doppleriano y, por consiguiente, la superposición de las líneas. Sin embargo, en lugar de la disminución esperada, él descubrió la amplificación de la absorción por resonancia.

Mössbauer creó un equipo, en el cual la fuente y el absorbente se situaban dentro de un tubo vertical enfriado con helio líquido. La fuente fue fijada al extremo de una biela larga que realizaba un movimiento de avance-retroceso. Trabajando con este equipo, Mössbauer observó la desaparición de la absorción por resonancia a velocidades lineales de la fuente del orden de varios centímetros por segundo. Los resultados del experimento indicaban que en el ^{191}Ir enfriado las líneas de emisión y de absorción de los rayos γ coinciden y tienen un ancho muy pequeño e igual al ancho natural Γ. Este fenómeno de emisión o absorción elástica (o sea que no va acompañada de la variación de la energía interna del cuerpo) de cuantos γ fue denominado *efecto Mössbauer*.

Poco tiempo después, fue descubierto el efecto Mössbauer en el ^{57}Fe y en una serie de otras sustancias. El núcleo de ^{57}Fe es notable en el sentido de que el efecto en el mismo se observa a temperaturas de hasta 1000 °C, de forma que no hay necesidad de enfriamiento. Además, el ^{57}Fe se caracteriza por un ancho natural de la línea extraordinariamente pequeño.

Pongamos en claro la esencia física del efecto Mössbauer. Cuando un fotón γ es emitido por un núcleo que se encuentra en el centro de la red cristalina, la energía de la transición ΔE_{nm} puede, en principio, distribuirse entre el cuanto γ, el núcleo emisor de éste, el cuerpo sólido como un todo y, finalmente, las vibraciones de la red. En el último caso, surgirán fonones junto con los cuantos γ. Analicemos estas posibilidades. La energía necesaria para que el núcleo abandone su lugar en la red es igual, como mínimo, a $\sim$10 eV, mientras que la de rechazo R no supera varias décimas de electronvoltio. Por esto, el átomo cuyo núcleo emitió un cuanto γ no puede variar su posición en la red. La energía de rechazo, que puede adquirir un cuerpo sólido como un todo, es extraordinariamente pequeña, de manera que puede ser despreciada (esta energía puede ser valorada sustituyendo en (50.1) la masa del núcleo por la del cuerpo). De esta manera, la energía de la transición puede distribuirse solamente entre el cuanto γ y los fonones. La transición de Mössbauer ocurre, si el estado vibratorio de la red no varía y el cuanto γ adquiere toda la energía de la transición.

En resumen, al ser absorbido o emitido un cuanto γ por un núcleo que se encuentre en el nodo de la red cristalina, pueden ocurrir dos procesos: 1) variación del estado vibratorio de la red, o sea, excitación de fonones, 2) transferencia del impulso del cuanto γ a la red como un todo, sin variación de su estado vibratorio, o sea, emisión y

absorción elástica del cuanto γ. Cada uno de estos procesos tiene cierta probabilidad, cuyo valor depende de las propiedades concretas del cristal, de la energía del cuanto y de la temperatura. Con la disminución de la temperatura, la probabilidad relativa de los procesos elásticos aumenta.

Es fácil mostrar que para los procesos no elásticos deberán excitarse fundamentalmente los fonones con energía del orden de $\hbar\omega_m = k\theta$ (ω_m es la frecuencia máxima de vibración de la red, θ la temperatura de Debye; véase § 48). A la vibración de frecuencia ω_m le corresponde una longitud de onda $\lambda_{min} \approx 2d$ (véase el párrafo siguiente a la fórmula (48.3)). En este caso, los átomos adyacentes se mueven en contrafase, lo que puede ocurrir cuando el átomo emisor del cuanto γ adquiere toda la energía de rechazo R y luego golpea el átomo adyacente. Para la excitación de ondas más largas (frecuencias más pequeñas) es necesario que se pongan en movimiento varios átomos simultáneamente, lo que es poco probable. De esta manera, la probabilidad de excitación de vibraciones de la red será grande a condición de que la energía de rechazo R, obtenida por un átomo aislado durante la desintegración radiactiva, sea igual o mayor que la del fonón de frecuencia máxima: $R \geqslant \hbar\omega_m = k\theta$.

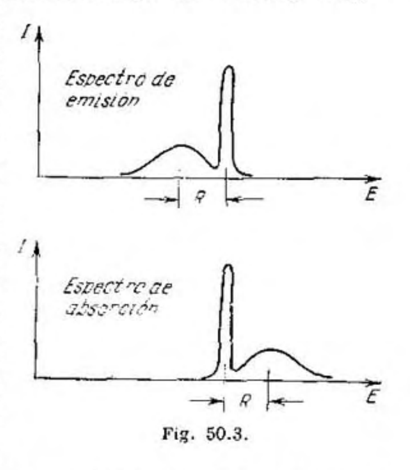
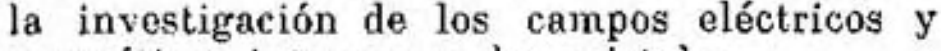


Fig. 50.3.

Para el ^{191}Ir, $R \sim k\theta$. Por esto, para obtener una absorción por resonancia detectable es necesario disminuir la probabilidad de excitación de las vibraciones de la red con ayuda del enfriamiento. Para el ^{57}Fe, $R \ll k\theta$. Gracias a esto, una parte palpable de las transiciones nucleares, incluso a temperatura ambiente, ocurren elásticamente.

En la fig. 50.3 se muestran los espectros típicos de emisión y de absorción de cuantos γ (E es la energía del cuanto γ, I, la intensidad y R, la energía media de rechazo). Ambos espectros contienen líneas muy estrechas que prácticamente coinciden y que corresponden a los procesos elásticos. Estas líneas se disponen en el fondo de líneas desplazadas anchas, condicionadas por procesos que van acompañados de la variación del estado vibratorio de la red. Al disminuir la

temperatura, el fondo se debilita y la porción de los procesos elásticos crece, aunque nunca alcanza la unidad.

El efecto Mössbauer encontró numerosas aplicaciones. En física nuclear se utiliza para hallar el tiempo de vida de los estados excitados de los núcleos (a través de Γ), y también para la determinación del espín, del momento magnético y del momento eléctrico cuadripolar de los núcleos. En la física de los sólidos, el efecto Mössbauer se aplica para el estudio de la dinámica de la red cristalina y para  la investigación de los campos eléctricos y magnéticos internos en los cristales.

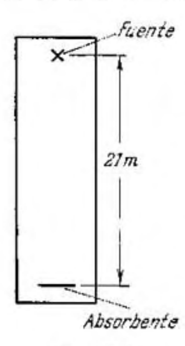


Fig. 50.4.

Gracias a la extrema pequeñez del ancho de las líneas de Mössbauer, el método de la fuente móvil permite realizar la medición de la energía de los cuantos γ con una inmensa exactitud relativa (hasta la 15ta cifra significativa). Esta circunstancia fue utilizada por los físicos norteamericanos Pound y Rebka para descubrir el *desplazamiento rojo gravitacional* de la frecuencia de los fotones[1]), el cual había sido pronosticado por la teoría general de la relatividad. De la misma se infiere que la frecuencia del fotón debe cambiar, al variar el potencial de gravitación. Esto es condicionado por el hecho de que el fotón se comporta como una partícula que posee una masa gravitacional igual a $m_g = \hbar\omega/c^2$ (véase fórmula (71.4) del primer tomo). Por esto, al realizar el fotón un recorrido l en un campo gravitacional uniforme, caracterizado por una intensidad g, en sentido contrario al de la fuerza $m_g g$, la energía del mismo debe disminuir en $m_g gl = \hbar\omega gl/c^2$. Por consiguiente, la energía del fotón será igual a:

$$\hbar\omega' = \hbar\omega - \frac{\hbar\omega gl}{c^2} = \hbar\omega\left(1 - \frac{gl}{c^2}\right),$$

de donde

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\omega - \omega'}{\omega} = \frac{gl}{c^2} = \frac{\Delta\varphi}{c^2},$$

donde $\Delta\varphi$ es la variación del potencial de gravitación. La fórmula obtenida es justa también para un fotón que se mueva en un campo gravitacional no uniforme (en este caso $\Delta\varphi = \int g_l dl$).

La luz que llega a la Tierra desde las estrellas, vence el fuerte campo de atracción de estos astros. Cerca de la Tierra, la misma sufre solamente la acción de un campo de aceleración débil. Por

[1]) Estos experimentos se mencionaron en el § 71 del primer tomo.

esto, todas las líneas espectrales de las estrellas deberán estar un poco desplazadas en el sentido del borde rojo del espectro. Este desplazamiento, denominado desplazamiento gravitacional rojo, fue corroborado cualitativamente por las observaciones astronómicas.

Pound y Rebka intentaron encontrar este fenómeno en las condiciones terrestres. Ellos colocaron una fuente de radiación γ (^{57}Fe) y un absorbente en una torre alta a una distancia de 21 m uno de otro (fig. 50.4). La variación relativa de la energía del fotón γ, al recorrer esta distancia, es igual solamente a:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}=\frac{\Delta\omega}{\omega}=\frac{gl}{c^2}=\frac{9,81\cdot 21}{9\cdot 10^{16}}\approx 2\cdot 10^{-15}.$$

Esta variación [1]) provoca el desplazamiento relativo de las líneas de absorción y de emisión y debe manifestarse en un pequeño debilitamiento de la absorción por resonancia. A pesar de la extrema pequeñez del efecto (el desplazamiento fue sólo de 10^{-2} del ancho de la línea), Pound y Rebka pudieron descubrirlo y medirlo con bastante exactitud. El resultado obtenido por ellos representó el $0,99 \pm 0,05$ del pronosticado por la teoría. De esta manera, se logró demostrar convincentemente la existencia del desplazamiento gravitacional de la frecuencia de los fotones en las condiciones de un laboratorio terrestre.

[1]) Si colocamos la fuente encima y el receptor debajo, la energía del fotón crece de manera que tiene lugar el desplazamiento violeta de la frecuencia.

CAPÍTULO VII

TEORÍA ZONAL DE LOS SÓLIDOS

§ 51. Teoría cuántica de los electrones libres en el metal

En el § 78 del segundo tomo fue expuesta la teoría clásica elemental de los electrones libres en el metal. Ahora estudiaremos los principios de la teoría cuántica.

Según el modelo de los electrones libres, los electrones de valencia de los átomos de un metal pueden trasladarse casi libremente en los límites de la muestra. Son los electrones de valencia precisamente, los que condicionan la conductibilidad eléctrica del metal y por esta razón, los mismos son denominados electrones de conducción.

Veamos para mayor sencillez una muestra de un metal en forma de cubo de lado L. Supongamos que los electrones de conducción se mueven en los límites de la muestra con absoluta libertad. Poniendo en la fórmula (21.4) $U = 0$, obtendremos la ecuación de Schroedinger para el electrón libre:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = E\psi \tag{51.1}$$

(m es la masa del electrón).

Es fácil comprobar por sustitución que la solución de la ecuación (51.1) tiene la forma:

$$\psi = Ce^{i\mathbf{kr}}, \tag{51.2}$$

donde $\mathbf{k} = \mathbf{p}/\hbar$ es el vector ondulatorio del electrón, vinculado con la energía por la expresión:

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \tag{51.3}$$

La condición de normación de la función psi se escribe de la siguiente forma (la integración se realiza por el volumen de la muestra V igual a L^3):

$$\int \psi^*\psi\, dV = C^*C\int dV = C^*CL^3 = 1.$$

Suponiendo que C sea un número real, obtendremos para el mismo el valor $1/L^{3/2}$. La sustitución en (51.2) da

$$\psi = \frac{1}{L^{3/2}}\, e^{i\mathbf{kr}}. \tag{51.4}$$

La función psi deberá satisfacer las condiciones límites, consistentes en el requisito de que la misma sea periódica con respecto a x, y

y z, con un período L. Es fácil convencerse de que la función (51.4) cumple estas condiciones para los valores de las componentes del vector ondulatorio iguales a

$$k_x=\frac{2\pi}{L}n_1,\ k_y=\frac{2\pi}{L}n_2,\ k_z=\frac{2\pi}{L}n_3, \qquad (51.5)$$

donde n_1, n_2 y n_3 son números enteros que toman, independientemente uno de otro, los valores 0, ±1, ±2, etc. En efecto, la sustitución de los valores (51.1) en (51.4) da

$$\psi=\frac{1}{L^{3/2}}e^{i\frac{2\pi}{L}(n_1x+n_2y+n_3z)}.$$

La sustitución de x por $x+L$ o de y por $y+L$, etc. mantiene la función sin variaciones (aparece sólo un factor igual a 1).

De esta manera, los valores del vector ondulatorio se cuantifican. En conformidad, se cuantifica también la energía del electrón de conducción en el metal. La sustitución de los valores (51.5) en la fórmula (51.3) conlleva a la siguiente expresión para la energía:

$$E_{\mathbf{k}}=\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2(n_1^2+n_2^2+n_3^2). \qquad (51.6)$$

El estado del electrón de conducción se define por el valor del vector ondulatorio $\mathbf{k}$ (o sea, por los valores k_x, k_y y k_z) y el número cuántico de espín $m_s=\pm{}^1/_2$. Por consiguiente, el estado puede describirse por cuatro números cuánticos: n_1, n_2, n_3 y m_s. La energía del electrón se define por la suma de los cuadrados de los números cuánticos n_i. A una misma suma de los cuadrados le corresponden (excepto el caso $n_1=n_2=n_3=0$) varias combinaciones de números n_i. Por consiguiente, los niveles de energía son degenerados. El nivel E_0 $(n_1=n_2=n_3=0)$ tiene un grado de degeneración igual a 2 $(m_s=\pm{}^1/_2)$. El siguiente nivel E_1 se realiza en 12 combinaciones diferentes de los números cuánticos (véase tabla 51.1), el nivel E_2, en 24 combinaciones, etc. De esta forma, al crecer la energía, aumenta el número de estados diferentes que corresponden a un valor dado de E.

Tabla 51.1

n_1	n_2	n_3	m_s
1	0	0	$\pm{}^1/_2$
0	1	0	$\pm{}^1/_2$
0	0	1	$\pm{}^1/_2$
−1	0	0	$\pm{}^1/_2$
0	−1	0	$\pm{}^1/_2$
0	0	−1	$\pm{}^1/_2$

Introduzcamos un espacio imaginario, en cuyos ejes situemos los valores de los números cuánticos n_1, n_2 y n_3. En este espacio, a cada par de estados (diferentes por los valores de m_s) le corresponde un punto. La superficie de iguales valores de energía tiene forma de esfera de radio $n^*=\sqrt{n_1^2+n_2^2+n_3^2}$. El número de estados ν_E, cuya energía no supera el valor $E=(\hbar^2/2m)(2\pi/L)^2n^{*2}$ (véase (51.6)), es igual al doble de

la cantidad de puntos contenidos dentro de la esfera de radio n^*. Por cuanto los puntos están situados con una densidad igual a la unidad, ν_E se define por el doble del volumen de la esfera:

$$\nu_E = 2\cdot\frac{4}{3}\pi n^{*3} = \frac{8}{3}\pi\left(n_1^2+n_2^2+n_3^2\right)^{3/2}. \qquad (51.7)$$

Eliminando de (51.6) y (51.7) la suma de los cuadrados de los números n_i, obtendremos:

$$\nu_E = \frac{8}{3}\pi\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}\left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 E^{3/2} = \frac{8}{3}\pi V\frac{(2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3}E^{3/2} \qquad (51.8)$$

(V es el volumen de la muestra del metal). La fórmula que hemos obtenido define el número de estados, cuya energía no supera el valor E.

De la relación (51.8) se infiere que:

$$d\nu_E = 4\pi V\frac{(2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3}E^{1/2}\,dE.$$

Aquí $d\nu_E$ es el número de estados con una energía comprendida entre E y $E+dE$. Por consiguiente, la densidad de los estados $g(E) = d\nu/dE$, o sea, el número de estados que corresponde al intervalo unidad de energía, es igual a:

$$g(E) = 4\pi V\frac{(2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3}E^{1/2}. \qquad (51.9)$$

Sea un número de electrones libres en el volumen unidad del metal igual a n. Entonces, en la muestra del metal estarán contenidos nV electrones libres. Según el principio de Pauli, a cero absoluto estos electrones se dispondrán de uno en uno en cada estado de los niveles energéticos más bajos. Por esto, todos los estados de energía E, menor que cierto valor $E_F(0)$, estarán llenos de electrones, mientras que los estados con $E > E_F(0)$ estarán vacantes. La energía $E_F(0)$ se denomina *nivel de Fermi a cero absoluto*. En el parágrafo siguiente se mostrará que el nivel de Fermi juega el papel de parámetro E_F en la distribución de los electrones por estados de diferente energía. Este parámetro depende poco de la temperatura. La magnitud $E_F(0)$ representa el valor del parámetro E_F a $T = 0$ K.

La superficie isoenergética[1]) en el k-ésimo espacio (o lo que es lo mismo, en el p-ésimo espacio; $p = \hbar k$), que corresponde al valor de la energía E_F, se denomina *superficie de Fermi*. En el caso de los electrones libres esta superficie se describe por la ecuación:

$$\frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2k^2}{2m} = E_F$$

[1]) O sea, la superficie de energía constante.

(véase (51.3)) y, por consiguiente, tiene forma esférica. A la temperatura de cero absoluto, la superficie de Fermi separa los estados saturados por electrones de los no saturados.

El valor $E_F(0)$ puede ser hallado sustituyendo en la fórmula (51.8) $\nu_F = nV$:

$$nV = \frac{8}{3}\pi V \frac{(2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3}[E_F(0)]^{3/2},$$

de donde:

$$E_F(0) = \frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 n)^{2/3}. \qquad (51.10)$$

Calculemos el valor $E_F(0)$. La concentración de electrones de conducción en los metales se encuentra en el rango desde 10^{22} hasta 10^{23} cm^{-3}. Tomando para n el valor medio $5\cdot 10^{22}$ cm^{-3} obtendremos:

$$E_F(0) = \frac{(1{,}05\cdot 10^{-27})^2}{2\cdot 0{,}91\cdot 10^{-27}}(3\cdot 3{,}14^2\ 5\ 10^{22})^{2/3} = 8\cdot 10^{-12}\ \text{erg} = 5\ \text{eV}.$$

Hallemos la energía media de los electrones a cero absoluto. La energía sumatoria de los electrones que se encuentran en los estados con energías desde E hasta $E + dE$ se define por la expresión:

$$E d\nu_E = Eg(E)\, dE.$$

La energía sumatoria de todos los electrones de conducción es igual a:

$$\int E d\nu_E = \int_0^{E_F(0)} Eg(E)\, dE.$$

Dividiendo esta energía por el número total de electrones que es igual a $\int g(E)\, dE$, obtendremos la energía media de un electrón:

$$\langle E\rangle = \frac{\int_0^{E_F(0)} Eg(E)\, dE}{\int_0^{E_F(0)} g(E)\, dE}.$$

La sustitución de la expresión (51.9) para $g(E)$ da:

$$\langle E\rangle = \frac{\int_0^{E_F(0)} E^{3/2}\, dE}{\int_0^{E_F(0)} E^{1/2}\, dE} = \frac{3}{5}E_F(0). \qquad (51.11)$$

Para E_F (0) obtuvimos un valor del orden de 5 eV. Por consiguiente, la energía media de los electrones de conducción a cero absoluto es, aproximadamente, 3 eV. Esta es una magnitud inmensa. Para comunicarle esa energía a un gas electrónico clásico, es necesario calentarlo hasta una temperatura del orden de los 25 mil grados Kelvin.

Ahora puede explicarse por qué el gas electrónico hace un aporte tan pequeño a la capacidad calorífica de los metales. La energía térmica media, igual por el valor de la magnitud a kT, es a temperatura ambiente $^1/_{40}$ eV. Esta energía puede excitar solamente

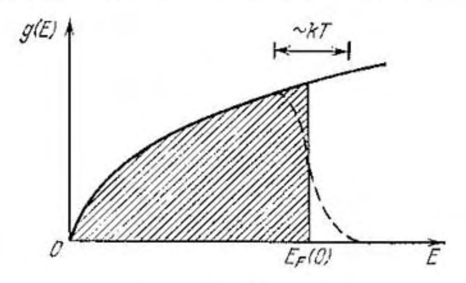


Fig. 51.1.

los electrones que se encuentran en los niveles más altos colindantes con el de Fermi. Casi la totalidad de los electrones, situados en los niveles más profundos, se mantiene en los estados que ocupaban anteriormente y no absorberá energía durante el calentamiento. De esta manera, en el proceso de calentamiento del metal participa sólo una parte insignificante de los electrones de conducción, con lo que se explica la pequeña capacidad calorífica del gas electrónico en los metales.

En la fig. 51.1 se muestra el gráfico de la función (51.9). El área rayada da el número de estados ocupados a cero absoluto. El calentamiento del metal va acompañado de la transición de electrones desde los niveles colindantes con el de Fermi hacia los niveles situados por encima de E_F (0). Como resultado, el extremo brusco de la superficie rayada en la fig. 51.1 se hará derrubiado. La curva de saturación de los niveles por los electrones tomará en esta zona la forma mostrada con la línea punteada. El área bajo esta curva se mantiene igual a la que había a cero absoluto (el área es igual a nV). La zona de imprecisión tiene un ancho del orden de kT. Por consiguiente, en el proceso de calentamiento del metal participará una porción de electrones igual, aproximadamente, a T/T_F, donde

$$T_F = E_F(0)/k \tag{51.12}$$

es la magnitud denominada *temperatura de Fermi*. Como resultado, la capacidad calorífica de los electrones será:

$$C_{el} \approx C_{clás} \cdot \frac{T}{T_F}.$$

A temperatura ambiente, C_{el} es, aproximadamente, 100 veces menor que el valor clásico ($T \approx 300$ K, $T_F \approx 25\,000$ K).

§ 52. Distribución de Fermi—Dirac

A cero absoluto, en cada estado, cuya energía no sea mayor que $E_F(0)$, se encuentra un electrón; en los estados con $E > E_F(0)$ no hay electrones. Por consiguiente, la función de la distribución de los electrones por estados con diferente energía tiene, a cero absoluto, la forma que se muestra en la fig. 52.1. Hallemos la función de la distribución a una temperatura diferente de cero absoluto.

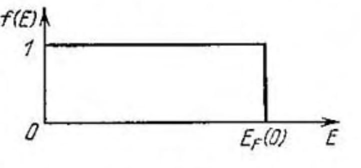


Fig. 52.1.

Siguiendo el ejemplo de Kittel[1]), examinemos el choque inelástico del gas electrónico en equilibrio con un átomo de una impureza que ha sido introducida en la red cristalina del metal. Supongamos que el átomo de la impureza pueda encontrarse solamente en dos estados, cuyas energías haremos igual a 0 y ε.

De la enorme cantidad de procesos de choque examinemos aquél, como resultado del cual un electrón pasa desde el estado **k** con energía E al estado **k'** con energía $E + \varepsilon$. El átomo de la impureza transita con ello desde el nivel con energía ε al nivel con una energía igual a cero. La probabilidad $P_{\mathbf{kk'}}$ de la transición $\mathbf{k}(E) \to \mathbf{k'}(E+\varepsilon)$ es proporcional a: 1) la probabilidad $f(E)$ de que el estado **k** (E) esté ocupado por un electrón, 2) la probabilidad $[1 - f(E+\varepsilon)]$ de que el estado **k'** $(E+\varepsilon)$ esté libre, 3) la probabilidad $p(\varepsilon)$ de que el átomo de la impureza se encuentre en el estado con energía ε. De esta manera:

$$P_{\mathbf{kk'}} \sim f(E)\,[1 - f(E+\varepsilon)]\,p(\varepsilon). \tag{52.1}$$

La probabilidad $P_{\mathbf{k'k}}$ del proceso inverso es proporcional a la expresión:

$$P_{\mathbf{k'k}} \sim f(E+\varepsilon)\,[1 - f(E)]\,p(0), \tag{52.2}$$

donde $p(0)$ es la probabilidad de que el átomo de la impureza se encuentre en el estado con energía igual a cero.

[1]) *Kittel C.* Elementary solid state physics. New York, Weley(1962)

En virtud del principio de equilibrio detallado[1]), el coeficiente de proporcionalidad en las expresiones (52.1) y (52.2) es el mismo.

En estado de equilibrio, la probabilidad de las transiciones $\mathbf{k} \to \mathbf{k}'$ y $\mathbf{k}' \to \mathbf{k}$ deberá ser la misma. Por consiguiente:

$$f(E)\,[1 - f(E+\varepsilon)]\,p(\varepsilon) = f(E+\varepsilon)\,[1 - f(E)]\,p(0),$$

de donde:

$$\frac{f(E+\varepsilon)}{1-f(E+\varepsilon)} \cdot \frac{1-f(E)}{f(E)} = \frac{p(\varepsilon)}{p(0)} = e^{-\varepsilon/kT} \tag{52.3}$$

(consideramos que la probabilidad de localizarse el átomo de la impureza en los niveles 0 y ε obedece a la ley de la distribución de Boltzmann).

La ecuación funcional (52.3) debe cumplirse a cualquier temperatura T. Esto ocurrirá, si hacemos:

$$\frac{1-f(E)}{f(E)} = e^{(E-\mu)/kT}, \tag{52.4}$$

donde μ es una magnitud que no depende de E. Conformemente:

$$\frac{f(E+\varepsilon)}{1-f(E+\varepsilon)} = e^{-[(E+\varepsilon)-\mu]/kT}.$$

El producto de estas dos expresiones a cualquier temperatura es igual a $e^{-\varepsilon/kT}$.

Al resolver la ecuación (52.4) con relación a $f(E)$, obtendremos para la función de distribución de los electrones por estados con diferente energía la expresión:

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/kT}+1}. \tag{52.5}$$

Esta expresión se denomina *función de distribución de Fermi—Dirac*. El parámetro μ lleva el nombre de *potencial químico*.

Según el sentido de la función (52.5), la magnitud $f(E_i)$ representa el número medio $\langle n_i \rangle$ de electrones que se encuentran en el estado con energía E_i. Por esto, la fórmula (52.5) puede ser escrita en forma:

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i-\mu)/kT}+1} \tag{52.6}$$

(compárese con (49.4)). A diferencia de (49.4), el parámetro μ en la distribución (52.6) tiene valores positivos (lo que en este caso no conlleva a valores negativos de los números $\langle n_i \rangle$).

---

[1]) Principio de equilibrio detallado se denomina la afirmación, según la cual en estado de equilibrio estadístico el número de transiciones del sistema desde el estado *1* hacia el estado *2* es igual al número de transiciones inversas, desde el estado *2* hacia el estado *1*.

La distribución (52.6) es el fundamento de la *estadística de Fermi—Dirac*. Las partículas que cumplen con esta estadística se denominan *fermiones*. A este grupo pertenecen todas las partículas con espines medio enteros.

Para los fermiones es característico que los mismos nunca ocupan los estados en los cuales ya se encuentra una partícula. De esta forma, los fermiones son «individualistas» (véase el final del § 49).

El parámetro μ que tiene dimensión de energía, se designa frecuentemente por E_F y se denomina *nivel de Fermi* o *energía de Fermi*. Con esta designación, la función (52.5) tiene la forma:

$$f(E)=\frac{1}{e^{(E-E_F)/kT}+1}. \qquad (52.7)$$

Investiguemos las propiedades de la función (52.7). A cero absoluto

$$f(E)=1, \quad \text{si } E<E_F$$

y

$$f(E)=0, \text{ si } E>E_F.$$

De esta manera a 0 K el nivel de Fermi E_F coincide con el nivel superior ocupado por electrones $E_F(0)$ (véase el parágrafo anterior).

La función $f(E)$ es igual a 1/2, independientemente del valor de la temperatura a $E=E_F$. Por consiguiente, el nivel de Fermi coincide con aquel nivel energético, cuya probabilidad de llenado es igual a un medio.

El valor E_F puede ser hallado a partir de la condición de que el número total de electrones que llenan el nivel sea igual al número nV de electrones libres en el cristal (n es la densidad de electrones, V, el volumen del cristal). La cantidad de estados que corresponden al intervalo de energías dE es igual a $g(E)\,dE$, donde $g(E)$ es la densidad de los estados. El número medio de electrones que se encuentran en estos estados, en caso de equilibrio térmico, se define por la expresión $f(E)\,g(E)\,dE$. La integral de esta expresión da el número total de electrones libres en el cristal.

$$\int_0^\infty f(E)\,g(E)\,dE=nV. \qquad (52.8)$$

Esta relación representa, en esencia, la condición de normación de la función $f(E)$.

La sustitución en (52.8) de las expresiones (51.9) y (52.7) da

$$4\pi V\frac{(2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3}\int_0^\infty \frac{E^{1/2}\,dE}{e^{(E-E_F)/kT}+1}=nV. \qquad (52.9)$$

Esta relación permite, en principio, hallar E_F como una función de T y n. La integral en la expresión (52.9) no tiene solución. A condición de que $kT \ll E_F$, se logra encontrar un valor aproximado de la misma. Como resultado se obtiene para el nivel de Fermi la expresión:

$$E_F \approx E_F(0)\left[1 - \frac{\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{E_F(0)}\right)^2\right] \tag{52.10}$$

(recordemos que $E_F(0)$ depende de n; véase (51.10)).

De (52.10) se infiere que a bajas temperaturas (sólo para las cuales es justa esta expresión) el nivel de Fermi depende de la temperatura, aunque muy débilmente. Por esto, en muchos casos puede considerarse que $E_F = E_F(0)$. Sin embargo, para la comprensión de los fenómenos termoeléctricos, por ejemplo, (véase § 63), la dependencia de E_F de T tiene un significado de principio.

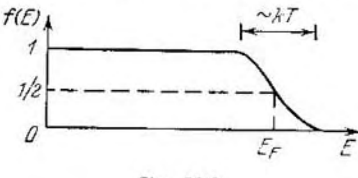


Fig. 52.2.

A temperaturas diferentes de cero absoluto, el gráfico de la función (52.7) tiene la forma que se muestra en la fig. 52.2. En el caso de energías grandes (o sea, para $E - E_F \gg kT$, lo que se cumple en la región de la «cola» de la curva de la distribución) puede despreciarse la unidad en el denominador de la función. Entonces la distribución de los electrones por estados con distintas energías tendrá la forma:

$$f(E) = e^{-(E-E_F)/kT} = \text{const}\cdot e^{-E/kT}, \tag{52.11}$$

o sea, se convierte en la función de distribución de Boltzmann.

Señalemos que sólo en la región del orden de kT se observa una diferencia notable entre la curva de la fig. 52.2 y el gráfico representado en la fig. 52.1. Mientras mayor sea la temperatura, más suave será el declive del sector pendiente de la curva.

El comportamiento del gas electrónico depende en sumo grado de la relación entre la temperatura de Fermi y la del cristal, igual a E_F/k. Se distinguen dos casos extremos:

1) $kT \ll E_F$. En este caso, el gas electrónico se denomina *degenerado*.

2) $kT \gg E_F$. En este caso, el gas electrónico se llama *no degenerado*.

En el parágrafo anterior vimos que la temperatura de Fermi para los metales es de varias decenas de miles de grados Kelvin. Por esto, incluso para temperaturas cercanas a la de fusión del metal ($\sim 10^3$ K,)

el gas electrónico en el metal es degenerado. En los semiconductores, la densidad de los electrones libres resulta ser mucho menor que en los metales. Correspondientemente E_F es pequeña (E_F es, aproximadamente, proporcional a $n^{2/3}$, véase (52.10) y (51.10)). Por esto, ya a temperatura ambiente, el gas electrónico en muchos semiconductores es no degenerado y obedece a la estadística clásica.

§ 53. Zonas energéticas en los cristales

En el § 51 establecimos que cerca de los electrones libres la energía de los electrones de valencia varía en forma *seudocontinua*. Esto significa que el espectro de los valores permitidos de la energía está formado por un número inmenso de niveles discretos cercanos unos de otros. En realidad, los electrones de valencia en el cristal se mueven de forma no completamente libre, ya que sobre los mismos actúa el campo periódico de la red. Esta circunstancia conlleva a que el espectro de los valores posibles de energía de los electrones de valencia se descompone en una serie de zonas permitidas y prohibidas que se alternan (fig. 53.1). En los límites de las zonas permitidas, la energía varía de forma seudocontinua. Los valores de energía que pertenecen a las zonas prohibidas no pueden realizarse.

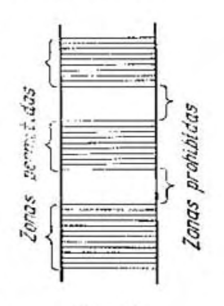


Fig. 53.1.

Para comprender el origen de las zonas, examinemos un proceso imaginario de la unión de los átomos en un cristal. Sean inicialmente N átomos aislados de cualquier sustancia. Mientras estén aislados unos de otros, los átomos tienen esquemas de niveles energéticos que coinciden completamente. El llenado de los niveles por los electrones se realiza en cada átomo independientemente de la ocupación de niveles análogos en los otros átomos. A medida que los átomos se acerquen, entre los mismos surge una creciente interacción, la que conlleva a la variación de la posición de los niveles. En lugar de un nivel igual para todos los N átomos, surgen N niveles muy cercanos, pero no coincidentes. De esta manera, cada nivel del átomo aislado se descompone en el cristal en N niveles situados densamente, los que forman una *banda* o una *zona*.

La magnitud de la descomposición para diferentes niveles no es la misma. En la fig. 53.2 se muestra la descomposición de los niveles como una función de la distancia r entre los átomos. Del esquema queda claro que la descomposición que surge en el cristal de los niveles ocupados por electrones interiores es pequeña. Sólo se descomponen de manera palpable los niveles ocupados por electrones de va-

lencia. Los niveles superiores, no ocupados por electrones en el estado fundamental del átomo, se someten a esa misma descomposición.

En dependencia de las propiedades concretas del átomo, la distancia de equilibrio entre los átomos adyacentes en el cristal puede ser del tipo r_1 o del tipo r_2 (véase fig. 53.2). Para la distancia del tipo r_1, entre las zonas permitidas de niveles adyacentes del átomo existe una zona prohibida. Para la distancia del tipo r_2 ocurre la

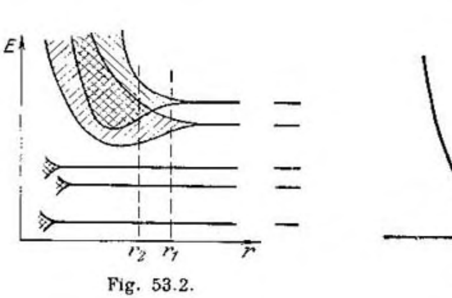


Fig. 53.2.

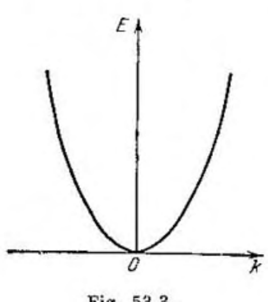


Fig. 53.3.

superposición parcial de las zonas adyacentes. El número de niveles en esa zona fusionada es igual a la suma de éstos en los que se descomponen ambos niveles del átomo.

La estructura zonal de los niveles energéticos se obtiene directamente de la solución de la ecuación de Schroedinger para el electrón que se mueve en un campo periódico de fuerzas. Este campo se crea por la red del cristal. La ecuación de Schroedinger que considera el campo de la red, tiene la forma:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + U\psi = E\psi,$$

donde U es una función que tiene las propiedades:

$$U(x+a,\ y,\ z) = U(x,\ y,\ z),$$
$$U(x,\ y+b,\ z) = U(x,\ y,\ z),$$
$$U(x,\ y,\ z+c) = U(x,\ y,\ z)$$

(a, b, c son los períodos de la red a lo largo de los ejes x, y, z).

Bloch demostró que la solución de la ecuación de Schroedinger con un potencial periódico tiene la forma:

$$\psi_{\mathbf{k}} = u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})\, e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \tag{53.1}$$

donde u_k (r) es una función que posee periodicidad del potencial, o sea, periodicidad de la red. Las soluciones (53.1) se denominan *funciones de Bloch*. Las mismas se diferencian de (51.2) por la presencia del factor periódico u_k (r).

En la cercanía de los electrones libres, la dependencia de la energía del electrón del número ondulatorio (del módulo del vector ondulatorio) se describe por el gráfico que está representado en la fig. 53.3 (véase (51.3)). Los valores de la energía forman una secuencia seudocontinua. Por consiguiente, el gráfico $E(k)$ está compuesto por puntos discretos. Sin embargo, los mismos están situados tan densamente que casi se unen en una curva continua.

En el caso de un campo periódico, la dependencia entre E y k tiene la forma que se muestra en la fig. 53.4. De la figura queda claro que las zonas representadas con líneas continuas, cuya energía varía de forma seudocontinua (zonas permitidas), se alternan con las zonas prohibidas. Cada zona permitida está formada por niveles discretos dispuestos muy cerca uno de otro, cuyo número es igual a la cantidad de átomos en la muestra del cristal.

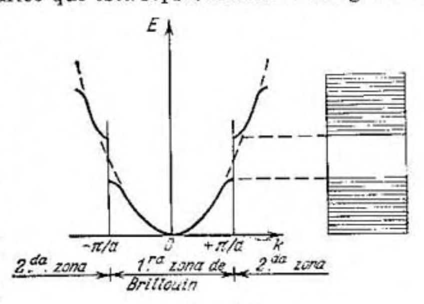


Fig. 53.4.

La región del k-ésimo espacio, dentro de la cual la energía del electrón en el cristal varía de forma seudocontinua, se denomina *zona de Brillouin*. En los límites de las zonas la energía se discontinúa. La fig. 53.4 muestra las zonas de Brillouin para el caso de un cristal unidimensional. Para los cristales tridimensionales, los límites de la zona de Brillouin son superficies poliédricas cerradas, situadas una dentro de otra.

Recordemos que se denomina superficie de Fermi la superficie isoenergética en el k-ésimo espacio (o en el p-ésimo espacio) que corresponde al valor de E igual a E_F (véase § 51). En el caso de electrones libres, esta superficie tiene forma de esfera. La forma de la superficie para los electrones de conducción del metal depende de las propiedades de la red cristalina y tiene una forma compleja, algunas veces caprichosa. Para una serie de metales, la forma de la superficie de Fermi ha sido establecida de forma experimental con gran exactitud.

La superficie de Fermi es una característica importante del metal. La forma de esta superficie define el carácter del movimiento de los electrones con una energía cercana a E_F. A su vez, el carácter del mo-

vimiento de los electrones condiciona la naturaleza de diferentes fenómenos que se observan bajo el efecto de un campo magnético sobre el metal.

De esta manera, el espectro de los valores posibles de la energía de los electrones de valencia en el cristal se descompone en una serie de zonas permitidas y prohibidas. El ancho de las zonas no depende de las dimensiones del cristal, y mientras más átomos contenga éste, más apretadamente se situarán los niveles en la zona. El ancho de las zonas permitidas tiene una magnitud del orden de varios elec-

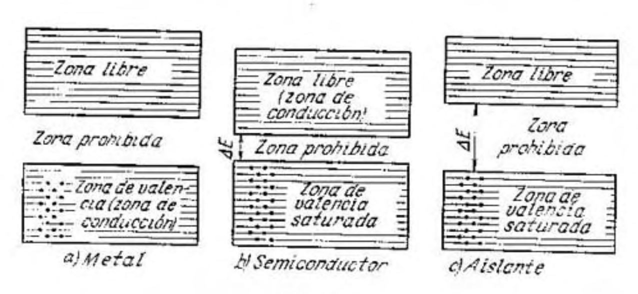


Fig. 53.5.

tronvoltios. Por consiguiente, si el cristal contiene 10^{23} átomos, el «espacio» entre los niveles adyacentes en la zona será de $\sim 10^{-23}$ eV.

Cada nivel energético corresponde a cierto valor de **k**. Por cuanto el número cuántico m_s puede tomar dos valores, en cualquier nivel permitido pueden encontrarse dos electrones que posean espines contrarios.

La existencia de las zonas energéticas permite explicar desde un punto de vista único la existencia de los metales, semiconductores y dieléctricos.

La zona permitida, que surge del nivel en el cual los electrones de valencia se encuentran en el estado fundamental del átomo, será denominada *zona de valencia*. A cero absoluto, los electrones de valencia ocupan, por parejas, los niveles inferiores de la zona de valencia. Las zonas permitidas superiores estarán libres de electrones. En dependencia del grado de ocupación de la zona de valencia por electrones y del ancho de la zona prohibida, son posibles tres casos, que están representados en la fig. 53.5. En el caso *a*, los electrones ocupan la zona de valencia de manera incompleta. Por esto, es suficiente comunicarles a los electrones, que se encuentren en los niveles superiores, sólo una pequeña cantidad de energía ($\sim 10^{-23}$ ... ... 10^{-22} eV) para llevarlos a niveles más elevados. La energía del

movimiento térmico (kT) es una magnitud del orden de 10^{-4} eV a 1 K. Por consiguiente, a temperaturas diferentes de cero absoluto, parte de los electrones son llevados a niveles más altos. La energía complementaria condicionada por la acción del campo eléctrico sobre el electrón también resulta suficiente para llevar el electrón a niveles más altos. Por esto los electrones pueden ser acelerados por el campo eléctrico y adquirir una velocidad complementaria en dirección contraria a la del campo. De esta forma, un cristal con semejante esquema de niveles energéticos será un metal.

La ocupación parcial de la zona de valencia (en el caso de un metal también se denomina *zona de conducción*) se observa en aquellos casos cuando en el último nivel ocupado en el átomo se encuentra sólo un electrón o cuando tiene lugar la superposición de las zonas (véase fig. 53.2, distancia r_2). En el primer caso, N electrones de conducción ocupan por parejas sólo la mitad de los niveles de la zona de valencia. En el segundo, el número de niveles en la zona de conducción será mayor que N, de manera que, incluso si la cantidad de electrones de conducción es igual a $2N$, los mismos no podrán ocupar todos los niveles de la zona.

En los casos b y c (véase fig. 53.5), los niveles de la zona de valencia están ocupados completamente por electrones, o sea, la zona está ocupada. Para aumentar la energía del electrón es necesario comunicarle una cantidad de energía, que no sea menor que el ancho de la zona prohibida ΔE. El campo eléctrico (en todo caso de una intensidad tal, a la cual no ocurra la perforación eléctrica del cristal) no está en condiciones de comunicarle esa energía al electrón. En estas condiciones, las propiedades eléctricas del cristal se definen por el ancho de la zona prohibida ΔE. Si éste es pequeño (del orden de varias décimas de electrón-voltio), la energía del movimiento térmico resulta suficiente para llevar parte de los electrones a la zona libre superior. Estos electrones se encontrarán en condiciones similares a aquellas, en las que se encuentran los electrones de valencia en un metal. La zona libre resultará ser para ellos la zona de conducción. Al mismo tiempo será posible la transición de electrones de la zona de valencia hacia sus niveles superiores liberados. Tal sustancia se denomina *semiconductor electrónico*.

Si el ancho de la zona prohibida ΔE es grande (del orden de varios electrón-voltios), el movimiento térmico no podrá llevar una cantidad palpable de electrones a la zona libre. En este caso el cristal resultará ser dieléctrico.

§ 54. Dinámica de los electrones en la red cristalina

El número ondulatorio k está vinculado con el impulso del electrón p por la igualdad $p = \hbar k$. Sustituyendo en la relación de incertidumbre $\Delta p \cdot \Delta x \sim \hbar$ el impulso por el número ondulatorio, obten-

dremos la relación de incertidumbre para k y x

$$\Delta k \cdot \Delta x \sim 1. \tag{54.1}$$

De esta expresión se infiere que para un número k exactamente determinado la posición del electrón en el cristal será completamente indefinida. Para poder estudiar la dinámica de un electrón en el cristal, es necesario disponer de expresiones para su velocidad y aceleración. Podemos hablar de velocidad sólo en el caso, en que el electrón está, aunque sea aproximadamente, localizado en el espacio.

Hagamos Δk diferente de cero. Entonces el electrón estará localizado en los límites de la región $\Delta x \sim 1/\Delta k$. Según el principio de superposición (véase § 25) la función psi del electrón puede ser expresada en forma de suma de ondas planas del tipo $e^{i\mathbf{kr}}$ cuyos números ondulatorios estarán contenidos en los límites de Δk. Si Δk es pequeño, la superposición de ondas planas forma un tren ondulatorio. El máximo de la amplitud de la onda resultante se traslada con una velocidad de grupo:

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk} \tag{54.2}$$

(véase fórmula (143.14) del segundo tomo). La posición más probable del electrón coincide con el centro del grupo de ondas. Por consiguiente, v_{gr} representa la velocidad del electrón en el cristal.

Utilizando la relación $E = \hbar\omega$, sustituyamos en (54.2) la frecuencia por la energía. Como resultado obtendremos:

$$v_{gr} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}. \tag{54.3}$$

Aclaremos cómo se comporta el electrón bajo el efecto de un campo eléctrico externo $\mathscr{E}$ que actúa sobre el cristal. En este caso, sobre el electrón actuará, además de las fuerzas F_{crist} creadas por el campo de la red, la fuerza F, cuyo módulo es igual a $e\mathscr{E}$. Durante el tiempo dt esta fuerza realizará sobre el electrón un trabajo $dA = Fv_{gr}\, dt$. La sustitución de la expresión (54.3) para v_{gr} da

$$dA = \frac{F}{\hbar} \frac{dE}{dk} dt \tag{54.4}$$

Este trabajo va al incremento de la energía del electrón en el cristal: $dA = dE$. Sustituyendo en (54.4) dA por dE y teniendo en cuenta que $dE = (dE/dk)\, dk$, llegaremos a la relación:

$$\frac{dE}{dk} dk = \frac{F}{\hbar} \frac{dE}{dk} dt,$$

de donde se infiere que:

$$\frac{dk}{dt} = \frac{F}{\hbar}. \tag{54.5}$$

Diferenciando la expresión (54.3) por t, hallaremos la aceleración del electrón en el cristal:

$$\frac{dv_{gr}}{dt}=\frac{1}{\hbar}\frac{d}{dt}\left(\frac{dE}{dk}\right)=\frac{1}{\hbar}\frac{d^2E}{dk^2}\frac{dk}{dt}.$$

Teniendo en cuenta (54.5) obtendremos:

$$\frac{dv_{gr}}{dt}=\frac{1}{\hbar}\frac{d^2E}{dk^2}\frac{F}{\hbar}.$$

Escribamos esta fórmula de la siguiente forma:

$$\left(\frac{\hbar^2}{d^2E/dk^2}\right)\frac{dv_{gr}}{dt}=F. \tag{54.6}$$

De (54.6) se desprende que la aceleración del electrón en el cristal es proporcional a la fuerza externa $e\mathscr{E}$. Este resultado no es trivial, por cuanto la aceleración debe ser proporcional a la suma de las fuerzas $e\mathscr{E}$ y F_{crist}, y sólo la singularidad de la fuerza F_{crist} conlleva a que, siendo la aceleración proporcional a la suma de las fuerzas $e\mathscr{E}$ y F_{crist}, tiene lugar también la proporcionalidad a uno de sus sumandos $e\mathscr{E}$.

Comparando (54.6) con la ecuación de la segunda ley de Newton:

$$m\frac{dv}{dt}=F,$$

llegamos a la conclusión de que la expresión:

$$m^*=\frac{\hbar^2}{d^2E/dk^2} \tag{54.7}$$

desempeña formalmente el papel de masa respecto a la fuerza externa $F=e\mathscr{E}$, por lo que la magnitud (54.7) se llama *masa efectiva* del electrón en el cristal.

La masa efectiva m^* puede diferir mucho de la masa verdadera del electrón m y, en particular, la misma puede tomar valores negativos. Esto es condicionado por la circunstancia de que en realidad la ecuación de la segunda ley de Newton tiene la forma:

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt}=\mathbf{F}+\mathbf{F}_{crist}, \tag{54.8}$$

donde $\mathbf{F}_{crist}$ es la fuerza creada por la acción del campo de la red sobre el electrón. La comparación de (54.8) con la ecuación:

$$m^*\frac{d\mathbf{v}}{dt}=\mathbf{F}$$

muestra claramente que m^* puede diferir sustancialmente de m. No obstante, es el valor de m^* precisamente el que define el carácter del movimiento del electrón en la red bajo la acción de la fuerza $e\mathscr{E}$.

La introducción de la masa efectiva permite determinar el carácter del movimiento del electrón bajo la acción de un campo externo, abstrayéndonos de la interacción de los electrones con la red. Asignándole al electrón una masa m^*, podemos estudiar su comportamiento bajo el efecto de la fuerza $e\mathscr{E}$, considerándolo libre. De lo dicho se infiere que las relaciones obtenidas en las cercanías de los electrones libres resultan ser justas para el electrón que se mueve en un campo periódico, si sustituimos en las mismas la masa real m por la efectiva m^*.

Fig. 54.1.

En particular, la expresión (51.3) en el caso de un campo periódico tiene la forma:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m^*} k^2. \tag{54.9}$$

En efecto, la diferenciación doble por k da:

$$\frac{d^2E}{dk^2}\,\frac{\hbar^2}{m^*},$$

lo que concuerda con la definición de m^* (véase (54.7)).

De esta manera, puede tenerse en cuenta el efecto de la red sobre el movimiento del electrón, sustituyendo en la ecuación del movimiento que contiene sólo la fuerza externa $e\mathscr{E}$, la masa real m por la efectiva m^*.

Estudiemos la dependencia de la masa efectiva m^* de la «posición» del electrón dentro de una zona energética permitida. Cerca del fondo de la zona (véanse los puntos A y A' en la fig. 54.1) la forma de la curva $E(k)$ difiere poco de la curva para los electrones libres (fig. 53.3). En conformidad, $m^* \approx m$.

En el punto de inflexión (punto B en la fig. 54.1) d^2E/dk^2 es igual a cero. Por consiguiente, m^* se convierte en infinito. Esto significa que el campo exterior no puede ejercer ninguna influencia sobre la velocidad del electrón que se encuentra en el estado de energía E_B.

Cerca del «techo» de la zona permitida (punto C en la fig. 54.1) la derivada $d^2E/dk^2 < 0$ (dE/dk disminuye al crecer k). En conformidad con esto, la masa efectiva m^* de los electrones, que ocupan los niveles próximos al techo de la zona, resulta ser negativa. En realidad, esto significa que bajo la acción conjunta de las fuerzas $e\mathscr{E}$ y F_{crist} el electrón que se encuentra en el estado con energía E_C adquiere una aceleración, contraria por su sentido a la fuerza externa $e\mathscr{E}$.

CAPÍTULO VIII

CONDUCTIBILIDAD ELÉCTRICA DE LOS METALES Y SEMICONDUCTORES

§ 55. Conductibilidad eléctrica de los metales

El cálculo cuántico-mecánico correspondiente da que en el caso de una red cristalina ideal los electrones de conducción no sufrirían ninguna resistencia en su movimiento y la conductibilidad eléctrica del metal sería infinitamente grande. Sin embargo, la red cristalina nunca es perfecta. Las alteraciones de la periodicidad estricta de la red son provocadas por la presencia de impurezas o de vacancias (o sea por la ausencia de electrones en el centro) y también por las vibraciones térmicas de la red. La dispersión de los electrones en los átomos de la impureza y en los fonones conlleva a la aparición de resistencia eléctrica en los metales. Mientras más puro sea el metal y menor su temperatura, menor será esta resistencia.

La resistencia eléctrica específica (resistividad) de los metales puede ser representada en forma:

$$\rho = \rho_v + \rho_{im},$$

donde ρ_v es la resistencia condicionada por las vibraciones térmicas de la red y ρ_{im}, la resistencia creada por la dispersión de los electrones en los átomos de la impureza. El sumando ρ_v disminuye con el descenso de la temperatura y se convierte en cero a $T = 0$ K. El sumando ρ_{im} a una concentración pequeña de las impurezas no depende de la temperatura y forma la llamada *resistencia residual* del metal[1]) (o sea, la resistencia que posee el metal a 0 K, véase fig. 34.2 del segundo tomo).

Sean n electrones libres en la unidad de volumen del metal. Llamaremos la velocidad media de estos electrones *velocidad de deriva* $\mathbf{v}_d$. Por definición:

$$\mathbf{v}_d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{v}_i. \qquad (55.1)$$

En ausencia del campo exterior, la velocidad de deriva es igual a cero y en el metal no hay corriente eléctrica. Al serle aplicado al metal un campo eléctrico exterior **E**, la velocidad de deriva será diferente de cero, o sea, en el mismo aparecerá corriente eléctrica. Según la ley de Ohm, la velocidad de deriva es finita y proporcional a la fuerza $-e\mathbf{E}$.

---

[1]) Se tienen en cuenta aquellos metales que no transitan al estado de superconductibilidad (véase parágrafo siguiente).

De la mecánica es conocido que la velocidad del movimiento estacionario resulta ser proporcional a la fuerza exterior F aplicada al cuerpo en el caso cuando además de la fuerza F sobre el cuerpo actúa la fuerza de resistencia del medio, la cual es proporcional a la velocidad del cuerpo (puede servir de ejemplo la caída de una pequeña esfera en un medio viscoso). De aquí se infiere que además de la fuerza $-e\mathbf{E}$ sobre los electrones de conducción en el metal actúa la fuerza de «rozamiento», cuyo valor medio es igual a:

$$\mathbf{F}_{roz} = -r\mathbf{v}_d \tag{55.2}$$

(r es un coeficiente de proporcionalidad).

La ecuación del movimiento para el electrón «medio» tendrá la forma:

$$m^* \frac{d\mathbf{v}_d}{dt} = -e\mathbf{E} - r\mathbf{v}_d, \tag{55.3}$$

donde m^* es la masa efectiva del electrón (véase § 54). Esta ecuación permite hallar el valor estacionario de $\mathbf{v}_d$.

Si desconectamos el campo exterior $\mathbf{E}$ luego del establecimiento del estado estacionario, la velocidad de deriva comienza a disminuir y después de alcanzar el estado de equilibrio entre los electrones y la red, se convierte en cero. Hallemos la ley de la disminución de la velocidad de deriva luego de desconectar el campo exterior. Haciendo $\mathbf{E} = 0$ en (55.3) obtendremos la ecuación:

$$m^* \frac{d\mathbf{v}_d}{dt} + r\mathbf{v}_d = 0.$$

Las ecuaciones de este tipo son bien conocidas. Su solución tiene la forma:

$$\mathbf{v}_d(t) = \mathbf{v}_d(0) \exp\left(-\frac{r}{m^*} t\right), \tag{55.4}$$

donde $\mathbf{v}_d(0)$ es el valor de la velocidad de deriva en el momento de desconectar el campo.

De (55.4) se infiere que en el tiempo:

$$\tau = \frac{m^*}{r} \tag{55.5}$$

el valor de la velocidad de deriva disminuye e veces. De esta manera, (55.5) representa el *tiempo de relajación* [1]) que caracteriza el proceso de establecimiento del equilibrio entre los electrones y la red, alterado por la acción del campo exterior $\mathbf{E}$.

Teniendo en cuenta (55.5), la fórmula (55.2) puede ser escrita de la siguiente forma:

$$\mathbf{F}_{roz} = -\frac{m^*}{\tau} \mathbf{v}_d. \tag{55.6}$$

[1]) Véase § 81 del primer tomo.

El valor estacionario de la velocidad de deriva puede hallarse igualando a cero la suma de la fuerza $-e\mathbf{E}$ y de la fuerza de rozamiento (55.6):

$$-e\mathbf{E}-\frac{m^*}{\tau}\mathbf{v}_d=0.$$

de donde;

$$\mathbf{v}_d=-\frac{e\mathbf{E}\tau}{m^*}.$$

Multiplicando este valor de $\mathbf{v}_d$ por la carga del electrón $-e$ y por la densidad de los electrones n, obtendremos el valor estacionario de la densidad de la corriente:

$$\mathbf{j}=-\frac{e\mathbf{E}\tau}{m^*}(-e)\,n=\frac{ne^2\tau}{m^*}\mathbf{E}.$$

El coeficiente de proporcionalidad entre $\mathbf{E}$ y $\mathbf{j}$ representa la conductividad eléctrica específica σ. De esta manera:

$$\sigma=\frac{ne^2\tau}{m^*} \tag{55.7}$$

En el § 78 del segundo tomo se obtuvo la expresión clásica siguiente para la conductividad eléctrica de los metales:

$$\sigma=\frac{ne^2\tau'}{2m}. \tag{55.8}$$

donde τ' es el tiempo medio de recorrido libre de los electrones y m, la masa ordinaria (no la efectiva) del electrón (véase fórmula (78.7) del segundo tomo, en ésta hemos sustituido λ/v por el tiempo de recorrido libre τ).

De la comparación de las fórmulas (55.7) y (55.8) se infiere que el tiempo de relajación coincide por el orden de su magnitud con el tiempo de recorrido libre de los electrones en el metal.

Partiendo de consideraciones físicas, se logra realizar la valoración de las magnitudes que componen la expresión (55.7) y de esta forma calcular el orden de la conductividad σ. Los resultados obtenidos de tal modo se encuentran en buena concordancia con los datos experimentales. También de acuerdo con el experimento se tiene que σ varía con la temperatura según la ley $1/T$. Recordemos que la teoría clásica dice que σ es inversamente proporcional a $\sqrt{T}$ (véase § 78 del segundo tomo).

Señalemos que los cálculos que nos llevaron a la fórmula (55.7) son igualmente aplicables para la interpretación clásica del movimiento de los electrones de conducción en el metal como para la cuántico-mecánica. La diferencia entre ambas consiste en lo siguiente. En la consideración clásica se supone que todos los electrones son excitados por el campo eléctrico exterior, en conformidad con lo

cual cada sumando en la fórmula (55.1) obtiene un incremento en la dirección contraria a E. En la interpretación cuántico-mecánica es necesario tener en cuenta que sólo los electrones que ocupan los estados próximos al nivel de Fermi son excitados por el campo y cambian su velocidad. Los electrones que se encuentran en los niveles más profundos no se excitan por el campo y su aporte a la fórmula (55.1) no varía. Además, en el enfoque clásico, en el denominador de la fórmula (55.7) debe estar la masa ordinaria m del electrón y en el cuántico-mecánico, en lugar de la masa ordinaria debe tomarse la masa efectiva m^* del electrón. Esta circunstancia es una manifestación de la regla general señalada en el § 54, según la cual, las relaciones obtenidas en la proximidad de los electrones libres resultan ser justas también para los electrones que se mueven en el campo periódico de la red, si la masa auténtica m del electrón es sustituida por la efectiva m^*.

§ 56. Superconductividad

A una temperatura del orden de varios Kelvin, la resistencia eléctrica de una serie de metales y aleaciones se convierte en cero bruscamente, o sea, la sustancia pasa a un *estado de superconductividad* (véase § 34 del segundo tomo). La temperatura a la cual ocurre esta transición recibe el nombre de *temperatura crítica* y se expresa por T_{cr}. El valor más frecuente de T_{cr} es de ~ 20 K.

La superconductividad puede ser observada experimentalmente de dos formas:

1) Conectando un elemento del superconductor en un circuito eléctrico común. En el momento de la transición al estado de superconductividad, la diferencia de potencial en los extremos de este elemento se convierte en cero.

2) Situando un anillo del superconductor en un campo magnético perpendicular a él. Enfriando luego el anillo por debajo de T_{cr}, se desconecta el campo. Como resultado, en el anillo se induce una corriente eléctrica no amortiguada. La corriente en este anillo circulará un tiempo ilimitado.

El científico holandés H. Kamerlingh Onnes, descubridor del fenómeno de la superconductividad demostró esto, trasladando un anillo superconductor con corriente circulante por el mismo desde Leyden hasta Cambridge. En una serie de experimentos se observó la ausencia de amortiguación de la corriente en el anillo superconductor en el transcurso de un año, aproximadamente. En el año 1959, Collins informó haber observado la ausencia de la disminución de la corriente en el transcurso de dos años y medio.

Además de la ausencia de resistencia eléctrica, para los estados de superconducción es característico el hecho de que el campo magnético no penetra en el seno del superconductor. Este fenómeno se denomina

efecto de Meissner. Si la muestra superconductora se enfría, estando colocada en un campo magnético, en el momento de la transición al estado de superconductividad, el campo es expulsado de la muestra y la inducción magnética en la misma se reduce a cero. Puede decirse formalmente que el superconductor posee una permeabilidad magnética nula ($\mu = 0$). Las sustancias con $\mu < 1$ se denominan diamagnéticas. De esta manera, el superconductor es un diamagnético ideal.

Un campo magnético exterior suficientemente fuerte destruye el estado de superconductividad. El valor de la inducción magnética a la cual ocurre esto, se llama *campo crítico* y se designa por B_{cr}. El valor de B_{cr} depende de la temperatura de la muestra. A la temperatura crítica $B_{cr} = 0$, al disminuir la temperatura, B_{cr} crece tendiendo a B_{cr0}, o sea, al valor del campo crítico a la temperatura cero. La forma aproximada de esta dependencia se muestra en la fig. 56.1.

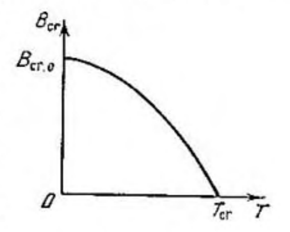


Fig. 56.1.

Al amplificar la corriente que circula por el superconductor conectado al circuito común, el estado de superconductividad se destruye al valor de I_{cr} de la intensidad de la corriente. Este valor se denomina *corriente crítica*. El valor I_{cr} depende de la temperatura. Esta dependencia es análoga a la que existe entre B_{cr} y T (véase fig. 56.1).

La superconductividad es un fenómeno en el cual los efectos cuántico-mecánicos no se manifiestan a escala microscópica, sino a escala macroscópica [1]). La teoría de la superconductividad fue creada en 1957 por J. Bardeen, L. Cooper y J. Schrieffer. La misma es denominada en forma breve BCS. Esta teoría es muy compleja. Por esto nos vemos obligados a limitarnos a exponerla al nivel de los libros de divulgación científica, lo que no podrá satisfacer completamente al lector exigente.

El quid de la superconductividad consiste en que los electrones sufren en el metal, además de la repulsión coulombiana, una forma especial de atracción, la cual en el estado de superconductividad predomina sobre la repulsión. Como resultado, los electrones de conducción se unen en los llamados *pares de Cooper*. Los electrones que forman estos pares poseen espines con sentidos contrarios. Por esto el espín del par es igual a cero y el mismo representa un bosón. Los bosones tienden a acumularse en el estado energético fundamental, del cual es comparativamente difícil llevarlos al estado excitado. Por consiguiente, los pares de Cooper, al llegar a un movimiento coordenado, se quedan en este estado un tiempo ilimitado. Este movimiento

[1]) Un segundo fenómeno de este tipo es la superfluidez del helio líquido II.

coordenado de los pares es precisamente la corriente de superconductividad.

Expliquemos lo dicho anteriormente con más detalle. El electrón que se mueve en el metal deforma (polariza) la red cristalina formada por iones positivos. A consecuencia de tal deformación, el electrón resulta estar rodeado por una «nube» de carga positiva que se traslada por la red junto con el electrón. El electrón y la nube que lo rodea representan un sistema cargado positivamente, hacia el que será atraído otro electrón. De esa manera, la red iónica desempeña el papel de intermediario, cuya presencia conlleva a la atracción entre los electrones.

En el lenguaje cuántico-mecánico, la atracción entre los electrones se explica como resultado del intercambio entre los mismos de cuantos de excitación de la red, o sea, de fonones. El electrón que se mueve en el metal altera el régimen de vibraciones de la red, o sea, excita fonones. La energía de excitación se transmite a otro electrón, el cual absorbe el fonón. Como resultado de este intercambio de fonones, surge una interacción complementaria entre los electrones la cual tiene carácter de atracción. A bajas temperaturas, esta atracción supera la repulsión coulombiana en las sustancias que son superconductoras.

La interacción provocada por el intercambio de fonones se manifiesta más intensamente en los electrones que poseen impulsos y espines contrarios. Como resultado, dos de estos electrones se unen en un par de Cooper. No debemos imaginarnos este par como dos electrones pegados. Al contrario, la distancia entre estos últimos es bastante grande, aproximadamente de 10^{-4} cm, o sea, cuatro órdenes mayor que la interatómica en el cristal. Alrededor de 10^{6} pares de Cooper se superponen ostensiblemente, es decir, ocupan un volumen común.

No todos los electrones de conducción se unen en pares de Cooper. A cierta temperatura T, diferente de cero absoluto, existe cierta probabilidad de que el par sea destruido. Por esto siempre a la vez con los pares existen electrones «normales», que se mueven por el cristal de la manera usual. Mientras más cerca esté T de T_{cr}, mayor se hace la porción de electrones normales, llegando a 1 cuando $T = T_{cr}$. Por consiguiente, a una temperatura superior a T_{cr} el estado de superconductividad es imposible.

La formación de los pares de Cooper conlleva a la restructuración del espectro energético del metal. Para la excitación de un sistema electrónico que se encuentre en estado de superconductividad, es necesario destruir aunque sea un solo par, para lo que se necesita una energía igual a la energía de enlace E_{enl} de los electrones en el par. Ésta representa la menor cantidad de energía que puede adquirir el sistema de electrones del superconductor. Por consiguiente, en el espectro energético de los electrones que se encuentran en el estado de superconductividad existe una ranura de ancho E_{enl}, situada en

la región del nivel de Fermi. Los valores de la energía que pertenecen a esta ranura están prohibidos. La existencia de la ranura fue demostrada experimentalmente.

De esta forma, el estado excitado del sistema electrónico que se encuentra en estado de superconductividad está separado del estado fundamental por una ranura energética del ancho E_{enl}. Por esto, las transiciones cuánticas de este sistema no siempre son posibles. A pequeñas velocidades de su movimiento (que corresponden a una intensidad de la coorriente menor que I_{cr}), el sistema electrónico no se excita, lo que significa movimiento sin fricción, o sea, sin resistencia eléctrica.

El ancho de la ranura energética E_{enl} disminuye al aumentar la temperatura y se convierte en cero a la temperatura crítica T_{cr}. Respectivamente, todos los pares de Cooper se destruyen y la sustancia pasa al estado normal (no superconductor).

De la teoría de la superconductividad se infiere que el flujo magnético Φ, vinculado con el anillo (o cilindro) superconductor por el que circula la corriente, debe ser un múltiplo entero de la magnitud $2\pi\hbar/q$, donde q es la carga del portador de la corriente:

$$\Phi = n\,\frac{2\pi\hbar}{q}.$$

La magnitud

$$\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar}{q} \tag{56.1}$$

representa un *cuanto del flujo magnético*.

La cuantificación del flujo magnético fue descubierta experimentalmente en el año 1961 por Deaver y Fairbank e independientemente de ellos por Doll y Nabauer. En los experimentos de Deaver y Fairbank un cintillo de estaño depositado en un alambre de cobre de 10^{-3} cm de diámetro servía de muestra. El alambre desempeñaba el papel de armazón y no pasaba al estado de superconductividad. Los valores del flujo magnético registrados en estos experimentos, así como en los experimentos de Doll y Nabauer, resultaron ser múltiplos enteros de la magnitud (56.1), en la cual hay que tomar en calidad de q la carga doble del electrón ($q = -2e$). Esto sirve de confirmación complementaria a la teoría BCS, según la cual los portadores de la corriente en el superconductor son los pares de Cooper, cuya carga es igual a $-2e$.

§ 57. Semiconductores

Semiconductores son sustancias cristalinas, cuya zona de valencia está completamente ocupada por electrones (véase fig. 53.5, *b*) y cuyo ancho de la zona prohibida es pequeño (en los semiconductores

intrínsecos no más de 1 eV). Los semiconductores le deben su nombre al hecho de que, según la magnitud de su conductividad, los mismos ocupan una posición intermedia entre los metales y los dieléctricos. No obstante, lo característico en ellos no es la magnitud de la conductividad, sino el hecho de que la misma crece al aumentar la temperatura (recordemos que en los metales la misma disminuye).

Se distinguen los semiconductores *intrínsecos* y los *extrínsecos*. Al grupo de los primeros pertenecen los semiconductores químicamente puros. Las propiedades eléctricas de los semiconductores extrínsecos se condicionan por las impurezas, introducidas en ellos artificialmente.



Fig. 57.1.

Al estudiar las propiedades eléctricas de los semiconductores, desempeña un papel importante el concepto de «hueco». Detengámonos en el esclarecimiento de su sentido físico.

A cero absoluto, todos los niveles de la zona de valencia de un semiconductor intrínseco están ocupados completamente por electrones, y en la zona de conducción no hay electrones (fig. 57.1, *a*). El campo eléctrico no puede llevar los electrones de la zona de valencia a la de conducción. Por esto, los semiconductores intrínsecos se comportan como dieléctricos a cero absoluto. A temperaturas diferentes de 0 K, parte de los electrones de los niveles superiores de la zona de valencia transitan a los niveles inferiores de la zona de conducción como resultado de la excitación térmica (fig. 57.1, *b*). En estas condiciones, el campo eléctrico adquiere la posibilidad de variar el estado de los electrones que se encuentran en la zona de conducción. Además, a consecuencia de la formación de niveles vacantes en la zona de valencia, los electrones de esta zona pueden también variar su velocidad bajo la acción del campo exterior. Como resultado, la conductividad eléctrica del semiconductor se hace diferente de cero.

Resulta ser que al existir niveles vacantes, el comportamiento de los electrones de la zona de valencia puede representarse como el movimiento de seudopartículas cargadas positivamente, las cuales recibieron el nombre de «huecos». Del hecho de que la conductividad

de la zona de valencia completamente ocupada es nula se infiere que la suma de las velocidades de todos los electrones de esta zona es igual a cero:

$$\sum_i \mathbf{v}_i = 0.$$

Extraigamos de esta suma la velocidad del k-ésimo electrón:

$$\sum_{i \neq k} \mathbf{v}_i + \mathbf{v}_k = 0,$$

de donde

$$\sum_{i \neq k} \mathbf{v}_i = -\mathbf{v}_k.$$

De la relación obtenida se desprende que si el k-ésimo electrón está ausente en la zona de valencia, la suma de las velocidades de los electrones restantes es igual a $-\mathbf{v}_k$. Por consiguiente, todos estos electrones crearán una corriente igual a $(-e)(-\mathbf{v}_k) = e\mathbf{v}_k$. De esta manera, la corriente surgida resulta ser equivalente a la corriente que crearía una partícula de carga $+e$, que tuviese la velocidad del electrón ausente. Esta partícula imaginaria es precisamente el hueco.

Al concepto de hueco se puede llegar también de la siguiente forma. Los niveles vacantes se forman en el techo de la zona de valencia. En el § 54 fue mostrado que la masa efectiva de los electrones, que se encuentran en el techo de la zona energética, es negativa. La ausencia de una partícula de carga negativa $-e$ y masa negativa m^* es equivalente a la presencia de una partícula de carga positiva $+e$ y masa positiva $|m|^*$, o sea, un hueco.

De esta manera, por sus propiedades eléctricas la zona de valencia con un pequeño número de estados vacantes es equivalente a una zona vacía que contenga un pequeño número de seudopartículas cargadas positivamente, denominadas huecos.

Subrayemos que el movimiento de un hueco no es la traslación de alguna partícula real cargada positivamente. La idea de los huecos refleja el carácter del movimiento de todo el sistema polielectrónico en el semiconductor.

§ 58. Conductibilidad intrínseca de los semiconductores

La conductibilidad intrínseca surge como resultado de la transición de los electrones desde los niveles superiores de la zona de valencia a la zona de conducción. Con ello, en la zona de conducción aparece cierto número de portadores de la corriente, o sea de electrones que ocupan los niveles cerca del fondo de la zona. Simultáneamente en la zona de valencia se libera un número igual de sitios en los niveles superiores, debido a lo cual aparecen los huecos (véase parágrafo anterior).

La distribución de los electrones por los niveles de las zonas de valencia y de conducción se describe por la función de Fermi — Dirac (véase (52.7)). Esta distribución puede hacerse muy clara, representando el gráfico de la función de distribución conjuntamente con el esquema de las zonas energéticas, como se ha hecho en la fig. 58.1.

El cálculo correspondiente da que en los semiconductores intrínsecos el valor del nivel de Fermi, registrado desde el techo de la zona de valencia, es igual a:

$$E_F = \frac{1}{2}\,\Delta E + \frac{3}{4}\,kT\ln\frac{m_h^*}{m_e^*},$$

donde ΔE es el ancho de la zona prohibida, m_h^* y m_e^* son las masas efectivas del hueco y del electrón que se encuentra en la zona de

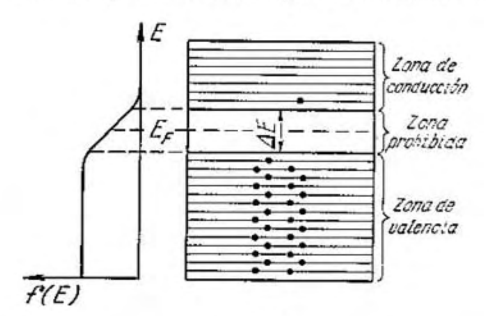


Fig. 58.1.

conducción. Con frecuencia el segundo sumando es tan pequeño que puede ser despreciado, por lo que puede suponerse que $E_F = {}^1/_2\,\Delta E$. Esto significa que el nivel de Fermi se encuentra en el centro de la zona prohibida (véase fig. 58.1). Por consiguiente, para los electrones que pasaron a la zona de conducción la magnitud $E - E_F$ difiere poco de la mitad del ancho de la zona prohibida. Los niveles de la zona de conducción se encuentran en la cola de la curva de distribución. Por esto, la probabilidad de que éstos están ocupados por electrones puede ser hallada por la fórmula (52.11). Haciendo en ella $E - E_F \approx \Delta E/2$, obtendremos:

$$f(E) \approx \exp(-\Delta E/2kT). \tag{58.1}$$

La cantidad de electrones que pasan a la zona de conducción, y por consiguiente, la cantidad de huecos formados, será proporcional a la probabilidad (58.1). Estos electrones y huecos son portadores

de la corriente. Por cuanto la conductibilidad es proporcional al número de portadores, la misma debe ser también proporcional a la expresión (58.1). Por lo tanto, la conductibilidad eléctrica de los semiconductores intrínsecos crece rápidamente con la temperatura, variándose según la ley:

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-\Delta E/2\,kT), \qquad (58.2)$$

donde ΔE es el ancho de la zona prohibida y σ_0, una magnitud que varía con la temperatura mucho más despacio que el exponente, por lo que la misma puede ser considerada, en una primera aproximación, como constante.

ln σ
0
1/T

Fig. 58.2.

Al representar la dependencia entre $\ln \sigma$ y $1/T$ en un gráfico, se obtiene para los semiconductores intrínsecos la línea recta que se muestra en la fig. 58.2. Por la inclinación de esta recta puede determinarse el ancho de la zona prohibida ΔE.

Los elementos del grupo IV del Sistema Periódico de Mendeléiev, el germanio y el silicio, son semiconductores típicos. Los mismos forman una red del tipo de la del diamante, en la cual cada átomo está unido por enlaces covalentes (por parejas de electrones) con los cuatro átomos equidistantes adyacentes a él (véase fig. 112.2, *a* del primer tomo). De forma convencional, esta disposición mutua de los átomos puede ser expresada en forma de estructura plana tal y como se muestra en la fig. 58.3. Los círculos con signo «+» representan los residuos atómicos cargados positivamente (o sea, la parte del átomo que queda después de la separación de los electrones de valencia; los círculos con signo «—» representan los electrones de valencia y las líneas dobles, los enlaces covalentes.

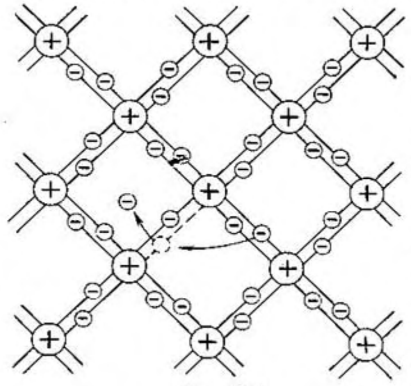


Fig. 58.3.

A una temperatura suficientemente alta, el movimiento térmico puede romper parejas aisladas, liberando un electrón. El lugar abandonado por este último deja de ser neutral, en su vecindad surge un

exceso de carga positiva $+e$, o sea, surge un hueco (en la fig. 58.3 este exceso de carga se expresa por una circunferencia discontinua). Este lugar puede ser ocupado por uno de los electrones de las parejas adyacentes. Como resultado, el hueco comienza a trasladarse también por el cristal, de la misma forma que el electrón liberado.

Al encontrarse el electrón libre y el hueco, los mismos *se recombinan* (se juntan). Esto significa que el electrón neutraliza el exceso de carga positiva que existe en la vecindad del hueco y pierde la libertad de traslación hasta que reciba nuevamente de la red cristalina la energía suficiente para su liberación. La recombinación conlleva a la desaparición simultánea del electrón libre y del hueco. En el esquema de los niveles dado en la fig. 58.1, al proceso de recombinación le corresponde la transición del electrón de la zona de conducción a uno de los niveles de la zona de valencia.

De esta forma, en el semiconductor intrínseco ocurren simultáneamente dos procesos: el nacimiento por parejas de electrones libres y huecos y la recombinación que conlleva a la desaparición por parejas de los mismos. La probabilidad del primer proceso crece rápidamente con la temperatura. La probabilidad de la recombinación es proporcional tanto al número de electrones libres como al número de huecos. Por consiguiente, a cada temperatura le corresponde una determinada concentración de equilibrio de los electrones y los huecos, la cual varía con la temperatura de forma proporcional a la expresión (58.1)

En ausencia del campo eléctrico exterior, los electrones de conducción y los huecos se mueven caóticamente. Al ser conectado el campo, al movimiento caótico se superpone un movimiento ordenado: de los electrones contra el campo y de los huecos en la dirección del mismo. Ambos movimientos conllevan a la traslación de la carga a lo largo del cristal. Por consiguiente, la conductividad eléctrica intrínseca es como si fuera provocada por portadores de dos signos, o sea de carga negativa, los electrones, y positiva, los huecos.

Señalemos que a una temperatura suficientemente grande, la conductividad intrínseca se observa en todos los semiconductores sin excepción. Sin embargo, en los semiconductores que contienen impurezas, la conductividad eléctrica se compone de la conductividad intrínseca y extrínseca.

§ 59. Conductibilidad extrínseca de los semiconductores

La conductibilidad extrínseca surge cuando algunos átomos del semiconductor dado son sustituidos en los nodos de la red cristalina por átomos, cuya valencia difiere una unidad de la de los átomos fundamentales. En la fig. 59.1 está representada convencionalmente la red cristalina del germanio con impurezas de átomos de fósforo pentavalente. Para la formación de enlaces covalentes con los átomos

adyacentes al átomo de fósforo le son suficientes cuatro electrones. Por consiguiente, el quinto electrón de valencia resulta sobrante y se desprende fácilmente del átomo a cuenta del movimiento térmico, convirtiéndose en un electrón libre errante.

A diferencia del caso estudiado en el parágrafo anterior, la formación de un electrón libre no va acompañada de la alteración de los enlaces covalentes, o sea de la formación de un hueco. Aunque en la vecindad del átomo de la impureza surge un exceso de carga positiva, esta última está vinculada con ese átomo y no puede trasladarse por la red. Gracias a esta carga, el átomo de la impureza puede apoderarse del electrón que se le acerca, mas este enlace no será resistente y se romperá nuevamente a cuenta de las vibraciones térmicas de la red.

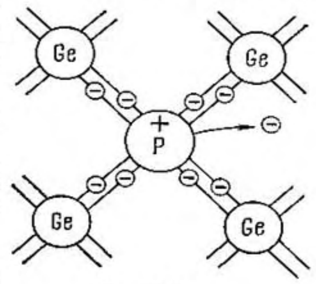


Fig. 59.1.

De esta manera, en un semiconductor con impurezas cuya valencia es en una unidad mayor que la de los átomos fundamentales existe un solo portador de la corriente, los electrones. En conformidad con esto, se dice que este semiconductor posee conductividad electrónica o que es un se-

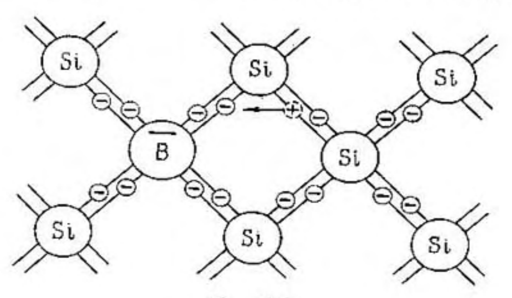


Fig. 59.2.

miconductor del tipo *n* (de la palabra negativo). Los átomos de la impureza que aportan los electrones de conducción se denominan *donadores*.

Veamos ahora el caso cuando la valencia de la impureza es en una unidad menor que la de los átomos fundamentales. En la fig. 59.2 está representada de forma convencional la red del silicio con impurezas de átomos tetravalentes de boro. Los tres electrones de valencia

del átomo de boro no son suficientes para la formación de enlaces con los cuatro átomos adyacentes. Por esto, uno de los enlaces resulta estar incompleto y representará un lugar capaz de apoderarse de un electrón. Al pasar un electrón de los pares adyacentes a este lugar, aparece un hueco el cual se moverá por el cristal. En las cercanías del átomo de la impureza surge un exceso de carga negativa, pero la misma estará vinculada con este átomo y no podrá convertirse en portador de la corriente.

De esta manera, en un semiconductor con impurezas cuya valencia es en una unidad menor que la de los átomos fundamentales, surgen portadores de la corriente de un tipo solamente, es decir, hueco. La

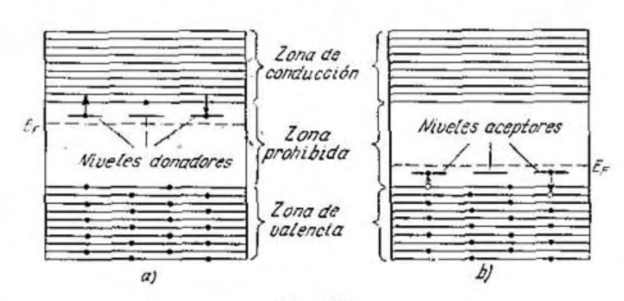


Fig. 59.3.

conductividad en este caso se denomina conductividad por huecos, y del conductor se dice que pertenece al tipo p (de la palabra positivo). Las impurezas que provocan el surgimiento de huecos se denominan *aceptores.*

El carácter electrónico de la conductividad de los semiconductores del tipo n y el carácter de la conductividad por huecos de los semiconductores del tipo p se confirman de forma experimental, al investigarse el efecto Hall (véase § 79 del segundo tomo). El signo de la diferencia de potencial de Holl observado corresponde en los semiconductores del tipo n a los portadores negativos de la corriente, y en los semiconductores del tipo p, a los portadores positivos.

Las impurezas desfiguran el campo de la red, lo que conlleva a la aparición de *niveles de impurezas* en el esquema energético, situados en la zona prohibida del cristal. En el caso de semiconductores del tipo n, los niveles de impurezas se denominan *donadores* (fig. 59,3, *a*), en el caso de los semiconductores del tipo p, *aceptores* (fig. 59,3, *b*).

El nivel de Fermi en los semiconductores del tipo n se sitúa en la mitad superior de la zona prohibida, y en los semiconductores del tipo p, en la mitad inferior de dicha zona. Al aumentar la tempera-

tura, el nivel de Fermi en los semiconductores de ambos tipos se desplaza hacia el centro de la zona prohibida.

Si los niveles donadores están cerca del techo de la zona de valencia [1]), los mismos no pueden influir sustancialmente en las propiedades eléctricas del cristal. El asunto es diferente cuando la distancia desde estos niveles hasta el fondo de la zona de conducción es mucho menor que el ancho de la zona prohibida. En este caso, la energía del movimiento térmico, incluso a temperatura normal, resulta ser suficiente para llevar el electrón desde el nivel donador hasta la zona de conducción (véase fig. 59.3, *a*). A este proceso le corresponde el desprendimiento del quinto electrón de valencia del átomo de la impureza. En la fig. 59.3, *a* la transición del electrón desde la zona de conducción hacia uno de los niveles donadores corresponde a la captura del electrón libre por el átomo de la impureza.

Si los niveles aceptores están cerca del techo de la zona de valencia (véase fig. 59.3, *b*), ejercen una gran influencia en las propiedades eléctricas del cristal. La transición de un electrón desde la zona de valencia hacia un nivel aceptor corresponde a la formación de un hueco. La transición inversa corresponde a la ruptura de uno de los cuatro enlaces covalentes de átomo de la impureza con sus vecinos y a la recombinación del electrón liberado con el hueco.

Al aumentar la temperatura, la concentración de los portadores extrínsecos de la corriente alcanza rápidamente la saturación. Esto significa que prácticamente se liberan todos los niveles donadores o se llenan de electrones todos los niveles aceptores. Al mismo tiempo, a medida que aumenta la temperatura comienza a manifestarse cada vez en mayor grado la conductividad intrínseca del semiconductor, condicionada por la transicion de electrones directamente desde la zona de valencia hacia la de conducción. De esta manera, a temperaturas elevadas, la conductividad del semiconductor estará compuesta de la conductividad intrínseca y la extrínseca: a bajas temperaturas predominará la extrínseca y a altas, la conductividad intrínseca.

---

[1]) Esto significa que el quinto electrón de valencia está enlazado fuertemente con su átomo.

CAPÍTULO IX

FENÓMENOS DE CONTACTO Y TERMOELÉCTRICOS

§ 60. Trabajo de salida

Los electrones de conducción no abandonan espontáneamente el metal en cantidades apreciables. Esto se explica por el hecho de que el metal representa para ellos un pozo de potencial. Sólo logran abandonar el metal aquellos electrones, cuya energía resulta ser suficiente para vencer la barrera de potencial que existe en la superficie. Las fuerzas que originan esta barrera tienen la siguiente procedencia. La separación fortuita de un electrón de la capa externa de iones positivos de la red conlleva a la aparición de un exceso de carga positiva en el lugar abandonado por el electrón.

La interacción culombiana con esta carga obliga que el electrón, cuya velocidad no es muy grande, regrese. De esta manera, algunos electrones aislados abandonan continuamente la superficie del metal, alejándose de la misma varias distancias interatómicas para volver luego atrás. Como resultado, el metal resulta estar rodeado por una fina nube de electrones. Esta nube forma, conjuntamente con la capa externa de iones, una capa eléctrica doble (fig. 60.1; los círculos son los iones, los puntos negros, los electrones). Las fuerzas que actúan sobre el electrón en tal capa están dirigidas hacia dentro del metal. El trabajo realizado contra estas fuerzas para llevar el electrón desde el metal hacia el exterior aumenta la energía potencial del electrón E_p.

De esta manera, la energía potencial de los electrones de valencia [1]) dentro del metal es menor que fuera del mismo en una magnitud igual a la profundidad del pozo de potencial E_{p0} (fig. 60.2). La variación de la energía ocurre en una longitud del orden de varias distancias interatómicas, por lo que las paredes del pozo pueden ser consideradas verticales.

La energía potencial del electrón $E_p = -e\varphi$ y el potencial φ del punto, en el que éste se encuentra, tienen signos contrarios. De aquí se infiere que el potencial dentro del metal es mayor que en la cercanía inmediata de su superficie (para brevedad, diremos solamente «en la superficie») en la magnitud E_{p0}/e.

La comunicación de un exceso de carga positiva al metal aumenta el potencial tanto en la superficie como dentro del metal. La

[1]) El pozo de potencial para los electrones que ocupan los niveles de las zonas inferiores (o sea, que están fuertemente ligados con sus átomos) tiene una gran profundidad. Todos los razonamientos de este parágrafo se refieren a los electrones de valencia.

energía potencial de electrón disminuye respectivamente (fig. 60.3, *a*). Recordamos que los valores del potencial y de la energía potencial en el infinito han sido tomados como origen de referencia. La adición de energía negativa disminuye el potencial dentro y fuera del metal. Por consiguiente, la energía potencial del electrón crece (fig. 60.3, *b*).

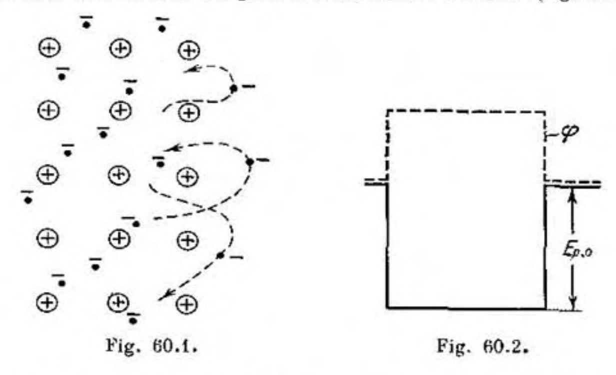


Fig. 60.1. Fig. 60.2.

La energía total del electrón en el metal se compone de las energías cinética y potencial. En el § 51 fue puesto en claro que a cero absoluto los valores de la energía cinética de los electrones de conducción se encuentran en los límites entre cero y la energía que coincide

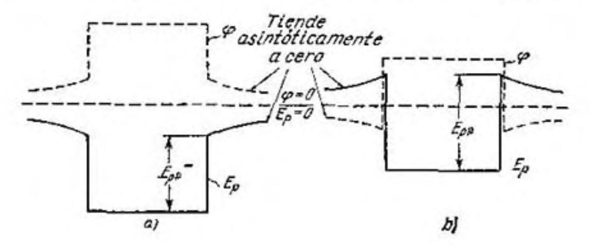


Fig. 60.3.

con el nivel de Fermi $E_{\text{máx}}$. En la fig. 60.4 los niveles energéticos de la zona de conducción están inscritos en un pozo de potencial (los niveles no ocupados a 0 K están representados con líneas de puntos). Para alejar de los límites del metal, a diversos electrones es necesario comunicarles distintas energías. Por ejemplo, al electrón que se encuentra en el nivel más bajo de la zona de conducción es necesario

comunicarle una energía E_{p0}, para el que se encuentra en el nivel de Fermi le es suficiente una energía $E_{p0} - E_{máx} = E_{p0} - E_F$.

La energía mínima necesaria para arrancar un electrón de un sólido o de un líquido hacia el vacío se denomina *trabajo de salida.* Este último se representa por $e\varphi$, donde φ es una magnitud llamada *potencial de salida.*

En concordancia con lo dicho anteriormente, el trabajo de salida[1]) de un electrón del metal se define por la expresión:

$$e\varphi = E_{p0} - E_F. \qquad (60.1)$$

Hemos obtenido esta expresión en la suposición de que la temperatura del metal es igual a 0 K. A otras temperaturas, el trabajo de salida se define también como la diferencia entre la profundidad del pozo de potencial y el nivel de Fermi, o sea, la expresión (60.1) se hace extensiva a cualquier temperatura. Esta definición se aplica también para los semiconductores.

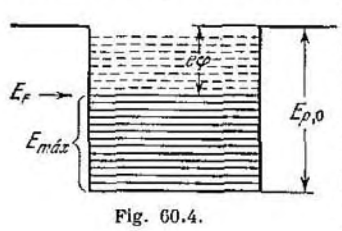


Fig. 60.4.

El nivel de Fermi depende de la temperatura (véase fórmula (52.10)). Además, debido a la variación de las distancias medias entre los átomos condicionada por la dilatación térmica, varía ligeramente la profundidad del pozo de potencial E_{p0}. Esto conlleva a que el trabajo de salida depende algo de la temperatura.

El trabajo de salida es muy sensible al estado de la superficie del metal, en particular a su pureza. El mismo puede ser disminuido considerablemente seleccionando debidamente el revestimiento de la superficie. Por ejemplo, al aplicar una capa de óxido de un metal alcalinotérreo (Ca, Sr, Ba) sobre la superficie del tungsteno, el trabajo de salida disminuye desde 4,5 eV (para el W puro) hasta 1,5—2 eV.

§ 61. Emisión termoelectrónica. Válvulas electrónicas

A temperaturas diferentes de cero absoluto, existe cierta cantidad de electrones, cuya energía es suficiente para franquear la barrera de potencial que existe en el límite del metal. Al aumentar la temperatura, la cantidad de tales electrones crece bruscamente, haciéndose apreciable. La emisión de electrones por un metal calentado se denomina *emisión termoelectrónica.*

---

[1]) La magnitud definida por la expresión (60.1) se denomina usualmente trabajo de salida efectivo, y E_{p0}, trabajo de salida total.

El estudio de la emisión termoelectrónica se realiza con ayuda del esquema representado en la fig. 61.1. El elemento fundamental del mismo es una *válvula de dos electrodos*, llamada también *diodo a vacío*. La misma no es más que un balón de cristal o metálico bien evacuado, dentro del cual hay dos electrodos: el cátodo C y el ánodo A. La estructura de los electrodos puede ser muy variable. En el caso más simple, el cátodo tiene forma de filamento recto y fino, y el ánodo es un cilindro coaxial a él (fig. 61.2).

La corriente generada por la batería de caldeo B_c calienta el cátodo. Su temperatura puede ser regulada variando la intensidad de

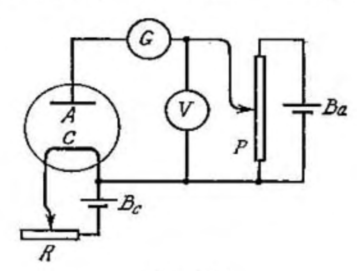


Fig. 61.1.

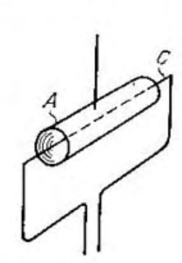


Fig. 61.2.

la corriente de caldeo con ayuda del reóstato R. Desde la batería anódica B_a se aplica una tensión U_a sobre los electrodos, que puede ser variada por el potenciómetro P y medida con el voltímetro V (se considera U_a positiva, si el potencial del ánodo es mayor que el del cátodo). El galvanómetro G está destinado a medir la intensidad de la corriente anódica I_a.

A una corriente de caldeo continua del cátodo, la curva de la dependencia entre la intensidad de la corriente anódica y la tensión anódica U_a tiene la forma mostrada en la fig. 61.3. Esta curva se denomina *característica corriente-tensión del diodo*. A diferentes temperaturas del cátodo les corresponden distintas curvas (fig. 61.3) que a valores pequeños de U_a coinciden.

Estudiemos las particularidades características de las curvas $I_a = f(U_a)$. A $U_a = 0$, los electrones que salen del cátodo forman a su alrededor una carga espacial negativa, una nube electrónica. Esta última repele los electrones que salen del cátodo y gran parte de los mismos regresa hacia atrás. No obstante, una pequeña cantidad de electrones logra llegar hasta el ánodo, provocando en el circuito anódico una corriente débil. Para eliminar completamente la llegada de los electrones al ánodo, o sea, para hacer I_a igual a cero, es necesario aplicar cierta tensión negativa entre el cátodo y el

ánodo. Por consiguiente, la característica corriente-tensión del diodo no parte de cero, sino un poco a la izquierda del origen de coordenadas.

De la fig. 61.3 se infiere que la ley de Ohm no se cumple para el diodo a vacío. El tramo inicial de la curva cumple bastante bien la *ley de los 3/2*, obtenida teóricamente por Langmuir y Boguslavski. Según esta ley, la intensidad de la corriente anódica varía proporcionalmente a $U_a^{3/2}$.

Al aumentar U_a, una mayor cantidad de electrones es atraída por el ánodo, y, finalmente, a un valor determinado de U_a, la nube

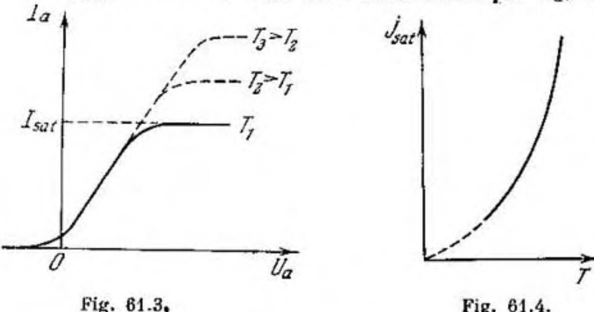


Fig. 61.3. Fig. 61.4.

electrónica se desvanece completamente y todos los electrones que salen del cátodo logran alcanzar el ánodo. El aumento ulterior de U_a no puede intensificar la corriente anódica, o sea, ésta alcanza su saturación.

Es evidente que la corriente de saturación es precisamente la que caracteriza la emisión termoelectrónica. Si de la superficie unidad del cátodo salen N electrones en la unidad de tiempo, la densidad de la corriente de saturación (la intensidad de la corriente de saturación referida a la unidad de la superficie del cátodo) será igual a $j_{sat} = Ne$. Por consiguiente, midiendo la densidad de la corriente de saturación a diferentes intensidades de la corriente de caldeo, puede hallarse la cantidad de electrones que salen de la superficie unidad a distintas temperaturas.

Partiendo de consideraciones cuánticas, Dashman obtuvo en el año 1923 la siguiente fórmula para la corriente de saturación:

$$j_{sat} = AT^2 \exp(-e\varphi/kT). \qquad (61.1)$$

Aquí $e\varphi$ es el trabajo de salida, A, una constante que no depende de la naturaleza del metal, cuyo valor teórico es igual a 120 A/(cm²·K²). Los valores experimentales de la constante A son significativamente menores que los teóricos y difieren mucho para diferentes metales. La

fórmula (61.1) expresa bastante satisfactoriamente la dependencia de la corriente de saturación de la temperatura. El gráfico de la función (61.1) se muestra en la fig. 61.4.

Richardson dedujo en el año 1901 la fórmula clásica para la emisión termoelectrónica que difiere de (61.1) sólo en que en lugar de T^2 en ella aparece $\sqrt{T}$. La fórmula (61.1) se denomina *fórmula de Richardson — Dashman.*

De (61.1) se infiere que la disminución de $e\varphi$ aumenta bruscamente la emisión (es fácil convencerse de que a 1160 K, o sea a $kT = 0,10$ eV, la disminución de $e\varphi$ desde 3 hasta 1 eV conlleva al aumen-

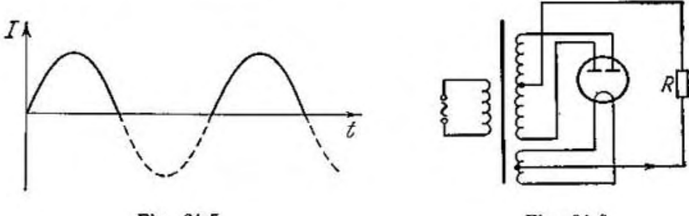


Fig. 61.5. Fig. 61.6.

to de j_{sat} casi en $5 \cdot 10^8$ veces). Por eso, al producir las válvulas electrónicas se utilizan revestimientos y métodos de tratamiento de los cátodos especiales que conllevan a la disminución del trabajo de salida. Los cátodos modernos (revestidos de óxido), de níquel recubierto con óxido de bario o estroncio, tienen un trabajo de salida del orden de 1,0—1,2 eV.

El diodo deja pasar la corriente sólo en el caso cuando el potencial del ánodo es mayor que el del cátodo. A una tensión negativa, en el circuito anódico no hay corriente. Esta propiedad del diodo permite utilizarlo para la rectificación de la corriente alterna y en este caso se le denomina también *kenotrón*. En la fig. 61.5 con la línea continua se representa el gráfico de la corriente que fluye por el kenotrón, si al mismo se le aplica una tensión alterna que varía según la ley armónica en el tiempo. En este caso en el circuito fluye corriente en el transcurso de la mitad del período, razón por la cual este método de rectificación de corriente se denomina de medio período.

Utilizando simultáneamente dos kenotrones o un diodo doble reunido en un balón, puede realizarse la rectificación de período entero. El esquema correspondiente se muestra en la fig. 61.6. El arrollamiento primario del transformador se alimenta con corriente alterna. Hay dos arrollamientos secundarios. El menor sirve para caldear el cátodo. El arrollamiento mayor tiene una salida media que está conectada al cátodo a través de la carga R. Los extremos del

arrollamiento van hacia los ánodos. Una mitad del período uno de los ánodos se encuentra bajo un potencial más alto que el del cátodo, la otra mitad, el otro, como resultado, por la carga fluye una corriente, representada gráficamente en la fig. 61.7. Semejante corriente pulsatoria puede ser aplanada.

Si colocamos un tercer electrodo en forma de rejilla entre el cátodo y el ánodo, obtendremos una válvula de tres electrodos, o sea, un

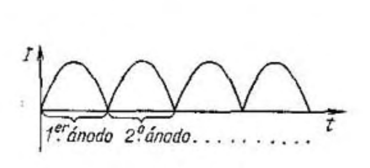


Fig. 61.7.

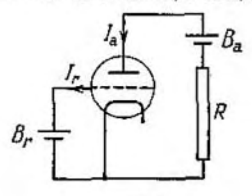


Fig. 61.8.

triodo (fig. 61.8, el circuito de caldeo no se muestra en el esquema). La rejilla puede ser hecha, por ejemplo, en forma de espiral enrollada alrededor del cátodo. Al comunicarle a la misma un pequeño potencial positivo con relación al cátodo (en este caso, la tensión U_r entre la rejilla y el cátodo se considera positiva), los electrones serán succionados del cátodo más rápidamente. Algunos de ellos caerán en la rejilla (en resultado de lo cual aparecerá una pequeña corriente de rejilla I_r), pero la parte principal pasará a través de la rejilla y alcanzará el ánodo. Debido a la cercanía de la rejilla con el cátodo, pequeñas variaciones de la tensión entre los mismos ejercerán una influencia grande sobre la intensidad de la corriente anódica.

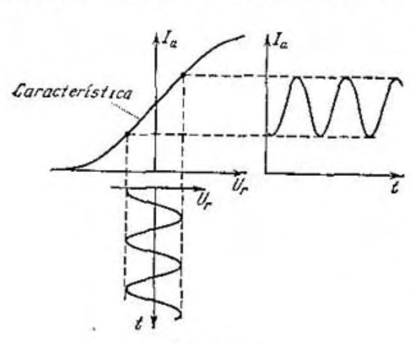


Fig. 61.9.

La tensión negativa de rejilla U_r disminuye la corriente anódica, y a una tensión negativa U_r suficientemente grande, la corriente desaparece por completo, o sea, la válvula resulta cerrada.

Al construir el gráfico de la dependencia entre la corriente anódica I_a y la tensión de rejilla U_r a una tensión anódica U_a constante, se obtiene la curva representada en la fig. 61.9. El conjunto de

tales curvas, construidas para distintos valores de U_a, forma una familia de *características de la corriente de rejilla* del triodo. La magnitud:

$$S = \frac{dI_a}{dU_r}$$

se denomina *pendiente de la característica*.

Una parte significante de la característica es rectilínea. Esto da la posibilidad de obtener grandes variaciones sinusoidales de la corriente anódica, aplicando en la rejilla una pequeña tensión sinusoidal U_r. Con ello puede obtenerse una tensión variable en la carga R con una amplitud mucho mayor que la amplitud de U_r. En esto se fundamenta la acción del triodo amplificador. Además, el triodo puede ser utilizado para la transformación (variación de la forma) y la generación (excitación) de corrientes y tensiones alternas.

Para el mejoramiento de la característica de la válvula electrónica, en ésta se introducen electrodos complementarios, o sea, rejillas. Una válvula con dos rejillas, o sea, de cuatro electrodos, se denomina *tetrodo*, de cinco electrodos se denomina *pentodo*, etc. Las válvulas, en las cuales se simultanean dos sistemas de electrodos en un mismo balón, han encontrado una vasta aplicación. Cada una de tales válvulas cumple la función de dos.

§ 62. Diferencia de potencial de contacto

Si ponemos en contacto dos metales diferentes, entre los mismos surge una diferencia de potencial, la cual se denomina *de contacto*. Como resultado, en el espacio que rodea el metal aparece un campo eléctrico. En la fig. 62.1 están representadas las superficies equipotenciales (líneas continuas) y las líneas de intensidad (líneas de puntos) de este campo; la superficie de cada uno de los metales es equipotencial.

La diferencia de potencial de contacto es condicionada por el hecho de que al ponerse en contacto dos metales, parte de los electrones de uno de ellos pasa al segundo. En la parte superior de la fig. 62.2 están representados dos metales, a la izquierda, antes de haberse puesto en contacto, y a la derecha, después. En la parte inferior del dibujo se dan los gráficos de la energía potencial del electrón. El nivel de Fermi en el primer metal es, supuestamente, más alto que en el segundo. Es natural que al surgir el contacto entre los metales, los electrones de los niveles superiores del primer metal comienzan a transitar a los niveles libres inferiores del segundo metal. Como resultado, el potencial del primer metal crece y del segundo, disminuye. Respectivamente, la energía potencial del electrón en el primer metal disminuye y en el segundo, aumenta (recordamos que el

potencial de un metal y la energía potencial del electrón en el mismo tienen diferentes signos, véase fig. 60.3).

En física estadística se demuestra que la condición de equilibrio entre metales en contacto (así como entre semiconductores o entre un metal y un semiconductor) es la igualdad de las energías totales que corresponden a los niveles de Fermi. Con esta condición los niveles de Fermi de ambos metales se sitúan en el esquema a una misma altura. En la fig. 62.2 se puede apreciar que en este caso la energía potencial del electrón en la cercanía inmediata de la superficie del primer metal será en $e\varphi_2 - e\varphi_1$ menor que la misma en las cercanías del segundo metal. Por consiguiente, el potencial en la superficie del primer metal será en

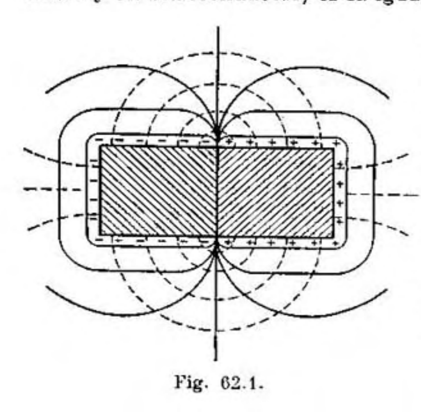


Fig. 62.1.

$$U_{12} = \frac{e\varphi_2 - e\varphi_1}{e} = \varphi_2 - \varphi_1 \qquad (62.1)$$

mayor que en la superficie del segundo. La magnitud U_{12} es precisamente la diferencia de potencial de contacto entre los dos metales.

Según la fórmula (62.1), la diferencia de potencial de contacto entre el primer y el segundo metal es igual a la diferencia de los tra-

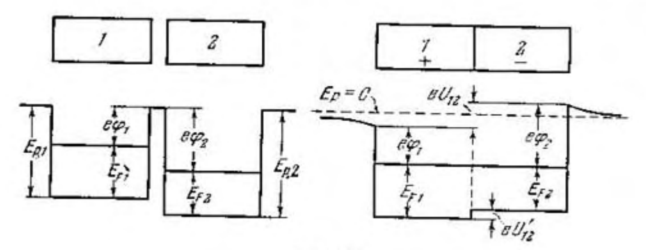
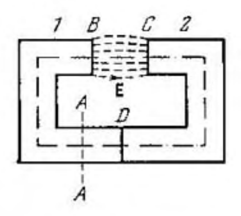


Fig. 62.2.

bajos de salida para el segundo y el primer metal dividida por la carga elemental o, simplemente a la diferencia de potencial de salida para el segundo y el primer metal.

La diferencia de potencial (62.1) se establece entre puntos situados fuera de los metales, en la cercanía inmediata de la superficie. Por esta razón, la misma es denominada *diferencia de potencial de contacto exterior*. Más a menudo se dice diferencia de potencial de contacto, sobreentendiendo con ello la exterior. Entre los puntos



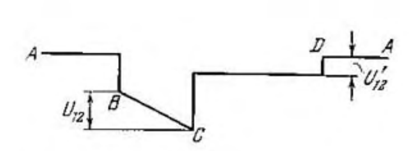


Fig. 62.3.

interiores de los metales hay también diferencia de potencial, la cual se denomina *interior*. En la fig. 62.2 se aprecia que la energía potencial del electrón en el primer metal es menor que en el segundo en $E_{F1} - E_{F2}$. En conformidad, el potencial dentro del primer metal es mayor que dentro del segundo en la magnitud

$$U'_{12} = \frac{E_{F1} - E_{F2}}{e}. \qquad (62.2)$$

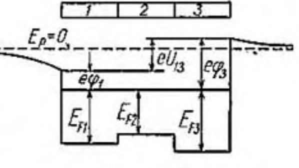


Fig. 62.4.

Esta expresión da la diferencia de potencial de contacto interna. En la misma magnitud disminuye el potencial, al pasar el electrón del primer metal al segundo.

Si a dos metales diferentes se les da la forma que se muestra en la fig. 62.3 y ellos se ponen en contacto, en el intervalo $B - C$ aparece un campo eléctrico, cuyas líneas de intensidad se dan con líneas de puntos. En el dibujo de la derecha está representada la variación del potencial a lo largo del contorno, marcado con una línea de puntos y rayas.

En la fig. 62.4 viene dada la variación de la energía potencial de un electrón a lo largo de tres metales *1*, *2* y *3* en contacto. En el dibujo se aprecia que la diferencia de potencial que se establece entre los metales *1* y 3 es exactamente la misma que en el caso cuando ellos se encuentran en contacto directo [1]). Lo mismo es válido para cual-

[1]) Los valores de los potenciales pueden variar con ello. En particular, puede ocurrir que ambos metales extremos tengan un potencial de igual signo.

quier número de eslabones intermedios: la diferencia de potencial entre los extremos de la cadena se define por la diferencia en los trabajos de salida de los metales de los eslabones extremos de aquélla.

Los valores de la diferencia de potencial de contacto exterior oscilan para diferentes pares de metales desde algunas décimas de voltio hasta varios voltios.

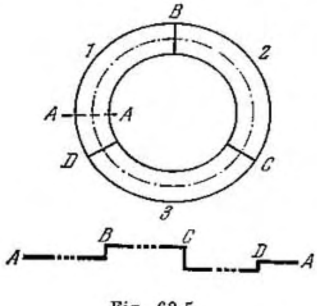


Fig. 62.5.

Hemos estudiado el contacto entre dos metales. Sin embargo, la diferencia de potencial de contacto aparece también en el límite entre un metal y un semiconductor y entre dos semiconductores.

Como conclusión examinemos un circuito cerrado, formado por un número arbitrario de metales diferentes o semiconductores (fig. 62.5). Si todas las juntas se mantienen a igual temperatura, la suma de los saltos de potencial será igual a cero. Por eso la f.e.m. no puede surgir en el circuito. La aparición de la corriente en este circuito contradiría la segunda ley de la termodinámica. En efecto, como el flujo de corriente en los metales y semiconductores no va acompañado de cambios químicos, la corriente realizaría un trabajo a cuenta del calor obtenido del medio que rodea el circuito. Con ello no ocurre ningún otro proceso colateral (por ejemplo, la transmisión de parte del calor obtenido a otros cuerpos). Por consiguiente, se realizaría con ello una máquina de movimiento perpetuo de segundo orden.

§ 63. Fenómenos termoeléctricos

Entre los procesos térmicos y eléctricos en los metales y semiconductores existe una interrelación, la cual condiciona los fenómenos denominados *termoeléctricos*. A este grupo pertenecen el fenómeno de Seebeck, el de Peltier y el de Thomson.

Fenómeno de Seebeck. Seebeck en el año 1821 descubrió que en el caso cuando las juntas *1* y *2* de dos metales distintos que forman un circuito cerrado (fig. 63.1) tienen diferente temperatura, en el circuito fluye corriente eléctrica. La variación del signo de la diferencia de temperatura de las juntas va acompañada de la variación del sentido de la corriente.

La fuerza electromotriz térmica (en forma abreviada f.e.m. térmica) es condicionada por tres causas: 1) la dependencia del nivel de Fermi de la temperatura, 2) la difusión de los electrones (huecos) y 3) el arrastre de los electrones por los fonones.

El nivel de Fermi depende de la temperatura (véase fórmula (52.10)). Por esto, el salto de potencial al pasar de un metal a otro (o sea, la diferencia de potencial de contacto interior, véase (62.2)) para las juntas que se encuentran a diferentes temperaturas es desigual y la suma de

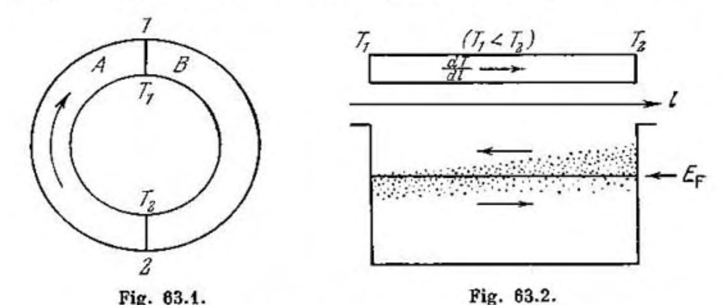


Fig. 63.1. Fig. 63.2.

los saltos de potencial difiere de cero. Solo esto sería suficiente para aparecer una f.e.m. que actúe en la dirección señalada en la fig. 63.1, igual a:

$$\mathscr{E}_{\text{cont}} = U'_{AB}(T_1) + U'_{BA}(T_2) =$$

$$= \frac{1}{e}\{[E_{FA}(T_1) - E_{FB}(T_1)] + [E_{FB}(T_2) - E_{FA}(T_2)]\} =$$

$$= \frac{1}{e}\{[E_{FB}(T_2) - E_{FB}(T_1)] - [E_{FA}(T_2) - E_{FA}(T_1)]\}.$$

La última ecuación puede ser representada de la siguiente forma:

$$\mathscr{E}_{\text{cont}} = \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{1}{e}\frac{dE_{FB}}{dT}\right) dT - \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{1}{e}\frac{dE_{FA}}{dT}\right) dT. \qquad (63.1)$$

Para comprender la segunda causa de la aparición de la f.e.m. térmica examinemos un conductor metálico uniforme, a lo largo del cual existe un gradiente de temperatura (fig. 63.2). En este caso la concentración de electrones con $E > E_F$ en el extremo caliente será mayor que en el extremo frío, la concentración de electrones con $E < E_F$ será, al contrario, menor en el extremo caliente. A lo largo del conductor surge un gradiente de concentración de electrones con un valor determinado de energía, lo que conlleva a la difusión de los electrones más rápidos hacia el extremo frío y de los más lentos, hacia el extremo caliente. El flujo de difusión de los electrones rápidos será mayor que el de los electrones lentos. Por esto, en la cercanía del extremo frío se crea un exceso de electrones mientras que cerca del

extremo caliente, una insuficiencia de los mismos. Esto conlleva a la aparición del sumando de difusión de la f.e.m. térmica.

La tercera causa del surgimiento de la f.e.m. térmica consiste en el arrastre de los electrones por los fonones. En presencia de un gradiente de temperatura a lo largo del conductor, tiene lugar una deriva de fonones. Al chocar con los electrones, los fonones les comunican un movimiento dirigido desde el extremo más caliente del conductor hacia el menos caliente. Como resultado ocurre una acumulación de electrones en el extremo frío y un empobrecimiento en ellos del extremo caliente, lo que conlleva a la aparición del sumando fonónico de la f.e.m. térmica.

Ambos procesos, la difusión de los electrones y su arrastre por los fonones, conllevan a un exceso de electrones en la cercanía del extremo frío del conductor y a su insuficiencia cerca del extremo caliente. Como resultado, dentro del conductor surge un campo eléctrico dirigido al encuentro del gradiente de temperatura. A un cierto valor del campo, propio para cada sección del conductor, la suma de los flujos de difusión y fonónico de los electrones se hace igual a cero y, por consiguiente, se establece un estado estacionario. La intensidad de este campo puede ser expresada en forma:

$$E^* = -\frac{d\varphi}{dl} = -\frac{d\varphi}{dT}\frac{dT}{dl} = -\beta\frac{dT}{dl}, \tag{63.2}$$

donde

$$\beta = \frac{d\varphi}{dT}. \tag{63.3}$$

La relación (63.2) vincula la intensidad E^* con el gradiente de temperatura dT/dl. El campo surgido y el gradiente de temperatura tienen sentidos contrarios. Debido a esto, E^* y dT/dl tienen signos diferentes. Por consiguiente, para los metales $\beta > 0$ [1]).

El proceso descrito de la aparición del campo E^* dentro de un conductor calentado desigualmente ocurre también en los semiconductores. En los semiconductores del tipo n, $\beta > 0$. En el caso de conductibilidad por huecos, estos últimos al difundir en gran cantidad hacia el extremo frío, crean un exceso de carga positiva en la cercanía del mismo. El arrastre de los huecos por los fonones conlleva a este mismo resultado. De tal manera en los semiconductores del tipo p, el potencial del extremo frío será mayor que el del extremo caliente y, por consiguiente, $\beta < 0$.

El campo definido por la expresión (63.2) es un campo de fuerzas ajenas. Al integrar la intensidad de este campo por el sector del

---

[1]) Esto se cumple para la inmensa mayoría de los metales. Sin embargo, en algunos de ellos (berilio, zinc y otros), la conductibilidad es por huecos. El signo de la diferencia del potencial de Holl para estos metales corresponde a portadores de corriente positivos. Para tales metales $\beta < 0$.

circuito A, desde la junta *2* hasta la junta *1*, obtendremos la f.e.m. térmica que actúa en este sector [1]) en la dirección señalada por una flecha en la fig. 63.1:

$$\mathscr{E}_{2A1} = -\int_2^1 \beta_A \frac{dT}{dl}\,dl = \int_{T_1}^{T_2} \beta_A\,dT, \qquad (63.4)$$

(hemos cambiado de lugar los límites de la integración). De manera análoga, la f.e.m. térmica que actúa en el sector B desde la junta *1* hasta la junta *2* es igual a

$$\mathscr{E}_{1B2} = -\int_1^2 \beta_B \frac{dT}{dl}\,dl = -\int_{T_1}^{T_2} \beta_B\,dT. \qquad (63.5)$$

La fuerza electromotriz térmica $\mathscr{E}_{\text{term}}$ se compone de la f.e.m. que surge en los contactos y la f.e.m. que actúa en los sectores A y B:

$$\mathscr{E}_{\text{term}} = \mathscr{E}_{\text{cont}} + \mathscr{E}_{2A1} + \mathscr{E}_{1B2}.$$

Sustituyendo las expresiones (63.1), (63.4) y (63.5) y realizando sencillas transformaciones, obtendremos:

$$\mathscr{E}_{\text{term}} = \int_{T_1}^{T_2} \left(\beta_A - \frac{1}{e}\frac{dE_{FA}}{dT}\right) dT - \int_{T_1}^{T_2} \left(\beta_B - \frac{1}{e}\frac{dE_{FB}}{dT}\right) dT.$$

La magnitud

$$\alpha = \beta - \frac{1}{e}\frac{dE_F}{dT} \qquad (63.6)$$

se denomina *coeficiente de la fuerza electromotriz térmica*. Por cuanto tanto β como dE_F/dT dependen de la temperatura, el coeficiente α es una función de T.

Teniendo en cuenta (63.6), la expresión para la f.e.m. térmica puede ser representada en forma:

$$\mathscr{E}_{\text{term}} = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_A\,dT - \int_{T_1}^{T_2} \alpha_B\,dt, \qquad (63.7)$$

o bien

$$\mathscr{E}_{\text{term}} = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_{AB}\,dT, \qquad (63.8)$$

donde

$$\alpha_{AB} = \alpha_A - \alpha_B. \qquad (63.9.)$$

[1]) Véase fórmula (33.3) del segundo tomo.

La magnitud (63.9) se denomina *fuerza electromotriz térmica diferencial* o *específica* de una pareja de metales o semiconductores dada. Para la mayoría de las parejas de metales α_{AB} es del orden de 10^{-5} . . . 10^{-4} V/K; para los semiconductores la misma puede resultar mucho mayor (hasta $1,5\cdot10^{-3}$ V/K). Esto se explica por el hecho de que en los semiconductores con distinto tipo de conductibilidad α tiene diferentes signos, a consecuencia de lo cual $|\alpha_{AB}| = |\alpha_A| + |\alpha_B|$.

En algunos casos la f.e.m. térmica específica depende poco de la temperatura. Entonces, la fórmula (63.8) puede ser representada aproximadamente en forma:

$$\mathscr{E}_{\text{term}} = \alpha_{AB}\,(T_2 - T_1). \tag{63.10}$$

Sin embargo, por regla general, con el aumento de la diferencia de temperaturas de las juntas $\mathscr{E}_{\text{term}}$ varía no por una ley lineal, sino de forma bastante compleja, incluso puede cambiar de signo. Por ejemplo, si mantenemos una junta de la pareja hierro-cobre a una temperatura de 0 °C, para una temperatura de la segunda junta aproximadamente igual a 540 °C la f.e.m. térmica se convierte en cero; a una temperatura de la junta más baja, la f.e.m. térmica tiene un signo, a una más alta, otro.

El efecto Seebeck se utiliza para la medición de temperaturas. El instrumento correspondiente se denomina *termopar*. Una junta del termopar se mantiene a temperatura constante (por ejemplo, a 0 °C), la otra se introduce en el medio, cuya temperatura debe ser medida. Esta última puede ser valorada por la intensidad de la corriente termoeléctrica que aparece, registrada por un galvanómetro. Un resultado más exacto se obtiene, si se mide la f.e.m. térmica que surge por el método de compensación. El termopar se gradúa de antemano. Con ayuda de termopares pueden medirse lo mismo temperaturas altas que bajas con una exactitud de centésimas de grado.

Los termopares de metales y sus aleaciones no se utilizan en calidad de fuentes de corriente a consecuencia de su bajo rendimiento (no mayor de 0,5%), mientras los de materiales semiconductores poseen un rendimiento mucho más alto (del orden de 10%). Los mismos ya encontraron aplicación en calidad de pequeños generadores para la alimentación de equipos de radio. Se están elaborando generadores de potencia de cientos de kilovatios.

Efecto Peltier. Este efecto descubierto por Peltier en el año 1834 consiste en que, al fluir corriente por un circuito formado por diferentes metales o semiconductores en unas juntas se produce un desprendimiento, y en otras, una absorción de calor. De esta forma, el efecto Peltier resultó ser inverso al efecto Seebeck.

Ha sido establecido experimentalmente que la cantidad de calor desprendido o absorbido en la junta es proporcional a la carga q que

pasa por la misma:

$$Q_{AB} = \Pi_{AB} \cdot q = \Pi_{AB} \cdot It \qquad (63.11)$$

(los índices señalan que la corriente fluye desde el eslabón A hacia el eslabón B). El coeficiente de proporcionalidad Π_{AB} se denomina *coeficiente de Peltier*.

De (63.11) se infiere que a diferencia del calor de Joule — Lenz, el calor de Peltier no es proporcional al cuadrado, sino a la primera potencia de la intensidad de la corriente.

Al variar el sentido de la corriente, Q cambia de signo, o sea, en lugar de desprendimiento (absorción) de calor se observa absorción (desprendimiento) de esta misma cantidad de calor (a una misma q). Por consiguiente:

$$\Pi_{AB} = -\Pi_{BA}.$$

De las leyes de la termodinámica se infiere que el coeficiente de Peltier y la fuerza electromotriz térmica específica están vinculados por la relación:

$$\Pi_{AB} = \alpha_{AB} T. \qquad (63.12)$$

En caso de contacto de dos sustancias con un mismo tipo de portadores de corriente (metal — metal, metal — semiconductor n, dos semicondutores n, dos semiconductores p), el efecto Peltier se explica así: los portadores de la corriente (electrones o huecos) tienen diferente energía media (tenemos en cuenta la energía total, o sea, la cinética más la potencial) a ambos lados de la junta. Si los portadores, al pasar por la junta, caen en la región de menor energía, los mismos ceden el exceso de ésta a la red cristalina, debido a lo cual la junta se calienta. En la otra junta, los portadores pasan a la región de mayor energía, la insuficiencia de energía es compensada a cuenta de la red, lo que conlleva al enfriamiento de la junta.

En el caso de contacto de dos semiconductores con diferente tipo de conductibilidad, el efecto Peltier tiene otra explicación. En este caso, en una junta los electrones y los huecos se mueven al encuentro unos de otros. Al encontrarse se recombinan: el electrón que se encontraba en la zona de conducción del semiconductor n, al caer en el semiconductor p, ocupa el lugar del hueco en la zona de valencia. Con ello se libera la energía que se necesita para la formación de un electrón libre en el semiconductor n y de un hueco en el semiconductor p, además la energía cinética del electrón y del hueco. Esta energía se le comunica a la red cristalina y se gasta en calentar la junta. En la otra junta, la corriente que fluye succiona los electrones y los huecos de la frontera entre los semiconductores. La disminución de los portadores de la corriente en la región fronteriza se compensa a cuenta del surgimiento de electrones y huecos por parejas (con ello el electrón de la zona de valencia del semiconductor p transita a la zona de conducción del semiconductor n). En la forma-

ción de las parejas se gasta una energía tomada de la red, o sea, la junta se enfría.

A. F. Ioffe propuso la idea de utilizar el efecto Peltier para la creación de equipos de refrigeración. El elemento de trabajo de estos últimos es una batería de semiconductores alternos de los tipos n y p. Las juntas de un tipo (que corresponden, por ejemplo, a la transición de n a p) se introducen en la región enfriada, las del otro tipo (que corresponden a la transición de p a n) se colocan afuera. A un sentido conveniente de la corriente, las juntas interiores absorben calor, disminuyendo la temperatura del espacio que las rodea y las exteriores desprenden calor al medio.

Efecto Thomson. En el año 1856 W. Thomson predijo a base de razonamientos termodinámicos que un calor análogo al de Peltier debe desprenderse (o absorberse) al pasar la corriente eléctrica por un conductor uniforme, a lo largo del cual existe un gradiente de temperatura. Este efecto fue descubierto con posterioridad de manera experimental y recibió el nombre de *efecto Thomson.*

La cantidad de calor que se desprende en la unidad de tiempo a consecuencia del efecto Thomson, en el segmento elemental del conductor dl es igual a:

$$dQ = \tau I \frac{dT}{dl} dl. \qquad (63.13)$$

Aquí I es la intensidad de la corriente, dT/dl, el gradiente de temperatura y τ, un coeficiente de proporcionalidad denominado *coeficiente de Thomson.*

El efecto Thomson se explica de manera análoga al efecto Peltier. Sea una corriente que fluye en sentido del aumento de la temperatura. Si los portadores de la corriente son electrones, los mismos durante su movimiento transitarán desde lugares con mayor temperatura (y, por consiguiente, de mayor energía media de los electrones) a lugares con menor temperatura (y menor energía media). Los electrones cederán a la red el exceso de su energía, lo que conllevará al desprendimiento de calor. Si los portadores de la corriente son huecos, el efecto tendrá signo contrario.

§ 64. Diodos y triodos semiconductores

Con ayuda de dispositivos semiconductores denominados diodos y triodos semiconductores (o cristalinos) puede realizarse la rectificación de la corriente así como la amplificación de tensiones y potencias. Los triodos semiconductores se llaman también *transistores.*

El elemento fundamental del equipo semiconductor es la llamada *transición* (*unión*) $p - n$ que es una capa fina en la frontera entre dos regiones de un mismo cristal, que se diferencian por el tipo de conductibilidad extrínseca. Para la confección de esa unión se toma,

por ejemplo, un monocristal de germanio muy puro con un mecanismo electrónico de conductividad (condicionado por residuos ínfimos de impurezas). En una de las caras de una lámina delgada cortada del cristal se funde un pedazo de indio. Durante esta operación, que se realiza en el vacío o en una atmósfera de un gas inerte, los átomos de indio difunden en el germanio a cierta profundidad. En esta región, en la que penetran los átomos de indio, la conductividad del germanio pasa a ser por huecos. En la frontera de esta región surge una unión $p - n$. Existen también otras formas de obtención de uniones $p - n$.

Concentración de las impurezas
Aceptores
Donadores
p
n
Transición p-n

Fig. 64.1.

En la fig. 64.1 se muestra la marcha de la concentración de las impurezas en dirección perpendicular a la capa fronteriza. En la región p, los portadores principales de corriente son los huecos formados como resultado de la captura de electrones por los átomos de la impureza; con ello los aceptores se convierten en iones negativos (fig. 64.2; los círculos grandes son iones, los puntos negros, electrones y los puntos pequeños, huecos). Además, en la región p existe una pequeña cantidad de portadores secundarios, electrones que surgen a consecuencia de la transición de electrones por el movimiento térmico desde la zona de valencia directamente hacia la zona de conducción (este proceso aumenta también algo el número de huecos). En la región n los portadores principales de corriente son los electrones, cedidos por los donadores a la zona de conducción (con ello los donadores se transforman en iones positivos). La transición de electrones, que ocurre a cuenta del movimiento térmico, desde la zona de valencia a la de conducción conlleva a la aparición de un pequeño número de huecos que son portadores secundarios para esta zona.

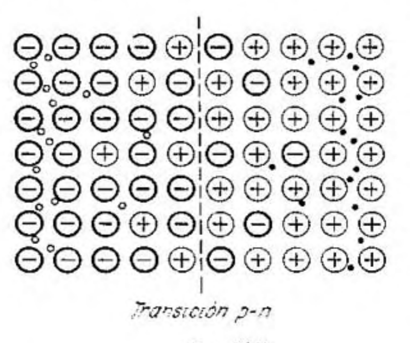


Fig. 64.2.

Los electrones y los huecos se recombinan entre sí al difundir a través de la capa fronteriza al encuentro unos de otros. Por esto la unión $p - n$ resulta estar muy empobrecida en portadores de la co-

rriente y adquiere una gran resistencia. Al mismo tiempo, en la frontera entre las regiones, aparece una capa eléctrica doble, formada por los iones negativos de la impureza aceptora, cuya carga no se compensa más por los huecos y por los iones positivos de la impureza donadora cuya carga no se compensa más por los electrones (véase fig. 64.2). El campo eléctrico en esta capa está dirigido de forma tal que se opone a la transición de los portadores principales a través de la capa. El equilibrio se establece a una altura de la barrera de potencial, para la cual el nivel de Fermi de ambas regiones está situado a una misma altura (fig. 64.3).

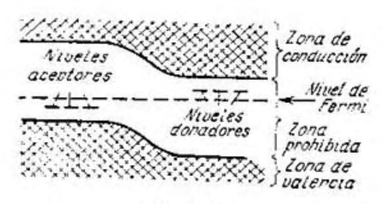


Fig. 64.3

La flexión de las zonas energéticas en la región de la unión es provocada por el hecho de que el potencial de la región p en estado de equilibrio es menor que el de la región n; respectivamente la energía potencial del electrón en la región p es mayor que en la región n. El límite inferior de la zona de valencia da la marcha de la energía potencial del electrón E_{pe} en dirección perpendicular a la unión representada por la curva continua en la

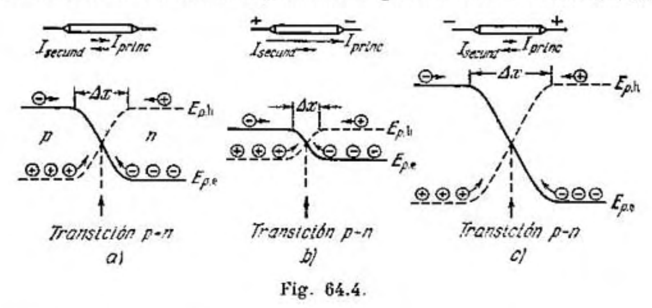


Fig. 64.4.

fig. 64.4, *a*. La carga de los huecos es contraria a la de los electrones, por lo que su energía potencial E_{ph} es mayor donde E_{pe} es menor y viceversa (véase curva de trazos en la fig. 64.4, *a*).

En el estado de equilibrio cierta cantidad de portadores principales logra vencer la barrera de potencial, a consecuencia de lo cual fluirá una pequeña corriente I_{princ} a través de la unión (fig. 64.4, *a*). Esta corriente se compensa por la contracorriente I_{sec}, provocada por los portadores secundarios. Los portadores secundarios son muy

pocos, pero los mismos penetran fácilmente a través de la frontera de las regiones, «deslizándose» por la barrera de potencial. La magnitud I_{sec} está condicionada por el número de portadores secundarios que nacen cada segundo y casi no depende de la altura de la barrera de potencial. La magnitud I_{princ}, por el contrario, depende mucho de la altura de aquélla. El equilibrio se establece a una altura tal de la barrera de potencial, a la cual ambas corrientes I_{princ} e I_{sec} se compensan mutuamente.

Apliquemos al cristal una tensión exterior [1]) de tal modo que el positivo esté conectado a la región p y el negativo, a la región n (esta tensión se denomina directa). Esto conllevará al aumento del potencial (o sea, al aumento de E_{ph} y a la disminución de E_{pe}) de la región p y a la disminución del potencial (o sea, a la disminución de E_{ph} y al aumento de E_{pe}) de la región n (fig. 64.4, b). Como resultado, la altura de la barrera de potencial disminuirá y la corriente I_{princ} crecerá. La corriente I_{sec} se mantendrá prácticamente sin variación (la misma, como se señaló, casi no depende de la altura de la barrera). Por consiguiente, la corriente resultante será diferente de cero. La disminución de la barrera de potencial es proporcional a la tensión aplicada (la que es igual a eU). Al disminuir la altura de la barrera, la corriente de portadores principales y, por consiguiente, la resultante crecen rápidamente. De esta forma, la unión $p - n$ deja pasar la corriente en el sentido desde la región p hasta la región n, cuya intensidad crece rápidamente con el aumento de la tensión aplicada. Este sentido se denomina directo (transitorio o de paso).

En la fig. 64.5 se muestra la característica corriente-tensión de la unión $p - n$. El campo eléctrico que surge en el cristal a una tensión directa «empuja» los portadores principales hacia la frontera entre las regiones, a consecuencia de lo cual el ancho de la capa transitoria, empobrecida en portadores, se reduce. Por consiguiente, disminuye también la resistencia de la unión, además tanto más fuertemente cuanto mayor sea la tensión. Por esto, la característica corriente-tensión en la región transitoria no es una línea recta (véase rama derecha de la curva en la fig. 64.5).

Ahora apliquemos al cristal una tensión de sentido tal que el positivo esté conectado a la región n y el negativo, a la región p (este sentido se denomina inverso). Esto conllevará al aumento de la barrera de potencial y a la disminución correspondiente de la corriente de portadores principales I_{princ} (véase fig. 64.4, c). La corriente resultante que surge con ello (denominada inversa) alcanza rápidamente la saturación (o sea, deja de depender de U) y se hace igual a I_{sec}. De esta manera, la unión $p - n$ deja pasar una corriente débil

[1]) La tensión exterior altera el equilibrio de manera que los niveles de Fermi de ambas regiones se desplazan uno con relación a otro. A una tensión directa, el nivel de Fermi en la región p se sitúa más abajo que en la región n.

creada completamente por los portadores secundarios, en el sentido desde la región n hacia la región p (el cual se denomina inverso o cerrado). Sólo a una tensión inversa muy grande, la intensidad de la corriente comienza a crecer bruscamente, lo que es provocado por la perforación eléctrica de la unión (véase rama izquierda en la fig. 64.5). Cada unión $p - n$ se caracteriza por su valor límite de la tensión inversa, la cual es capaz de soportar sin destrucción.

De la fig. 64.5 se infiere que la unión $p - n$ posee una resistencia mucho mayor en el sentido inverso que en el directo. Esto se explica por el hecho de que el campo que surge en el cristal al ser aplicada la tensión inversa «succiona» los portadores principales desde la fron-

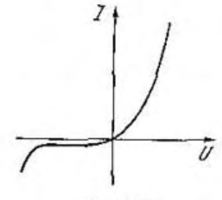


Fig. 64.5.

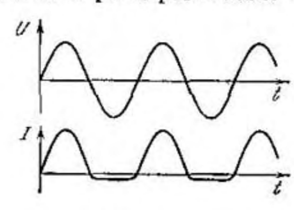


Fig 64 6.

tera entre las regiones, lo que conlleva al aumento del ancho de la capa transitoria empobrecida en portadores. Por lo tanto también aumenta la resistencia de la unión.

La desigualdad de la resistencia en los sentidos directo e inverso permite utilizar las uniones $p - n$ para la rectificación de la corriente alterna. En la fig. 64.6 se muestra el gráfico de la corriente que fluye a través de una unión en el caso en que la tensión aplicada varía según la ley armónica: el ancho de la capa empobrecida en portadores y la resistencia de la unión pulsan al compás con la variación de la tensión.

El triodo semiconductor, o *transistor*, es un cristal con dos uniones $p - n$. En dependencia del orden en el que se alternan las regiones con tipos diferentes de conductividad, los transistores pueden ser $n - p - n$ y $p - n - p$. La parte media del transistor se denomina *base*. Las regiones aledañas por ambos lados de la base, con diferente tipo de conductividad que la de ella, forman el *emisor* y el *colector*.

Examinemos brevemente el principio de funcionamiento del transistor tipo $n - p - n$. En la fig. 64.7 se muestra el esquema de la conexión de este transistor en el circuito de un amplificador. A la unión emisor — base se le aplica una tensión de desplazamiento constante U_e en el sentido directo y a la unión base — colector, una tensión de desplazamiento constante U_c en el sentido inverso. A una

pequeña resistencia de entrada R_{ent} se le aplica una tensión variable amplificada. En la resistencia de salida R_{sal} se mide la tensión amplificada U_{sal}. Para los signos de las tensiones de desplazamiento que se señalan en el esquema, la resistencia de la unión emisor — base es pequeña, mientras que la de la unión base — colector, por el contrario, es muy grande. Esto permite tomar en calidad de R_{sal} una gran resistencia.

En la fig. 64.8, *a* viene dada la marcha de la energía potencial de los electrones (curva continua) y los huecos (curva de trazos) en el caso cuando no hay tensión de desplazamiento ni señal de entrada. La conexión de la tensión directa U_e disminuye la barrera de poten-

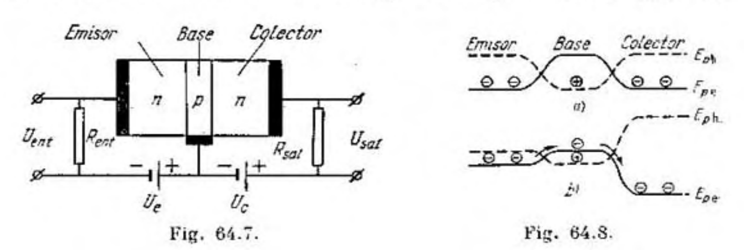


Fig. 64.7. Fig. 64.8.

cial en la primera unión, mientras la conexión de la tensión inversa U_c aumenta la barrera de potencial en la segunda unión (fig. 64.8, *b*). El paso de la corriente por el circuito del emisor va acompañado de la penetración de electrones en la región de la base que después difunden hacia el colector. Si el grosor de la base es pequeño, casi todos los electrones, sin tener tiempo para recombinarse, se «deslizan» por la colina de potencial que existe en la frontera base — colector e ingresan en el circuito del colector.

La variación de la corriente I_e en el circuito del emisor, condicionada por la tensión de entrada, conlleva a la variación de la cantidad de electrones que penetran en el colector y, por consiguiente, al cambio casi igual de la corriente I_c en el circuito del colector. Supongamos que $I_c \approx I_e$. Al expresar estas corrientes por medio de sus tensiones y resistencias correspondientes, obtendremos que $U_{ent}/R_{ent} \approx U_{sal}/R_{sal}$, de donde:

$$U_{sal} : U_{ent} \approx R_{sal} : R_{ent}.$$

Por cuanto $R_{sal} \gg R_{ent}$, la tensión U_{sal} supera ostensiblemente la de entrada U_{ent}. De esta manera, el transistor amplifica la tensión y la potencia. La elevada potencia que se obtiene en el equipo surge a cuenta de la fuente de corriente conectada en el circuito del colector.

El principio de funcionamiento del transistor del tipo $p - n - p$ es análogo al del transistor del tipo $n - p - n$ descrito anteriormente. La diferencia consiste solamente en el hecho de que los huecos desempeñan el papel de los electrones.

§ 65. Efecto fotoeléctrico de válvula

Además del efecto fotoeléctrico *exterior* estudiado en el § 9 (denominado con frecuencia simplemente fotoefecto) existe también el *efecto fotoeléctrico interior*, el cual se observa en los dieléctricos y semiconductores. El mismo consiste en la redistribución de los electrones por niveles energéticos, provocada por la acción de la luz. Si la energía del cuanto $\hbar\omega$ es mayor que el ancho de la zona prohibida, el electrón que absorbe el cuanto transita desde la zona de valencia hacia la de conducción. Como resultado, surge una pareja complementaria de portadores de la corriente, o sea, un electrón y un hueco, lo que se manifiesta por el aumento de la conductividad de la sustancia. Si en la misma existen impurezas, los electrones pueden transitar bajo la acción de la luz desde la zona de valencia hacia los niveles de la impureza, o desde los niveles de la impureza hacia la zona de conducción. En el primer caso aparece la *fotoconductividad* por huecos, en el segundo, electrónica.

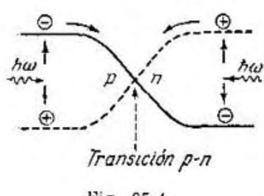


Fig. 65.1.

La acción de las *fotorresistencias* está basada en el efecto fotoeléctrico interior. La cantidad de portadores de la corriente que se forman es proporcional al flujo lumínico incidente. Por esta razón, las fotorresistencias se utilizan en la fotometría. Las fotorresistencias confeccionadas de sulfuro de cadmio (CdS) se aplican en la región visible del espectro y las de semiconductores PbS, PbSe, PbTe y InSb se utilizan en calidad de detectores de radiación infrarroja.

En la región de la unión $p - n$ o en la frontera metal — semiconductor puede observarse el efecto fotoeléctrico de válvula. El mismo consiste en la aparición de fuerza electromotriz bajo la acción de la luz (foto f.e.m.). En la fig. 65.1 se muestra la marcha de la curva de la energía potencial de los electrones (continua) y de los huecos (línea de trazos) en la región de la transición $p - n$. Los portadores secundarios para la región dada (electrones en la región p y huecos en la región n), que surgen bajo la acción de la luz, pasan sin obstáculos a través de la unión. Como resultado en la región p se acumula en exceso la carga positiva y en la región n, la negativa. Esto conlleva a la aparición de una tensión aplicada a la unión que es precisamente la *fuerza motriz fotoeléctrica*.

Si conectamos un cristal con una transición $p - n$ a una carga externa, en la misma fluirá corriente fotoeléctrica. A pequeñas luminosidades, la intensidad de esta corriente es proporcional al flujo lumínico que incide sobre el cristal. En esto se basa la acción de los fotómetros fotoeléctricos, en particular de los exposímetros que se utilizan en fotografía. Varias decenas de uniones $p - n$ de silicio, conectadas en serie, forman una *pila solar*. Semejantes pilas se aplican para la alimentación de los equipos de radio en los cohetes cósmicos y en los satélites de la Tierra.

CUARTA PARTE

FÍSICA NUCLEAR Y DE LAS PARTÍCULAS ELEMENTALES

CAPÍTULO X

NÚCLEO ATÓMICO

§ 66. Estructura y características del núcleo atómico

El núcleo del átomo más simple, de hidrógeno, está formado por una partícula elemental denominada *protón*. Los núcleos de todos los demás átomos están formados por dos tipos de partículas elementales: *protones* y *neutrones*. Estas partículas se denominan *nucleones*.

El protón. El protón (p) posee una carga $+e$ y una masa

$$m_p = 938{,}28 \text{ MeV}\ ^{1)}. \qquad (66.1)$$

A modo de comparación señalemos que la masa del electrón es igual a:

$$m_e = 0{,}511 \text{ MeV}. \qquad (66.2)$$

De las expresiones (66.1) y (66.2) se infiere que $m_p = 1836\, m_e$.

El protón tiene un espín igual a un medio ($s = 1/2$) y un momento magnético propio

$$\mu_p = +2{,}79\ \mu_{\text{núcl}}, \qquad (66.3)$$

donde

$$\mu_{\text{núcl}} = \frac{e\hbar}{2m_p c} = 5{,}05 \cdot 10^{-24} \text{ erg/Gs} \qquad (66.4)$$

es la unidad del momento magnético denominada *magnetón nuclear*. De la comparación con (33.2) se infiere que $\mu_{\text{núcl}}$ es 1836 veces menor que el magnetón de Bohr μ_B. Por consiguiente, el momento magnético propio del protón es aproximadamente 660 veces menor que el momento magnético del electrón.

El neutrón. El neutrón (n) fue descubierto en el año 1932 por el físico inglés J. Chadwick. La carga eléctrica de esta partícula es igual a cero, y la masa

$$m_n = 939{,}57 \text{ MeV} \qquad (66.5)$$

---

[1]) En física nuclear es usual expresar la masa en unidades de energía. Con este objetivo las mismas se multiplican por c^2. Se utiliza también la unidad de masa denominada *unidad de masa atómica* (véase § 80 del primer tomo); 1 u.m.a. = 931,50 MeV.

es muy próxima a la del protón. La diferencia entre las masas del neutrón y el protón $m_n - m_p$ es de 1,3 MeV, o sea, 2,5 m_e.

El neutrón posee un espín igual a un medio ($s = 1/2$) y (no obstante la ausencia de carga eléctrica) un momento magnético propio:

$$\mu_n = -1{,}91\ \mu_{\text{núc}} \tag{66.6}$$

(el signo menos indica que los sentidos de los momentos magnético y mecánico propios son contrarios). La explicación a este hecho sorprendente se dará en el § 69.

Señalemos que la relación entre los valores experimentales de μ_p y μ_n es igual, con un elevado grado de exactitud, a $-3/2$. Esto fue descubierto solamente después de haber sido obtenido este valor teóricamente.

En estado libre el neutrón es inestable (radiactivo), o sea, se desintegra espontáneamente, convirtiéndose en un protón y emitiendo un electrón (e^-) y una partícula más denominada *antineutrino* ($\tilde{\nu}$) (véase § 81). El período de semidesintegración (o sea, el tiempo en el cual se desintegra la mitad de la cantidad inicial de neutrones) es igual a 12 min. El esquema de la desintegración puede ser escrito de la siguiente forma.

$$n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}. \tag{66.7}$$

La masa del antineutrino es igual a cero [1]). La masa del neutrón es mayor que la del protón en 2,5 m_e. Por consiguiente, la masa del neutrón supera la masa sumatoria de las partículas que figuran en el segundo miembro de la ecuación (66.7) en 1,5 m_e, o sea, en 0,77 MeV. Esta energía se desprende al desintegrarse el neutrón en forma de energía cinética de las partículas formadas.

Características del núcleo atómico. Una de las características más importantes del núcleo atómico es el *número de carga Z*. El mismo es igual a la cantidad de protones que entran en la composición del núcleo y define la carga de éste, la cual es igual a $+Ze$. El número Z define el número de orden del elemento químico en la Tabla Periódica de Mendeléiev. Por esto, es llamado también *número atómico* del núcleo.

El número de nucleones (o sea, la suma del número de protones y neutrones) en el núcleo se designa por la letra A y se denomina *número másico* del núcleo. El número de neutrones en el núcleo es igual a $N = A - Z$.

Para la representación de los núcleos se utiliza el símbolo:

$${}^{A}_{Z}\mathrm{X},$$

[1]) Aquí y en adelante por masa se entiende una magnitud invariable, o sea, la masa en reposo.

donde por X se entiende el símbolo químico del elemento dado. En la parte superior izquierda se pone el número de masa, en la parte inferior izquierda el número atómico (este último frecuentemente se omite). A veces el número de masa no se escribe a la izquierda, sino a la derecha del símbolo del elemento químico ($_ZX^A$).

Los núcleos con igual Z, pero con diferente A, se denominan *isótopos*. La mayoría de los elementos químicos poseen varios isótopos estables. Por ejemplo, el oxígeno tiene tres isótopos estables: $^{16}_{8}O$, $^{17}_{8}O$, $^{18}_{8}O$, el estaño posee diez, etc.

El hidrógeno tiene tres isótopos:

^1_1H es el hidrógeno común o protio ($Z = 1$, $N = 0$),

^2_1H, hidrógeno pesado o deuterio ($Z = 1$, $N = 1$),

^3_1H, tritio ($Z = 1$, $N = 2$) [1]).

El protio y el deuterio son estables mientras que el tritio es radiactivo.

Los núcleos con igual número de masa A se denominan *isóbaros*. En calidad de ejemplo podemos citar $^{40}_{18}Ar$ y $^{40}_{20}Ca$. Los núcleos con igual número de neutrones $N = A - Z$ se llaman *isótonos* ($^{13}_{6}C$, $^{14}_{7}N$). Además existen núcleos radiactivos con iguales Z y A que se diferencian por el período de semidesintegración. Los mismos se denominan *isómeros*. Por ejemplo, se conocen dos isómeros del núcleo $^{80}_{35}Br$, uno de ellos posee un período de semidesintegración igual a 18 min y el otro, igual a 4,4 horas.

Se conocen cerca de 1500 núcleos que se diferencian ya sea por Z, ya sea por A o por ambos. Aproximadamente 1/5 parte de ellos son estables, los demás, radiactivos. Muchos núcleos fueron obtenidos artificialmente con ayuda de reacciones nucleares.

En la naturaleza se encuentran elementos con número atómico Z desde 1 hasta 92, excluyendo el tecnecio (Tc, $Z = 43$) y el prometio (Pm, $Z = 61$). El plutonio (Pu, $Z = 94$), después de ser obtenido de forma artificial, fue descubierto en cantidades insignificantes en el mineral natural pechblenda. Los demás elementos *transuránicos* (o sea, que se encuentran en la tabla periódica después del uranio, con Z desde 93 hasta 107) fueron obtenidos artificialmente mediante diferentes reacciones nucleares.

Los elementos transuránidos curio (96 Cm), einstenio (99 Es), fermio (100 Fm) y mendelevio (101 Md) recibieron sus nombres en honor a los prominentes científicos P. y M. Curie, A. Einstein, E. Fermi y D. I. Mendeléiev. El laurencio (103 Lr) fue nombrado en honor al inventor del ciclotrón E. Lawrence. El kurchatovio (104 Ku) recibió su nombre en honor al prominente físico soviético I. V. Kurchátov.

Algunos elementos transuránicos, entre ellos el kurchatovio y los elementos de números 106 y 107 fueron obtenidos en el laboratorio de reacciones nucleares del Instituto Unificado de Investigaciones Nu-

---

[1]) El deuterio se representa también por el símbolo D y el tritio, por T.

cleares en Dubna por el científico soviético G. N. Flérov y sus colaboradores.

Dimensiones de los núcleos. El núcleo puede ser considerado, en una primera aproximación, una esfera, cuyo radio se determina bastante exactamente de la fórmula:

$$r = 1{,}3 \cdot 10^{-13} A^{1/3} \text{ cm} = 1{,}3 A^{1/3} \text{ Fm} \qquad (66.8)$$

(fermi es la unidad de longitud, que se utiliza en física nuclear, igual a 10^{-13} cm). De la fórmula (66.8) se infiere que el volumen del núcleo es proporcional al número de nucleones en el mismo. De esta manera, la densidad de la sustancia en todos los núcleos es casi la misma.

Espín del núcleo. Los espines de los nucleones se suman en el espín resultante del núcleo. El espín del nucleón es igual a 1/2. Por esto, el número cuántico de espín del núcleo I será medio entero para un número impar de nucleones A y entero o igual a cero para un A par. Los espines de los núcleos I no sobrepasan algunas unidades. Esto indica que los espines de la mayoría de los nucleones en el núcleo se compensan mutuamente, siendo antiparalelos. Todos los núcleos par-par (o sea, los núcleos con número par de protones y número par de neutrones) poseen espín igual a cero.

El momento mecánico del núcleo $\mathbf{M}_I$ se suma con el momento de la capa electrónica $\mathbf{M}_J$ en el momento resultante del átomo $\mathbf{M}_F$ que se define por el número cuántico F.

La interacción de los momentos magnéticos de los electrones y del núcleo conlleva a que los estados del átomo que corresponden a diferentes orientaciones mutuas de $\mathbf{M}_I$ y $\mathbf{M}_J$ (o sea, a distintas F) poseen una energía algo diferente. La estructura fina de los espectros (véase § 31) es condicionada por la interacción de los momentos μ_L y μ_S. La interacción de μ_I y μ_J predetermina la *estructura superfina* de los espectros atómicos. La descomposición de las líneas espectrales, que corresponde a la estructura superfina, es tan pequeña (del orden de algunas centésimas de angström) que puede ser observada sólo con ayuda de equipos de alto poder resolutivo.

§ 67. Masa y energía de enlace del núcleo

La masa del núcleo $m_{\text{núcl}}$ siempre es menor que la suma de las masas de las partículas que lo forman lo que está condicionado por el hecho de que al unirse los nucleones en el núcleo se libera la energía de enlace entre los mismos.

La energía de la partícula en reposo está vinculada con su masa por la expresión $E_0 = mc^2$ (véase fórmula (68.6) del primer tomo). Por consiguiente, la energía del núcleo en reposo es menor que la suma de las energías de los nucleones aislados en reposo, sin inter-

actuar, en la magnitud:

$$E_{enl} = c^2\{[Zm_p + (A - Z)\, m_n] - m_{núcl}\}. \qquad (67.1)$$

Esta magnitud es precisamente la *energía de enlace* de los nucleones en el núcleo. La misma es igual al trabajo que es necesario realizar para dividir los nucleones que forman el núcleo y separarlos unos de otros a una distancia tal, que los mismos no puedan prácticamente interactuar.

La relación (67.1) no se altera, prácticamente, al sustituir la masa del protón m_p por la del átomo de hidrógeno m_H, y la masa del núcleo $m_{núcl}$ por la del átomo m_a. En efecto, al despreciar la energía de enlace, comparativamente insignificante, de los electrones con los núcleos, la sustitución indicada significará la adición al minuendo y sustraendo de la expresión entre corchetes de una misma magnitud igual a Zm_e. De esta manera a la fórmula (67.1) puede dársele la forma:

$$E_{enl} = c^2\{Zm_H + (A - Z)\, m_n] - m_a\}. \qquad (67.2)$$

Esta última expresión es más cómoda que (67.1), porque en las tablas se dan usualmente las masas de los átomos y no de los núcleos.

La energía de enlace, que corresponde a un nucleón, o sea, E_{enl}/A, se denomina *energía de enlace específica* de los nucleones en el núcleo. La magnitud

$$\Delta = [Zm_p + (A - Z)\, m_n] - m_{núcl} \qquad (67.3)$$

se denomina *defecto de masa* del núcleo [1]). El defecto de masa está vinculado con la energía de enlace por la expresión $\Delta = E_{enl}/c^2$.

Calculemos la energía de enlace de los nucleones en el núcleo ^4_2He, en cuya composición entran dos protones ($Z = 2$) y dos neutrones ($A - Z = 2$). La masa del átomo ^4_2He es igual a 4,00260 u.m.a., a lo que corresponde 3728,0 MeV. La masa del átomo de hidrógeno ^1_1H es igual a 1,00815 u.m.a. (938,7 MeV, compárese con (66.1)). La masa del neutrón es igual al valor (66.5). Poniendo estas magnitudes en la fórmula (67.2), obtendremos:

$$E_{enl} = (2 \cdot 938{,}7 + 2 \cdot 939{,}5) - 3728{,}0 = 28{,}4 \text{ MeV}.$$

Calculada para un nucleón, la energía de enlace del núcleo de helio es de 7,1 MeV. A manera de comparación diremos que la energía de enlace de los electrones de valencia en los átomos tiene una magnitud 10^6 veces menor (del orden de 10 eV). La energía de enlace especí-

---

[1]) Originalmente se le llamó defecto de masa a la diferencia entre los valores numéricos de la masa del átomo m_a, expresada en unidades de masa atómica, y el número de masa A

$$\Delta = m_a - A.$$

Esta magnitud tiene un sentido menos claro que (67.3).

fica de otros núcleos, o sea, la energía de enlace que corresponde a un nucleón (E_{enl}/A), tiene, aproximadamente, la misma magnitud que en el helio.

En la fig. 67.1 está representado el gráfico que muestra la dependencia entre la energía de enlace específica E_{enl}/A y el número de masa A. Los nucleones enlazados más fuertemente son los de los núcleos con número de masa 50—60 (o sea, en los elementos desde el Cr hasta el Zn). La energía de enlace para éstos alcanza el valor

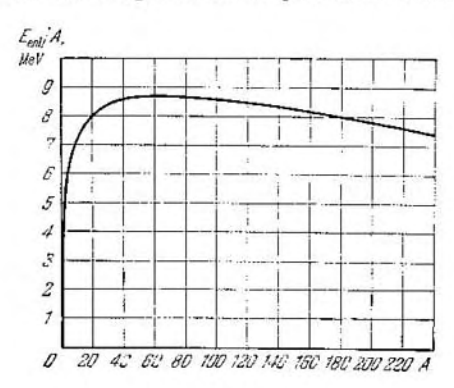


Fig. 67.1.

8,7 MeV/nucleón. Al aumentar A, la energía de enlace específica disminuye paulatinamente; para el elemento natural más pesado, el uranio, la misma es de 7,5 MeV/nucleón. Esta dependencia entre la energía de enlace específica y el número de masa hace posibles energéticamente dos procesos: 1) fisión de los núcleos pesados en varios núcleos más ligeros y 2) fusión (síntesis) de núcleos ligeros en un núcleo. Ambos procesos deben ir acompañados del desprendimiento de una gran cantidad de energía. Por ejemplo, la fisión de un núcleo de número de masa $A = 240$ (energía de enlace específica 7,5 MeV) en dos con número de masa $A = 120$ (energía de enlace específica 8,5 MeV) conllevaría a la liberación de 240 MeV de energía. La fusión de dos núcleos de hidrógeno pesado ^2_1H en un núcleo de helio liberaría una energía igual a 24 MeV. A manera de comparación diremos que al unirse un átomo de carbono con dos átomos de oxígeno (combustión del carbón hasta CO_2) se libera una energía del orden de 5 eV.

Los núcleos con valores del número de masa A desde 50 hasta 60 son energéticamente los más ventajosos. Con relación a esto surge la

pregunta: ¿por qué los núcleos con otros valores de A resultan ser estables? La respuesta consiste en lo siguiente. Para dividirse en varias partes, el núcleo pesado debe pasar por una serie de estados intermedios, cuyas energías son mayores que la del estado fundamental de núcleo. Por consiguiente, para el proceso de fisión del núcleo se necesita una energía complementaria (*energía de activación*), la que después es devuelta junto con la energía que se libera durante la fisión a cuenta de la variación de la energía de enlace. En condiciones normales, el núcleo no tiene de donde tomar la energía de activación, a consecuencia de lo cual los núcleos pesados no sufren una fisión espontánea. El núcleo pesado puede obtener la energía de activación al capturar un neutrón adicional. El proceso de fisión de los núcleos de uranio o plutonio bajo la acción de neutrones capturados por los mismos es el fundamento del funcionamiento de los reactores nucleares y de la bomba atómica ordinaria.

En lo que respecta a los núcleos ligeros, para su fusión en un núcleo, los mismos tienen que acercarse unos a otros a una distancia muy corta ($\sim 10^{-13}$ cm). La repulsión culombiana entre los núcleos impide tal aproximación. Para vencer esta repulsión, los núcleos deben moverse a velocidades enormes, que corresponden a temperaturas del orden de varios cientos de millones de Kelvin. Por esta razón, el proceso de fusión de los núcleos ligeros se denomina *reacción termonuclear*. Estas últimas transcurren en las entrañas del Sol y de las estrellas. En condiciones terrestres han sido realizadas hasta el momento reacciones termonucleares no controladas, al explotar las bombas de hidrógeno. Los científicos de varios países trabajan con insistencia en la búsqueda de los medios para realizar fusiones termonucleares controladas. Los físicos soviéticos ocupan en este campo uno de los lugares rectores.

§ 68. Modelos nucleares

Los intentos de creación de la teoría del núcleo tropiezan con dos dificultades serias: 1) la insuficiencia de conocimientos sobre las fuerzas que actúan entre los nucleones y 2) la extraordinaria complejidad del problema cuántico de muchos cuerpos (un núcleo de número de masa A representa un sistema de A cuerpos). Estas dificultades obligan a ir por el camino de la creación de modelos nucleares, los cuales permiten describir un cierto conjunto de propiedades del núcleo con ayuda de medios matemáticos relativamente simples. Ninguno de semejantes modelos puede dar una descripción completa del núcleo, por esto se hace necesario utilizar varios, cada uno de los cuales describe cierto conjunto de propiedades del núcleo y cierto círculo de fenómenos. Cada modelo contiene parámetros arbitrarios, cuyos valores se eligen de forma tal que se obtenga concordancia con el experimento.

En los marcos del curso de física general es imposible describir todos los modelos del núcleo existentes. Nos vemos obligados a limitarnos a un breve estudio de sólo dos de ellos, el de gota y el de capas.

Modelo de gota. Este modelo fue propuesto por Ya. I. Frenkel en el año 1939 y desarrollado luego por N. Bohr y otros científicos. Frenkel se dio cuenta de la similitud entre el núcleo del átomo y una gota de un líquido, la cual consiste en que en ambos casos las fuerzas que actúan entre las partes componentes, o sea, las moléculas en el líquido y los nucleones en el núcleo, son de corto radio de acción. Además, la densidad prácticamente igual de la sustancia en núcleos diferentes muestra la compresibilidad extremadamente pequeña de la sustancia nuclear. Los líquidos también poseen una compresibilidad igualmente pequeña. La semejanza señalada dio el fundamento para comparar el núcleo con una gota cargada eléctricamente de un líquido.

El modelo de gota permitió deducir la fórmula semiempírica para la energía de enlace de las partículas en el núcleo. Además, este modelo ayudó a explicar muchos otros fenómenos, en particular, el proceso de fisión de los núcleos pesados.

Modelo de capas. El modelo de capas del núcleo fue desarrollado por María Goeppert Mayer y otros científicos. En este modelo los nucleones se consideran en movimiento independiente unos de otros en un campo simétrico centrado promediado. En correspondencia con esto existen niveles energéticos discretos (semejantes a los del átomo) ocupados por nucleones en concordancia con el principio de Pauli (recordemos que el espín de los nucleones es igual a 1/2). Estos niveles se agrupan por *capas*, en cada una de las cuales puede encontrarse una cantidad determinada de nucleones. Una capa ocupada por completo constituye una formación especialmente estable.

De acuerdo con la práctica, especialmente estables son aquellos núcleos que poseen un número de protones o de neutrones (o ambos números) igual a:

$$2, 8, 20, 28, 50, 82, 126.$$

Estos números fueron denominados *mágicos*. Los núcleos que tienen un número de protones Z o de neutrones N mágico (o sea, núcleos especialmente estables) también se denominan *mágicos*. Los núcleos para los cuales tanto Z como N son mágicos se llaman *doblemente mágicos*.

Sólo se conocen cinco núcleos doblemente mágicos:

$$^{4}_{2}\mathrm{He}\ (Z=2,\ N=2), \qquad ^{16}_{8}\mathrm{O}\ (Z=8,\ N=8),$$

$$^{40}_{20}\mathrm{Ca}\ (Z=20,\ N=20), \qquad ^{48}_{20}\mathrm{Ca}\ (Z=20,\ N=28),$$

$$^{208}_{82}\mathrm{Pb}\ (Z=82,\ N=126).$$

Estos núcleos son especialmente estables. En particular, la gran estabilidad del núcleo del helio se manifiesta en que es la única partícula constituyente emitida por los núcleos pesados durante la desintegración radiactiva (la misma se denomina partícula α).

§ 69. Fuerzas nucleares

La enorme energía de enlace de los nucleones en el núcleo indica que entre los mismos existe una interacción muy intensa. Esta última tiene un carácter de atracción. La misma mantiene los nucleones a una distancia de $\sim 10^{-13}$ cm uno de otro, a pesar de la fuerte repulsión culombiana entre los protones. La interacción nuclear entre los nucleones se denomina *interacción fuerte*. La misma puede ser descrita con ayuda de un campo de fuerzas nucleares. Enumeremos las peculiaridades características de estas fuerzas:

1) Las fuerzas nucleares son *de corto radio de acción* de un orden de 10^{-13} cm. A distancias considerablemente menores que 10^{-13} cm, la atracción de los nucleones cambia por repulsión.

2) La interacción fuerte no depende de la carga de los nucleones. Las fuerzas nucleares que actúan entre los protones, un protón y un neutrón o dos neutrones tienen la misma magnitud. Esta propiedad se denomina *independencia de la carga* de las fuerzas nucleares.

3) Las fuerzas nucleares dependen de la orientación mutua de los espines de los nucleones. Por ejemplo, un neutrón y un protón se mantienen juntos formando un núcleo de hidrógeno pesado, *deuterón* (o *deitón*), sólo en el caso de que sus espines sean paralelos uno a otro.

4) Las fuerzas nucleares no son centrales. Las mismas no pueden ser representadas como dirigidas a lo largo de una línea recta que une los centros de los nucleones interactuantes. Esta propiedad se infiere, en particular, del hecho de que las mismas dependen de la orientación de los espines de los nucleones.

5) Las fuerzas nucleares poseen la propiedad de *saturación* (esto significa que cada nucleón en el núcleo interactúa con un número limitado de nucleones). La saturación se manifiesta en que la energía específica de enlace de los nucleones en el núcleo no crece al aumentar el número de éstos, sino que permanece aproximadamente constante. Además, la proporcionalidad del volumen del núcleo al número de nucleones que lo forman (véase fórmula (66.8)) indica la saturación de las fuerzas nucleares.

Según las concepciones modernas, la interacción fuerte es provocada por el hecho de que los nucleones se intercambian virtualmente unas partículas que recibieron el nombre de *mesones*. Para poner en claro la esencia de este proceso, examinemos, primero, qué es la interacción electromagnética desde el punto de vista de la electrodinámica cuántica.

La interacción entre partículas cargadas se realiza a través de un campo electromagnético. Sabemos que este campo puede ser representado como un conjunto de fotones. Según las concepciones de la electrodinámica cuántica, el proceso de interacción entre dos partículas cargadas, por ejemplo, electrones, consiste en el intercambio de fotones. Cada partícula crea a su alrededor un campo, emitiendo y absorbiendo constantemente fotones. La acción del campo sobre otra partícula se manifiesta en la absorción por ésta de uno de los fotones emitidos por la primera partícula. Semejante descripción de la interacción no se debe entender al pie de la letra. Los fotones, mediante los cuales se realiza la interacción, no son fotones reales comunes, sino *virtuales*. En mecánica cuántica se denominan virtuales aquellas partículas que no pueden ser detectadas durante el tiempo de su existencia. En este sentido las partículas virtuales pueden ser llamadas imaginarias.

Para comprender mejor el sentido del término «virtual», examinemos un electrón en reposo. El proceso de creación de un campo en el espacio que lo rodea puede ser representado por la ecuación

$$e^- \rightleftarrows e^- + \hbar\omega. \tag{69.1}$$

La energía sumatoria del fotón y el electrón es mayor que la energía del electrón en reposo. Por consiguiente, la transformación que se describe por la ecuación (69.1) va acompañada de la no observancia de la ley de la conservación de la energía. Sin embargo, para un fotón virtual esta violación es aparente. Según la mecánica clásica, la energía del estado que corresponde al tiempo Δt resulta estar determinada solamente con una exactitud de ΔE, que cumple con la relación de incertidumbre:

$$\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar \tag{69.2}$$

(véase fórmula (20.3)). De esta relación se infiere que la energía del sistema puede experimentar desviaciones ΔE, cuya duración Δt no debe ser mayor que los valores definidos por la condición (69.2). Por consiguiente, si el fotón virtual emitido por el electrón es absorbido por este mismo electrón o por otro antes del transcurso del tiempo $\Delta t = \hbar/\varepsilon$ (donde $\varepsilon = \hbar\omega$), la violación de la ley de la conservación de la energía no puede ser detectada.

Al serle comunicada al electrón una energía complementaria (esto puede ocurrir, por ejemplo, durante el choque del mismo con otro electrón), en lugar del fotón virtual puede ser emitido un fotón verdadero, el cual puede existir un tiempo limitado.

Durante el tiempo definido por la condición (69.2)$\Delta t = \hbar/\varepsilon$, el fotón virtual puede transmitir la interacción entre los puntos separados por una distancia

$$l = c\Delta t = c\frac{\hbar}{\varepsilon}.$$

La energía del fotón $\varepsilon = \hbar\omega$ puede ser tan pequeña como se quiera (la frecuencia ω varía desde 0 hasta ∞). Por esto, el radio de acción de las fuerzas electromagnéticas es ilimitado. Si las partículas que son intercambiadas por los electrones interactuantes tuvieran una masa m diferente de cero, el radio de acción de las fuerzas correspondientes estaría limitado por la magnitud:

$$r = c\Delta t_{\text{máx}} = c\,\frac{\hbar}{\varepsilon_{\text{mín}}} = c\,\frac{\hbar}{mc^2} = \frac{\hbar}{mc} = \lambda_C,$$

donde λ_C es la longitud de onda comptoniana de la partícula dada (véase (11.6)). Nosotros supusimos que la partícula, o sea, el portador de la interacción, se mueve a una velocidad c.

En el año 1934, I. E. Tamm enunció la suposición de que la interacción entre los nucleones se transmite también mediante ciertas partículas virtuales. En aquel tiempo además de los nucleones eran conocidos solamente el fotón, el electrón, el positrón y el neutrino. La más pesada de estas partículas, el electrón, posee una longitud de onda comptoniana $\lambda_C = 3{,}86\cdot 10^{-11}$ cm (véase (11.7)), dos ordenes mayor que el radio de acción de las fuerzas nucleares. Ademas, como mostraron los cálculos, la magnitud de las fuerzas que pudiesen ser provocadas por los electrones virtuales resultó ser extraordinariamente pequeña. De esta manera, el primer intento de explicar las fuerzas nucleares con ayuda de un intercambio de partículas virtuales resultó desafortunado.

En el año 1935, el físico japonés J. Yukawa propuso una audaz hipótesis sobre la existencia en la naturaleza de partículas aún no descubiertas con una masa 200—300 veces mayor que la del electrón y que son ellas mismas las que desempeñan el papel de «portadores» de la interacción nuclear, de manera similar a los fotones, que son los portadores de la interacción electromagnética. Yukawa denominó estas partículas hipotéticas fotones pesados. Debido a que por la magnitud de su masa estas partículas ocupan una posición intermedia entre los electrones y los nucleones, las mismas fueron denominadas posteriormente *mesones* (la palabra griega «mesos» significa medio).

En el año 1936 Anderson y Neddermeyer descubrieron partículas de masa igual a 207 m_e en los rayos cósmicos. Al principio, ellos supusieron que estas partículas, que recibieron el nombre de *mesones* μ o *muones*, eran los portadores de la interacción, pronosticados por Yukawa. Sin embargo, con posterioridad, se puso en claro que los muones interactúan muy débilmente con los nucleones, de manera que los mismos no pueden ser los responsables de la interacción nuclear. Sólo en el año 1947, Occhialini y Powell descubrieron un nuevo tipo de mesones en la radiación cósmica, los llamados *mesones* π o *piones*, los que resultaron ser los portadores de las fuerzas nucleares predichos 12 años antes por Yukawa.

Existen mesones positivos (π^+), negativos (π^-) y neutros (π^0). La carga de los mesones π^+ y π^- es igual a la carga elemental. La masa de los piones cargados es la misma e igual a 273 m_e (140 MeV), la masa del mesón π^0 es igual a 264 m_e (135 M_eV). El espín tanto de los mesones cargados como del neutro es igual a cero ($s = 0$). Las tres partículas son inestables. El tiempo de vida de los mesones π^+ y π^- es de $2{,}60 \times 10^{-8}$ s y el de los mesones π^0, de $0{,}8 \cdot 10^{-16}$ s.

La inmensa mayoría de los mesones π cargados se desintegra según el esquema:

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu, \quad \pi^- \to \mu^- + \tilde{\nu} \tag{69.3}$$

(μ^+ y μ^- son mesones positivos y negativos, ν es el neutrino y $\tilde{\nu}$, el antineutrino). Por término medio, 2,5 desintegraciones de cada millón ocurren según otros esquemas (por ejemplo, $\pi \to e + \nu$, $\pi \to \pi^0 + e + \nu$, etc., con la particularidad de que en el caso de π^+ se forma un e^+, o sea, un positrón, y en el caso de π^- surge un e^-, o sea, un electrón).

Como promedio, el 98,8% de los mesones π^0 se desintegra en dos cuantos γ:

$$\pi^0 \to \gamma + \gamma. \tag{69.4}$$

El 1,2% de las desintegraciones restantes ocurre por los esquemas:

$$\pi^0 \to e^+ + e^- + \gamma; \quad \pi^0 \to e^+ + e^- + e^+ + e^-; \quad \pi^0 \to \gamma + \gamma + \gamma.$$

Las partículas denominadas mesones μ o muones pertenecen al grupo de los *leptones* (véase § 74) y no de los mesones. Por esto, en adelante las denominaremos muones. Los muones tienen carga positiva (μ^+) o negativa (μ^-), igual a la carga elemental e (el muón neutro no existe). La masa del muón es igual a 207 m_e (106 MeV), el espín es igual a un medio ($s = 1/2$). Los muones, al igual que los mesones π, son inestables y se desintegran según el esquema:

$$\mu^+ \to e^+ + \nu + \tilde{\nu}, \quad \mu^- \to e^- + \nu + \tilde{\nu}. \tag{69.5}$$

El tiempo de vida de ambos muones es el mismo e igual a $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ s.

Volvamos al estudio de la interacción de intercambio entre los nucleones. Como resultado de los procesos virtuales:

$$p \rightleftarrows n + \pi^+, \tag{69.6}$$

$$n \rightleftarrows p + \pi^-, \tag{69.7}$$

$$p \rightleftarrows p + \pi^0; \quad n \rightleftarrows n + \pi^0 \tag{69.8}$$

el nucleón resulta estar rodeado de una nube de mesones π virtuales, los que forman el campo de fuerzas nucleares. La absorción de estos mesones por otro nucleón conlleva a una interacción entre los nucleones, la que se realiza según uno de los esquemas siguientes:

1) $p + n \rightleftarrows n + \pi^+ + n \rightleftarrows n + p.$

El protón emite un mesón π^+ virtual, convirtiéndose en neutrón. El mesón es absorbido por el neutrón, el cual a consecuencia de esto se transforma en protón. Luego este mismo proceso se realiza en la

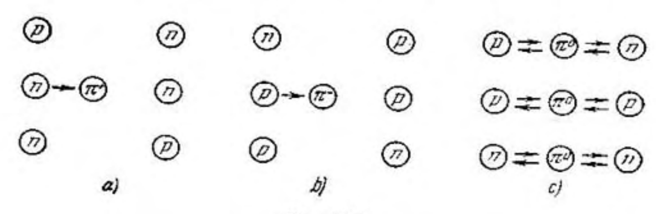


Fig. 69.1.

dirección inversa (fig. 69.1, *a*). Cada uno de los nucleones interactuantes pasa parte del tiempo en estado cargado y parte del tiempo en estado neutro.

$$2)\ n + p \rightleftarrows p + \pi^- + p \rightleftarrows p + n.$$

El neutrón y el protón se intercambian mesones π^- (fig. 69.1, *b*).

$$3)\ p + n \rightleftarrows p + \pi^0 + n \rightleftarrows p + n,$$
$$p + p \rightleftarrows p + \pi^0 + p \rightleftarrows p + p,$$
$$n + n \rightleftarrows n + \pi^0 + n \rightleftarrows n + n.$$

Los nucleones se intercambian mesones π^0 (fig. 69.1, *c*).

El primero de los tres procesos descritos anteriormente encuentra demostración experimental en la difusión de neutrones en los protones. Al pasar un flujo de neutrones a través del hidrógeno, en este haz aparecen protones, muchos de los cuales tienen la misma energía y dirección del movimiento que los neutrones incidentes. En el blanco se detecta un número correspondiente de neutrones que se encuentran prácticamente en reposo. Es completamente inverosímil que un número tan grande de neutrones transmita totalmente su impulso a los protones que antes estaban en reposo a consecuencia de choques frontales. Por esta razón se tiene que aceptar que parte de los neutrones, al pasar cerca de los protones, captura uno de los mesones π^+ virtuales. Como resultado, el neutrón se convierte en protón y éste, al perder su carga, se convierte en un neutrón (fig. 69.2).

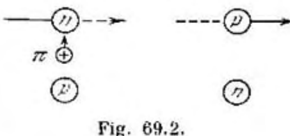


Fig. 69.2.

Si se le comunica al nucleón una energía equivalente a la masa del mesón π, el mesón π virtual puede convertirse en real. La ener-

gía necesaria le puede ser comunicada por el choque de nucleones (o núcleos) suficientemente acelerados o por la absorción de un cuanto γ por el nucleón. Cuando las partículas que chocan tienen energías muy grandes, pueden surgir varios mesones π reales.

Ahora tenemos la posibilidad de explicar la existencia del momento magnético en el neutrón y la magnitud anormal del momento magnético del protón (véase § 66). Según el proceso (69.7), el neutrón pasa parte del tiempo en estado virtual $(p + \pi^-)$. El movimiento orbital del mesón π^- conlleva a la aparición del momento magnético negativo que se observa en el neutrón. El momento magnético anormal del protón ($2{,}79\mu_{nucl}$ en vez de un magnetón nuclear) puede ser explicado también por el movimiento orbital del meson π^+ en el transcurso del intervalo de tiempo durante el cual el protón se encuentra en estado virtual $(n + \pi^+)$.

§ 70. Radiactividad

Llámase radiactividad la transmutación espontánea de unos núcleos atómicos en otros, acompañada de la emisión de partículas elementales. Sólo los núcleos inestables sufren estas transmutaciones. Al grupo de fenómenos radiactivos pertenecen: 1) la desintegración α, 2) la desintegración β (incluyendo la captura electrónica), 3) la emisión γ por los núcleos, 4) la fisión espontánea de los núcleos pesados, 5) la radiactividad protónica.

Se denomina *natural* la radiactividad que se observa en los núcleos en condiciones naturales y *artificial*, en los núcleos obtenidos mediante reacciones nucleares. Entre la radiactividad natural y artificial no existe diferencia de principio. El proceso de transmutación radiactiva en ambos casos obedece a las mismas leyes.

Ley de la transmutación radiactiva. Los núcleos radiactivos aislados se transmutan independientemente uno de otro. Por esta razón puede considerarse que la cantidad de núcleos dN, que se desintegran en un período de tiempo pequeño dt, es proporcional tanto al número de núcleos existentes como al intervalo de tiempo dt:

$$dN = -\lambda N\, dt. \tag{70.1}$$

Aquí λ es una constante característica para cada sustancia radiactiva que se denomina *constante de desintegración*. El signo menos se toma para que dN pueda ser considerado como el incremento del número N de núcleos que no se han desintegrado.

La integración de la expresión (70.1) conlleva a la relación:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \tag{70.2}$$

donde N_0 es la cantidad de núcleos en el momento inicial, N, la cantidad de núcleos que no se han desintegrado en el momento de tiempo t. La fórmula (70.2) expresa la ley de la transmutación radiactiva.

Esta ley es bastante sencilla: *el número de núcleos sin desintegrarse disminuye de forma exponencial con el tiempo.*

El número de núcleos que se desintegra en el tiempo t se define por la expresión:

$$N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda T}). \qquad (70.3)$$

El tiempo, durante el cual se desintegra la mitad inicial de los núcleos, se denomina *período de semidesintegración* T. El mismo se define por la condición:

$$^1/_2 N_0 = N_0 e^{-\lambda T},$$

de donde

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} \qquad (70.4)$$

El período de semidesintegración de los núcleos radiactivos conocidos en el presente se encuentra en los límites desde $3 \cdot 10^{-7}$ s hasta $5 \cdot 10^{15}$ años.

Hallemos el tiempo de vida medio de un núcleo radiactivo. La cantidad de núcleos $dN(t)$, que sufren transmutación en el período de tiempo desde t hasta $t + dt$, se define por el módulo de la expresión (70.1): $dN(t) = \lambda N(t)\, dt$. El tiempo de vida de cada uno de estos núcleos es igual a t. Por consiguiente, la suma de los tiempos de vida de todos los N_0 núcleos existentes originalmente se obtiene mediante la integración de la expresión $t\,dN(t)$. Al dividir esta suma entre el número N_0 de núcleos, obtendremos el *tiempo de vida media* τ del núcleo radiactivo

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty t\, dN(t) = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty t \lambda N(t)\, dt.$$

Sustituyamos aquí la expresión (70.2) para $N(t)$:

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty t \lambda N_0 e^{-\lambda t}\, dt = \int_0^\infty t \lambda e^{-\lambda t}\, dt = \frac{1}{\lambda}$$

(hay que pasar a la variable $x = \lambda t$ y realizar la integración por partes). De esta manera, el tiempo de vida media es una magnitud inversa a la constante de desintegración:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}. \qquad (70.5)$$

La comparación con (70.4) muestra que el período de semidesintegración T difiere de τ en el factor numérico igual a ln 2.

Ocurre con frecuencia que los núcleos que surgen como resultado de la transmutación radiactiva resultan ser a su vez radiactivos y se desintegran con una velocidad que se caracteriza por la constante

de desintegración λ'. Los nuevos productos de la desintegración pueden ser radiactivos también, etc. Como resultado, surge toda una serie de transmutaciones radiactivas. En la naturaleza existen tres series radiactivas (o familias), cuyos ascendientes son el ^{238}U (la serie del uranio); el ^{232}Th (la serie del torio) y el ^{235}U (la serie del actinouranio). Los productos finales en los tres casos son los isótopos del plomo: en el primer caso ^{206}Pb, en el segundo, ^{208}Pb, en el tercero, ^{207}Pb.

La radiactividad natural fue descubierta en el año 1896 por el científico francés A. Becquerel. Pierre Curie y María Sklodowskaya-Curie hicieron un gran aporte al estudio de las sustancias radiactivas. Se descubrió la existencia de tres tipos de emisiones radiactivas. Uno de ellos, que recibió el nombre de *rayos* α, se desvía bajo el efecto de un campo magnético en el mismo sentido en el que se desviaría un haz de partículas cargadas positivamente. El segundo, nombrado *rayos* β, se desvía por el campo magnético en sentido inverso, o sea, como se desviaría un haz de partículas cargadas negativamente. Y finalmente, la tercera emisión, que no reacciona de ninguna manera al campo magnético, fue denominada *rayos* γ. Con posterioridad se puso en claro que los rayos γ eran una emisión electromagnética de longitud de onda bastante pequeña (desde 10^{-3} hasta 1 Å).

La desintegración α. Los rayos α son un flujo de núcleos de helio ^4_2He. La desintegración transcurre por el siguiente esquema:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He. \qquad (70.6)$$

Con la letra X se representa el símbolo químico del núcleo que se desintegra (núcleo precursor), con la letra Y, el símbolo químico del núcleo formado (núcleo hijo). La desintegración alfa va acompañada habitualmente de la emisión de rayos γ por el núcleo hijo. Del esquema de desintegración se infiere que el número atómico del producto es dos y el número de masa cuatro unidades menor que los de la sustancia inicial. La desintegración del isótopo de uranio ^{238}U, la cual transcurre con la formación de torio, puede servir de ejemplo:

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He.$$

La velocidad con que las partículas α (o sea, los núcleos ^4_2He) son expulsadas del núcleo radiactivo es muy grande ($\sim 10^9$ cm/s, la energía cinética es de orden de varios MeV). Al atravesar la sustancia, la partícula α pierde paulatinamente su energía, gastándola en ionizar las moléculas de la sustancia, y a fin de cuentas se detiene. En la formación de un par de iones en el aire se gasta como promedio 35 eV. De esta manera, la partícula α forma en su recorrido aproximadamente 10^5 pares de iones. Por supuesto, mientras mayor sea la densidad de la sustancia menor será el recorrido de las partículas α hasta su detención. De esta forma, el recorrido en el aire, a presión normal, es de varios centímetros, en los sólidos tiene una magnitud

del orden de 10^{-3} cm (las partículas α se detienen completamente por una hoja común de papel).

La energía cinética de las partículas α surge a cuenta del exceso de energía en reposo del núcleo precursor sobre la energía en reposo sumatoria del núcleo hijo y la partícula α. Este exceso de energía se distribuye entre el núcleo hijo y la partícula α en una relación inversamente proporcional a sus masas [1]). La energía (velocidad) de las partículas α, emitidas por una sustancia radiactiva dada, resulta ser estrictamente definida. En la mayoría de los casos, la sustancia radiactiva emite varios grupos de partículas α de energía cercana, pero diferente. Esto está condicionado por el hecho de que el núcleo hijo puede surgir no sólo en estado normal, sino también en estado excitado. En la fig. 70.1 se muestra el esquema que aclara el surgimiento de diferentes grupos de partículas α (surgimiento de la estructura fina del espectro α) emitidas por la desintegración del núcleo $^{212}_{83}Bi$ (bismuto-212). A la izquierda del esquema están representados los niveles energéticos del núcleo hijo $^{208}_{81}Tl$ (talio-208). La energía del estado fundamental se considera igual a cero. El exceso de energía en reposo del núcleo precursor sobre la energía en reposo de la partícula α y del núcleo hijo en estado normal es de 6,203 MeV. Si el núcleo hijo surge en estado no excitado, toda la energía se libera en forma de energía cinética, correspondiéndole a la partícula α la porción:

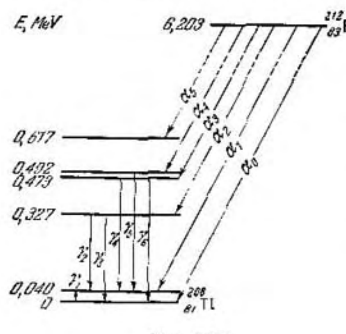


Fig. 70.1.

$$E_\alpha = 6{,}203\,\frac{208}{112} = 6{,}086 \text{ MeV}$$

(este grupo de partículas se designa en el esquema por α_0). Si el núcleo hijo surge en el quinto estado excitado, cuya energía es 0,617 MeV mayor que la del estado normal, la energía que se libera es $6{,}203-0{,}617 = 5{,}586$ MeV, correspondiéndole a la partícula α una porción igual a 5,481 MeV (el grupo de partículas α_5). La cantidad relativa de partículas es igual a $\sim 27\%$ para α_0, $\sim 70\%$ para α_1 y sólo un $0{,}01\%$ para α_5. Las cantidades relativas de α_2, α_3 y α_4 son también muy pequeñas (del orden de $0{,}1-1\%$).

[1]) La velocidad con que son expulsadas las partículas α es del orden de 0,1 c. Por esta razón pueden ser utilizadas las expresiones clásicas para el impulso y la energía cinética de la partícula.

El tiempo de vida media τ de los estados excitados para la mayoría de los núcleos está comprendido entre los límites desde 10^{-8} hasta 10^{-15} s [1]). En un tiempo igual, como promedio, a τ, el núcleo hijo transita al estado normal, o a uno menos excitado, emitiendo un fotón γ. En la fig. 70.1 se muestra el surgimiento de fotones γ de seis energías diferentes.

La energía de excitación del núcleo hijo puede ser liberada de otras. El núcleo excitado puede emitir alguna partícula: protón, neutrón, electrón o partícula α. Finalmente, el núcleo excitado, formado

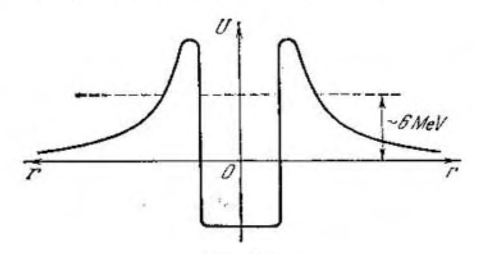


Fig. 70.2.

como resultado de la desintegración α, puede dar el exceso de energía directamente (sin la emisión preliminar de un cuanto γ) a uno de los electrones de las capas K, L e incluso M del átomo, a consecuencia de lo cual el electrón es expulsado del átomo. Este proceso lleva el nombre de *conversión interna*. Los electrones de los niveles energéticos superiores ocuparán el lugar vacante aparecido como resultado de la expulsión del electrón. Por esta razón, la conversión interna va siempre acompañada de la emisión de rayos X característicos.

De manera similar a como el fotón no existe en forma acabada en las entrañas del átomo, sino que surge sólo en el momento de la emisión, la partícula α surge también en el momento de la desintegración radiactiva del núcleo. Al abandonar el núcleo, la partícula α tiene que vencer una barrera de potencial, cuya altura es mayor que la energía total de la partícula α e igual, por término medio, a 6MeV (fig. 70.2). La rama externa de la barrera, la cual tiende asintóticamente a cero, está condicionada por la repulsión culombiana de la partícula α y el núcleo hijo. La rama interna de la barrera está condicionada por las fuerzas nucleares. Los experimentos de la dispersión de las partículas α por núcleos pesados con radiactividad α mostraron que la altura de la barrera es notablemente mayor que la energía de

[1]) En algunos casos el mismo puede ser muy grande (hasta varios años). Los niveles con tales tiempos de vida se denominan isométricos, y el núcleo excitado, isómero.

las partículas α emitidas durante la desintegración. Según las concepciones clásicas, en estas condiciones es imposible que la partícula pueda vencer la barrera de potencial. Sin embargo, según la mecánica cuántica, existe una probabilidad diferente de cero de que la partícula penetre a través de la barrera, como si pasara por un túnel existente en la misma. Este fenómeno denominado efecto túnel fue estudiado en el § 26. La teoría de la desintegración α, fundada en la concepción del efecto túnel, conlleva a resultados que armonizan bien con los datos experimentales.

Desintegración β. Existen tres variedades de desintegración β. En un caso, el núcleo que sufre la transmutación emite un electrón, en otro, un positrón y en el tercero, que se denomina *captura electrónica* (*captura e*), el núcleo absorbe uno de los electrones de la capa K, mucho menos frecuente de la capa L ó M (en lugar de captura e se habla de captura K, captura L o captura M, respectivamente).

El primer tipo de desintegración (*desintegración* β^- o *desintegración electrónica*) transcurre según el esquema:

$$^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A}_{Z+1}\mathrm{Y} + {}^{0}_{-1}e + \tilde{\nu}. \tag{70.7}$$

Le asignamos al electrón β un número de carga $Z = -1$ y un número de masa $A = 0$ para subrayar la conservación de la carga y el número de nucleones en el proceso de desintegración β.

Del esquema (70.7) se infiere que el núcleo hijo tiene un número atómico mayor en una unidad que el núcleo precursor. Los números de masa de ambos núcleos son iguales. Junto con el electrón es emitido también un antineutrino $\tilde{\nu}$. Todo el proceso ocurre de tal forma, como si uno de los neutrones del núcleo $^{A}_{Z}\mathrm{X}$ se convirtiese en un protón, sufriendo la transmutación según el esquema (66.7). En términos generales, el proceso (66.7) es un caso particular del proceso (70.7). Por esto se dice que el neutrón libre es radiactivo β.

La desintegración β puede ir acompañada de la emisión de rayos γ. El mecanismo de su aparición es el mismo que en el caso de la desintegración α, o sea, el núcleo hijo surge no sólo en estado normal, sino también en estado excitado. Al transitar luego a un estado de menor energía, el mismo emite un fotón γ.

La transmutación del torio $^{234}\mathrm{Th}$ en protactinio $^{234}\mathrm{Pa}$ con la emisión de un electrón y un antineutrino puede servir de ejemplo de desintegración β^-:

$$^{234}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{234}_{91}\mathrm{Pa} + {}^{0}_{-1}e + \tilde{\nu}.$$

A diferencia de las partículas α, las que poseen una energía estrictamente definida en los límies de un grupo dado, los electrones β poseen una energía cinética muy diversa desde 0 hasta $E_{\text{máx}}$. En la fig. 70.3 se muestra el espectro energético de los electrones emiti-

dos por los núcleos durante la desintegración β. El área que abarca la curva da el número total de electrones emitidos en la unidad de tiempo, dN es el número de electrones cuya energía se encuentra en el intervalo dE. La energía $E_{máx}$ corresponde a la diferencia entre la masa del núcleo precursor y la masa de los electrones y del núcleo hijo. Por consiguiente, las desintegraciones, para las cuales la energía del electrón E es mayor que $E_{máx}$ transcurren con una violación aparente de la ley de la conservación de la energía.

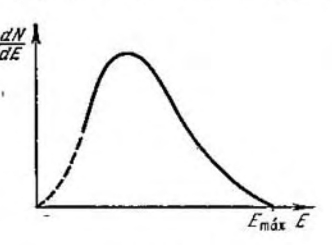


Fig. 70.3.

Para explicar la desaparición de la energía $E_{máx} - E$, W. Pauli en el año 1932 enunció la suposición, según la cual, durante la desintegración β, junto con el electrón se emite una partícula más, la que se lleva consigo la energía $E_{máx} - E$. Como esta partícula no se manifiesta de ninguna forma, hubo que aceptar que la misma era neutra y poseía una masa en reposo bastante pequeña (en el presente se ha establecido que la masa en reposo de esta partícula es igual a cero). A proposición de E. Fermi, esta partícula hipotética fue denominada *neutrino* [1]) (que significa «pequeño neutrón»).

Existe un fundamento más para la suposición acerca del neutrino, (o antineutrino). El espín del neutrón, del protón y del electrón es el mismo e igual a $^1/_2$. Si escribimos el esquema (70.7) sin el antineutrino, el espín sumatorio de las partículas resultantes (el cual puede ser igual a cero o a la unidad para dos partículas con $s = {}^1/_2$) se diferenciará del de la partícula inicial. De esta manera, la participación de una partícula más en la desintegración β está dictada por la ley de la conservación del momento de impulso, y a la misma debe asignársele un espín igual a $^1/_2$ (o a $^3/_2$). Está establecido que el espín del neutrino (o del antineutrino) es igual a $^1/_2$.

La demostración experimental directa de la existencia del neutrino se hizo sólo en el año 1956.

De esta manera, la energía que se libera durante la desintegración β^- se distribuye entre el electrón y el antineutrino (o entre el positrón y el neutrino, véase más adelante) en las proporciones más variadas.

El segundo tipo de desintegración (*desintegración* β^+ *o positrónica*) transcurre según el esquema:

$$ {}^A_ZX \to {}_{Z-1}^{\ A}Y + {}_{+1}^{\ 0}e + \nu. \qquad (70.8)$$

[1]) Según la clasificación aceptada hoy en día, durante la desintegración β^- se emite un antineutrino y no un neutrino.

La transmutación del nitrógeno ^{13}N en carbono ^{13}C puede servir de ejemplo:

$$^{13}_{7}N \rightarrow {}^{13}_{6}C + {}_{+1}^{0}e + \nu.$$

Del esquema (70.8) se infiere que el número atómico del núcleo hijo es menor en una unidad que el del precursor. El proceso va acompañado de la emisión de un positrón e^+ (en la fórmula (70.8) el mismo se representa simbólicamente por ${}_{+1}^{0}e$) y un neutrino ν. Es posible también el surgimiento de rayos γ. El positrón es la antipartícula del electrón. Por consiguiente, ambas partículas emitidas durante la desintegración (70.8) son antipartículas con relación a las emitidas durante la desintegración (70.7).

El proceso de desintegración β^+ transcurre de forma tal, como si uno de los protones del núcleo original se convirtiera en un neutrón, emitiendo con ello un positrón y un neutrino:

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu. \qquad (70.9)$$

Para un protón libre este proceso es imposible por consideraciones energéticas, ya que la masa del protón es menor que la del neutrón. No obstante, el protón en el núcleo puede obtener la energía necesaria de los otros nucleones que entran en la composición de aquél.

El tercer tipo de desintegración β (*la captura electrónica*) consiste en que el núcleo absorbe uno de los electrones K (menos frecuentemente uno de los electrones M o L) de su átomo, como resultado de lo cual uno de los protones se convierte en un neutrón, emitiendo con ello un neutrino.

$$p + e^- \rightarrow n + \nu.$$

El núcleo resultante puede encontrarse en estado excitado. Al transitar luego a un estado energético inferior, el mismo emite fotones γ. El esquema del proceso tiene la siguiente forma:

$$^{A}_{Z}X + {}_{-1}^{0}e \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + \nu. \qquad (70.10)$$

El lugar liberado en la capa electrónica por el electrón absorbido se ocupa por electrones de las capas superiores, a consecuencia de lo cual aparecen rayos X. La captura electrónica se descubre fácilmente por la emisión de rayos X de que va acompañada. Precisamente de esta forma fue descubierta la captura K por Alvarez en el año 1937.

La transmutación del potasio ^{40}K en agrón ^{40}Ar puede servir de ejemplo de captura electrónica:

$$^{40}_{19}K + {}_{-1}^{0}e \rightarrow {}^{40}_{18}Ar + \nu.$$

Fisión espontánea de los núcleos pesados. En el año 1940, los físicos soviéticos G. N. Flérov y K. A. Petrzhak descubrieron el pro-

ceso de fisión espontánea de los núcleos de uranio en dos partes aproximadamente iguales. Con posterioridad este fenómeno fue observado en muchos otros núcleos pesados. La fisión espontánea, por sus características, es semejante a la fisión inducida, que será estudiada en el § 72.

Radiactividad protónica. Como se deduce de su nombre, en el caso de la radiactividad protónica el núcleo experimenta una transmutación, emitiendo uno o dos protones (en el último caso se dice radiactividad diprotónica). Este tipo de radiactividad se observó por primera vez en el año 1963 por un grupo de físicos soviéticos dirigido por G. N. Flérov.

Actividad de una sustancia radiactiva. Se denomina actividad de una sustancia radiactiva el número de desintegraciones que tienen lugar en la misma por la unidad de tiempo. Si en el tiempo dt se desintegra dN_{desint} núcleos, la actividad es igual a dN_{desint}/dt. Según (70.1)

$$dN_{\text{desint}} = |dN| = \lambda N\, dt,$$

de donde se infiere que la actividad de una preparación radiactiva es igual a λN, o sea, al producto de la constante de desintegración por el número de núcleos sin desintegrar existentes en la preparación.

En el sistema internacional de unidades (SI), la unidad de actividad es desintegraciones/segundo. Se permite la utilización de unidades fuera de sistemas: desintegraciones/minuto y curie (Ci). La unidad de actividad, denominada curie, se define como la actividad de una preparación, en la cual ocurren $3{,}700 \cdot 10^{10}$ actos de desintegración por segundo. Se utilizan unidades fraccionarias (milicurie, microcurie, etc.), así como unidades múltiplos (kilocurie, megacurie).

§ 71. Reacciones nucleares

Llámase reacción nuclear el proceso de interacción fuerte del núcleo atómico con una partícula elemental o con otro núcleo, el cual conlleva a la transmutación del núcleo (o de los núcleos). La interacción de las partículas reaccionantes ocurre al aproximarse éstas a una distancia de 10^{-13} cm gracias a la acción de las fuerzas nucleares.

El tipo más frecuente de reacción nuclear es la interacción de una partícula ligera a con el núcleo X, como resultado de la cual se forman una partícula ligera b y un núcleo Y:

$$\mathrm{X} + a \rightarrow \mathrm{Y} + b.$$

Es usual escribir abreviadamente la ecuación de estas reacciones en forma:

$$\mathrm{X}\,(a,\, b)\,\mathrm{Y}. \tag{71.1}$$

Entre paréntesis se indican las partículas ligeras que intervienen en la reacción, primero, la original, después, la resultante.

En calidad de partículas ligeras a y b pueden figurar el neutrón (n), el protón (p), el deuterón (d), la partícula alfa (α) y el fotón γ (γ).

Las reacciones nucleares pueden ir acompañadas lo mismo del desprendimiento que de absorción de energía. La cantidad de energía liberada se denomina *energía de la reacción*. Esta se define por la diferencia de las masas (expresadas en unidades de energía) de los núcleos original y resultante. Si la suma de las masas de los núcleos resultantes es mayor que la de las masas de los núcleos originales, la reacción transcurre con absorción de energía y la energía de la reacción será negativa.

En el año 1936, N. Bohr estableció que las reacciones provocadas por partículas no muy rápidas transcurren en dos etapas. La primera consiste en la captura de la partícula a al acercarse ésta al núcleo X, y la formación de un núcleo intermedio Π, denominado *núcleo compuesto* o *compound*. La energía que trae la partícula a (formada por la energía cinética de la partícula y la energía de su enlace con el núcleo) se redistribuye en un período de tiempo muy corto entre todos los nucleones del núcleo compuesto, como resultado de lo cual este último resulta en estado excitado. En la segunda etapa, el núcleo compuesto emite la partícula b. De manera simbólica, este proceso en dos etapas de la reacción se escribe de la siguiente forma:

$$X + a \rightarrow \Pi \rightarrow Y + b. \qquad (71.2)$$

Si la partícula emitida es idéntica a la capturada ($b \equiv a$), el proceso (71.2) se denomina *dispersión*. En el caso cuando la energía de la partícula b es igual a la de la partícula a ($E_b = E_a$), la dispersión es *elástica*, en el caso contrario (o sea cuando $E_b \neq E_a$) es *inelástica*. La reacción nuclear tiene lugar, si la partícula b no es idéntica a a.

El período de tiempo $\tau_{\text{núcl}}$ que necesita un nucleón de energía del orden de 1 MeV (lo que corresponde a una velocidad del nucleón $\sim 10^9$ cm/s) para recorrer la distancia igual al diámetro del núcleo ($\sim 10^{-12}$ cm) se denomina *tiempo nuclear* (o *tiempo de tránsito nuclear*). El mismo es igual, por el orden de su magnitud, a:

$$\tau_{\text{núcl}} \sim \frac{10^{-12}\ \text{cm}}{10^{9}\ \text{cm/s}} = 10^{-21}\ \text{s}. \qquad (71.3)$$

El tiempo de vida media del núcleo compuesto (igual a 10^{-14} — —10^{-12} s) es varios órdenes mayor que el de tránsito nuclear $\tau_{\text{núcl}}$. Por consiguiente, la desintegración del núcleo compuesto (o sea, la emisión de la primera etapa de la reacción, que consiste en la captura de la partícula a (el núcleo compuesto se comporta como si «olvidara» cómo fue formado). Un mismo núcleo compuesto puede desinte-

grarse de diferentes maneras, además el carácter de las mismas y sus probabilidades relativas no dependen de la forma en que surgió el núcleo compuesto.

Las reacciones provocadas por nucleones rápidos y deuterones transcurren sin la formación del núcleo intermedio y se denominan *interacciones nucleares directas*. Una reacción típica es la *de ruptura* del deuterón (de desgajamiento), la que se observa durante los choques no centrales de un deuterón con el núcleo. Durante estos choques, uno de los nucleones del deuterón peude caer en la zona de acción de las fuerzas nucleares y ser capturado por el núcleo, mientras que otro nucleón queda fuera de la zona de acción de estas fuerzas y pasa sin detenerse. De manera simbólica, esta reacción puede ser representada en forma (d, p) o (d, n).

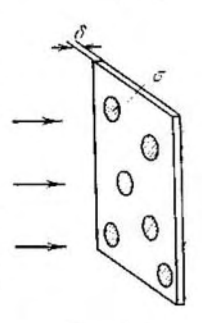


Fig. 71.1.

La reacción inversa a la de ruptura del deuterón es la *reacción de captura* o sea, el nucleón incidente (n o p) arranca un nucleón (p o n) del núcleo, convirtiéndose con ello en un deuterón: (n, d) o (p, d).

En física nuclear es habitual caracterizar la probabilidad de interacción con ayuda de la *sección eficaz* σ. El sentido de esta magnitud consiste en lo siguiente. Sea un haz de partículas, por ejemplo neutrones, que incide sobre un blanco tan fino que los núcleos del mismo no se sobreponen unos a otros (fig. 71.1). Si los núcleos fueran esferas sólidas con una sección transversal σ y las partículas incidentes esferas sólidas con una sección infinitesimal, la probabilidad de que la partícula incidente choque con uno de los núcleos del blanco sería igual a:

$$P = \sigma n \delta$$

donde n es la concentración de los núcleos, o sea, su númreo en la unidad de volumen del blanco y δ, el grosor del blanco ($\sigma n \delta$ define la porción relativa del área del blanco ocupada por núcleos-esferas).

Supongamos que sobre el blanco incide un flujo de partículas N[1]) perpendicular a su superficie. En este caso, la cantidad ΔN de aquellas que sufrirán choques con los núcleos del blanco en la unidad de tiempo se define por la fórmula:

$$\Delta N = NP = N\sigma n \delta. \tag{71.4}$$

Por consiguiente, determinando la cantidad relativa de partículas que sufren choques $\Delta N/N$, podría calcularse la sección transversal

[1]) Recordemos que se denomina flujo de partículas el número de éstas que pasan a través de cierta superficie en la unidad de tiempo.

$\sigma = \pi r^2$ del núcleo por la fórmula:

$$\sigma = \frac{\Delta N}{N n \delta}. \tag{71.5}$$

En realidad, ni los núcleos del blanco ni las partículas que inciden sobre el mismo son esferas sólidas. Sin embargo, de manera análoga al modelo de las esferas en choque, para caracterizar la probabilidad de interacción se utiliza la magnitud σ definida por la fórmula (71.5), en la cual por ΔN no se entiende el número de partículas que chocan, sino el de las que interaccionaron con los núcleos del blanco. Esta magnitud se denomina sección eficaz para una reacción (o proceso) dada.

En el caso de un blanco grueso, el flujo de partículas se irá debilitando a medida que pasa a través del mismo. Dividiendo el blanco en capas delgadas, escribamos la relación (71.4) para una capa de grosor dx, que se encuentra a una profundidad x de la superficie:

$$dN = -N(x)\,\sigma n\,dx,$$

donde $N(x)$ es el flujo de partículas a la profundidad x. Escribimos el signo menos para que dN pueda ser considerado como el incremento (y no el debilitamiento) del flujo a lo largo de dx. La integración de esta ecuación conduce a la relación:

$$N(\delta) = N_0 \exp(-\sigma n \delta),$$

en la cual N_0 es el flujo inicial y $N(\delta)$, el flujo a la profundidad δ. De esta forma, midiendo el debilitamiento del flujo de partículas, al pasar éstas a través de un blanco de grosor δ, puede determinarse la sección de la interacción mediante la fórmula:

$$\sigma = \frac{1}{n\delta} \ln \frac{N_0}{N(\delta)}. \tag{71.6}$$

La sección eficaz de los procesos nucleares se expresa habitualmente en unidades que recibieron el nombre de *barn*:

$$1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2. \tag{71.7}$$

Rutherford en el año 1919, realizó por primera vez una reacción nuclear. Al bombardear nitrógeno con partículas α, emitidas por una fuente radiactiva, algunos núcleos de nitrógeno se convirtieron en núcleos de oxígeno, emitiendo con ello un protón. La ecuación de esta reacción tiene la forma:

$${}^{14}_{7}\text{N}(\alpha, p){}^{17}_{8}\text{O}$$

Rutherford utilizó proyectiles naturales, o sea, partículas α para la desintegración del núcleo atómico. La primera reacción nuclear provocada artificialmente por partículas aceleradas fue realizada por

Cockcroft y Walton en el año 1932. Ellos aceleraron protones hasta una energía del orden de 0,8 MeV con ayuda del llamado multiplicador de tensión y observaron la reacción:

$$^7_3\text{Li}\,(p,\ \alpha)\,^4_2\text{He}$$

Con posterioridad, a medida que se desarrolló la técnica de la aceleración de partículas cargadas, se ha multiplicado el número de transmutaciones nucleares realizadas de manera artificial.

Las reacciones provocadas por neutrones tienen la mayor importancia. A diferencia de las partículas cargadas (p, d, α), los neutrones no sufren la repulsión colombiana, a consecuencia de lo cual éstos pueden penetrar en los núcleos, teniendo una energía bastante pequeña. Las secciones eficaces de las reacciones aumentan habitualmente al disminuir la energía de los neutrones. Esto puede ser explicado por el hecho de que mientras menor sea la velocidad del neutrón, mayor será el tiempo que el mismo pasará en la esfera de acción de las fuerzas nucleares, al pasar cerca del átomo, y por consiguiente, mayor será la probabilidad de su captura. Por esto, muchas secciones eficaces varían como $1/v \sim E^{-1/2}$. Sin embargo, con frecuencia se observa el caso cuando la sección de captura de los neutrones tiene un máximo ostensiblemente definido para neutrones con una determinada energía E_r. En la fig. 71.2 se muestra, en calidad de ejemplo, la curva de la dependencia entre la sección de captura del neutrón por el núcleo ^{238}U y la energía del neutrón E. La escala en ambos ejes es logarítmica. En este caso la dependencia $\sigma \sim E^{-1/2}$ se expresa por una línea recta, cuya ecuación es: $\ln \sigma = \text{const} - {}^1/_2 \ln E$. Del gráfico se infiere que, excepto en la zona de energías próxima a 7 eV, la forma de la dependencia entre $\ln \sigma$ y $\ln E$ es, en efecto, cercana a una línea recta. A $E = E_r = 7$ eV la sección de captura crece bruscamente, alcanzando 23 000 barn. La forma de la curva indica que el fenómeno tiene carácter de resonancia. Semejante absorción por resonancia tiene lugar en el caso cuando la energía, que aporta el neutrón al núcleo compuesto, es exactamente igual a la necesaria para llevar el núcleo compuesto a un nivel energético excitado. De manera similar, para los fotones, cuya energía es igual a la diferencia entre las energías del primer nivel excitado y el nivel fundamental, la probabilidad de absorción es particularmente grande (absorción por resonancia de la luz).

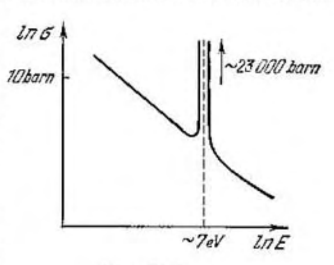


Fig. 71.2.

Es de interés la reacción:

$$^{14}_{7}N(n, p)^{14}_{6}C,$$

la cual transcurre constantemente en la atmósfera bajo la acción de los neutrones formados por los rayos cósmicos. El carbono $^{14}_{6}C$ que aparece con ello se denomina radiocarbono, ya que el mismo posee radiactividad β, su período de semidesintegración es de 5730 años. El radiocarbono es asimilado durante la fotosíntesis por las plantas y participa en la circulación de las sustancias en la naturaleza.

La cantidad de núcleos de radiocarbono ΔN_+, que surgen en la atmósfera en la unidad de tiempo, por término medio se mantiene constante. La cantidad de núcleos que se desintegran ΔN_- es proporcional al número de núcleos N existentes:

$$\Delta N_- = kN.$$

Como el período de semidesintegración del carbono es muy grande, se establece una concentración de equilibrio de núcleos de ^{14}C en el carbono normal, la que cumple la condición:

$$\Delta N_+ = \Delta N_- \quad \text{o bien} \quad \Delta N_+ = kN.$$

Investigaciones especiales mostraron que a consecuencia de la acción de los vientos y las corrientes oceánicas la concentración de equilibrio del ^{14}C en diferentes partes del globo terráqueo es la misma y corresponde aproximadamente a 14 desintegraciones por minuto por cada gramo de carbono.

Mientras el organismo está vivo, la disminución del ^{14}C en el mismo debido a la radiactividad se compensa a cuenta de la participación en la circulación de las sustancias en la naturaleza. En el momento de la muerte del organismo, el proceso de asimilación se detiene enseguida y la concentración de ^{14}C en el carbono normal comienza a disminuir según la ley de la desintegración radiactiva. Por consiguiente, midiendo la concentración de ^{14}C en los restos de los organismos (en la madera, los huesos, etc.) puede determinarse la fecha de su muerte, o lo que es lo mismo, su edad. La comprobación de este método en muestras antiguas, cuya edad ha sido determinada exactamente por métodos históricos, dio resultados completamente satisfactorios.

§ 72. Fisión de los núcleos

En el año 1938, los científicos alemanes O. Hahn y F. Strassmann descubrieron que al bombardear uranio con neutrones se forman elementos del centro de la tabla periódica: bario y lantano. La explicación de este fenómeno fue dada por O. Frisch y Lise Meitner. Ellos enunciaron la suposición de que el núcleo que captura el neutrón se

divide (fisiona) en dos partes aproximadamente iguales, que recibieron el nombre de *fragmentos de fisión*.

Las investigaciones posteriores mostraron que la fisión puede ocurrir por diferentes vías. En total se forman cerca de 80 fragmentos diferentes con la particularidad de que la fisión es más probable en fragmentos, cuyas masas están en proporción de 2 : 3. La curva representada en la fig. 72.1 muestra el rendimiento relativo (en por ciento) de los fragmentos de masa diferente que surgen al fisionarse el ^{235}U por neutrones lentos (*térmicos* [1]) (la escala por el eje de ordenadas es logarítmica). De esta curva se infiere que el número relativo de actos de desintegración, para los que se forman dos fragmentos de igual masa ($A \approx 117$), es de 10^{-2}%, mientras que la formación de fragmentos con números de masa del orden de 95 y 140 ($95 : 140 \approx 2 : 3$) se observa en el 7% de los casos.

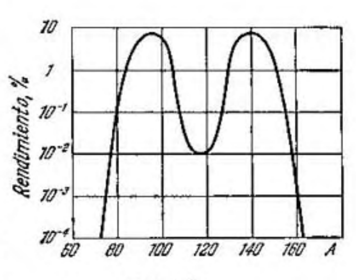


Fig. 72.1.

La energía de enlace específica para los núcleos de masa media es aproximadamente en 1 MeV mayor que en los núcleos pesados (véase fig. 67.1). De aquí queda claro que la fisión nuclear debe ir acompañada del desprendimiento de una gran cantidad de energía. Pero resultó ser particularmente importante la circunstancia de que durante la fisión de cada núcleo se liberan varios neutrones. La cantidad relativa de neutrones en los núcleos pesados es palpablemente mayor que en los núcleos medios. Por esto, los fragmentos resultan estar recargados de neutrones, como resultado de lo cual los mismos liberan varios de ellos. La mayoría de los neutrones se emiten instantáneamente (en un tiempo menor de $\sim 10^{-14}$ s). Una parte (cerca del 0,75%) de los neutrones, denominados *retardados*, se emite no instantáneamente, sino con un retardo desde 0,05 s hasta 1 min. Por término medio, a cada acto de fisión le corresponden 2,5 neutrones emitidos.

La liberación de neutrones instantáneos y retardados no elimina completamente la sobrecarga por neutrones de los fragmentos de fisión. Por esto, los fragmentos resultan ser en su mayoría radiactivos y sufren una cadena de transmutaciones β, que van acompañadas de la emisión de rayos γ. Aclaremos lo dicho con un ejemplo. Una

[1] Se denominan térmicos aquellos neutrones que se encuentran en equilibrio térmico con los átomos de la sustancia. La energía de los mismos es aproximadamente igual a 0,03 eV.

de las vías por la que se realiza la fisión, es la siguiente:

$$^{235}_{92}U + n \rightarrow {}^{140}_{55}Cs + {}^{94}_{37}Rb + 2n.$$

Los fragmentos de fisión, cesio y rubidio, sufren las transmutaciones:

$$^{140}_{55}Cs \rightarrow {}^{140}_{56}Ba \rightarrow {}^{140}_{57}La \rightarrow {}^{140}_{58}Ce,$$

$$^{94}_{37}Rb \rightarrow {}^{94}_{38}Sr \rightarrow {}^{94}_{39}Y \rightarrow {}^{94}_{40}Zr.$$

Los productos finales, el cerio ^{140}Ce y el zirconio ^{94}Zr son estables.

Además del uranio, el torio ($^{232}_{90}Th$), el protactinio ($^{231}_{91}Pa$) y también el elemento transuránido plutonio ($^{239}_{94}Pu$) se fisionan al ser bombardeados con neutrones [1]. Los neutrones de energías superaltas (del orden de varios cientos de MeV) provocan también la fisión de núcleos más ligeros. Los núcleos de ^{235}U y ^{239}Pu se fisionan por neutrones de cualquier energía, pero particularmente bien por neutrones lentos. Estos fisionan también el ^{233}U y ^{230}Th, pero estos isótopos no se encuentran en la naturaleza, sino se obtienen de forma artificial.

El núcleo de ^{238}U se fisiona solamente por neutrones rápidos (con energías mayores de ~ 1 MeV). A energías menores, los neutrones son absorbidos por los núcleos de ^{238}U sin provocar la fisión subsiguiente. Como resultado, se forma el núcleo de ^{239}U, cuya energía de excitación se libera en forma de un fotón γ. Por esto tal fenómeno se denomina *captura radiactiva* (reacción (n, γ)). La sección eficaz de este proceso crece bruscamente a una energía de los neutrones aproximadamente igual a 7 eV, alcanzando 23 000 barn (véase fig. 71.2). La sección de captura de neutrones térmicos por el núcleo de ^{238}U es menor de 3 barn.

El núcleo de ^{239}U formado como resultado de la captura de un neutrón es inestable (su período de semidisentegración T es igual a 23 min). Este se transforma en el núcleo del elemento transuránido ^{239}Np, emitiendo un electrón, un antineutrino y un fotón γ. El neptunio sufre también una desintegración β ($T = 2{,}3$ días), convirtiéndose en plutonio ^{239}Pu. Esta cadena de transmutaciones luce de la siguiente forma:

$$^{239}_{92}U \xrightarrow{(25\ \text{min})} {}^{239}_{93}Np \xrightarrow{(2{,}3\ \text{días})} {}^{239}_{94}Pu. \qquad (72.1)$$

El plutonio es α radiactivo, sin embargo, su período de semidesintegración es tan grande (24 400 años) que puede ser considerado estable.

La captura radiactiva de neutrones por el núcleo de torio ^{232}Th conlleva a la formación del isótopo fisible del uranio ^{233}U, el cual no

---

[1]) La fisión de núcleos pesados puede ser provocada no sólo con neutrones sino también con otras partículas: protones, deuterones, partículas α y fotones γ. En el último caso se dice sobre la fotofisión nuclear.

existe en el uranio natural:

$$^{232}_{90}\mathrm{Th}+n\longrightarrow {}^{233}_{90}\mathrm{Th}\xrightarrow{(22\ \mathrm{min})}{}^{233}_{91}\mathrm{Ac}\xrightarrow{(27\ \mathrm{días})}{}^{233}_{92}\mathrm{U}.$$

El uranio-233 es α-radiactivo ($T = 162\,000$ años).

La emisión de varios neutrones durante la fisión de los núcleos de ^{235}U, ^{239}Pu y ^{233}U hace posible la realización de la *reacción nuclear en cadena*. En efecto, los z neutrones emitidos durante la fisión de un núcleo pueden provocar la fisión de z núcleos, como resultado de lo cual serán emitidos z^2 nuevos neutrones, los que provocarán la fisión de z^2 núcleos, etc. De esta manera, la cantidad de neutrones que nacen en cada generación crece en progresión geométrica. Los neutrones emitidos durante la fisión de los núcleos de ^{235}U tienen como promedio una energía ~ 2 MeV, lo que corresponde a una velocidad $\sim 2\cdot10^9$ cm/s. Por esto, el tiempo que transcurre entre la emisión del neutrón y su captura por un nuevo núcleo fisible es muy pequeño, de manera que el proceso de multiplicación de los neutrones en la sustancia fisible transcurre bastante rápidamente.

El cuadro descrito es ideal. El proceso de multiplicación de los neutrones transcurriría de la forma descrita a condición de que todos los neutrones emitidos se absorbiesen por los núcleos fisibles. En realidad, todo está muy lejos de ser así. Antes que todo, debido a las dimensiones finitas del cuerpo fisible y al gran poder de penetración de los neutrones, muchos de ellos abandonarán la zona de la reacción antes de ser capturados por algún núcleo y que sea provocada su fisión. Además, una parte de los neutrones será absorbida por los núcleos de las impurezas no fisibles, a consecuencia de lo cual estos neutrones salen del juego sin provocar fisión y, por consiguiente, sin procrear nuevos neutrones.

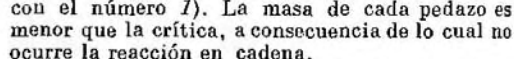
El volumen del cuerpo crece como el cubo, y la superficie, como el cuadrado de las dimensiones lineales. Por esto, la porción relativa de los neutrones que vuelan hacia el exterior disminuye al aumentar la masa de la sustancia fisible.

El uranio natural contiene un 99,27% del isótopo ^{238}U, 0.72% de ^{235}U y cerca de un 0,01% del ^{234}U. Por consiguiente, a cada núcleo de ^{235}U, fisible bajo la acción de neutrones lentos, le corresponden 140 núcleos de ^{238}U, los cuales capturan los neutrones menos rápidos, sin fisionarse con ello. Por esto, en el uranio natural no ocurre la reacción de fisión en cadena.

La reacción nuclear en cadena en el uranio puede ser realizada de dos modos. El primero consiste en la extracción del isótopo fisible ^{235}U del uranio natural. A consecuencia de la identidad química de los isótopos, la separación de éstos es un problema bastante difícil. No obstante, fue solucionado de varias maneras.

En un pedazo de ^{235}U (ó ^{239}Pu) puro cada neutrón capturado por un núcleo provoca un acto de fisión y la emisión de $\sim 2{,}5$ nuevos neu-

trones. Sin embargo, si la masa de este pedazo es menor que un cierto valor crítico, la mayoría de los neutrones emitidos volará hacia el exterior sin provocar la fisión, de manera que la reacción en cadena no ocurre. En una masa mayor que la crítica, los neutrones se multiplican rápidamente y la reacción adquiere un carácter de explosión. En esto se fundamenta el principio de la *bomba atómica.* Su carga nuclear son dos o más pedazos el ^{235}U ó ^{239}Pu casi puros (en la fig. 72.2 éstos se designan con el número *1*). La masa de cada pedazo es


menor que la crítica, a consecuencia de lo cual no ocurre la reacción en cadena.

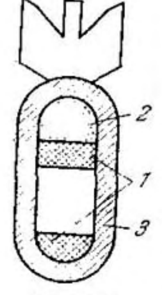
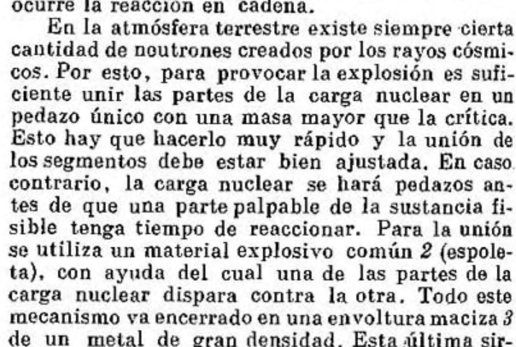


Fig. 72.2.


En la atmósfera terrestre existe siempre cierta cantidad de neutrones creados por los rayos cósmicos. Por esto, para provocar la explosión es suficiente unir las partes de la carga nuclear en un pedazo único con una masa mayor que la crítica. Esto hay que hacerlo muy rápido y la unión de los segmentos debe estar bien ajustada. En caso contrario, la carga nuclear se hará pedazos antes de que una parte palpable de la sustancia fisible tenga tiempo de reaccionar. Para la unión se utiliza un material explosivo común *2* (espoleta), con ayuda del cual una de las partes de la carga nuclear dispara contra la otra. Todo este mecanismo va encerrado en una envoltura maciza *3* de un metal de gran densidad. Esta última sirve de reflector de los neutrones y además impide que la carga nuclear se pulverice antes de que el número máximo posible de sus núcleos libere toda la energía durante la fisión. La reacción en cadena en la bomba atómica transcurre con neutrones rápidos. Durante la explosión sólo una parte de la carga nuclear tiene tiempo de reaccionar.

En los *reactores nucleares* se utiliza otra forma de la reacción en cadena. El uranio natural (o un tanto enriquecido en el isótopo ^{235}U) sirve de material fisible en los reactores. Para evitar la captura radiactiva de los neutrones por los núcleos de ^{238}U (la cual se hace particularmente intensa a una energía de los neutrones aproximadamente igual a 7 eV) se colocan bloques pequeños del material fisible a cierta distancia unos de otros y los espacios entre ellos se llenan con el moderador, o sea, una sustancia en la cual los neutrones son frenados hasta velocidades térmicas. La sección de captura de los neutrones térmicos por el núcleo de ^{238}U es sólo de 3 barn, mientras que la sección de fisión del ^{235}U por aquéllos es casi 200 veces mayor (580 barn). Por esto, aunque los neutrones chocan con los núcleos de ^{238}U 140 veces más frecuentemente que con los de ^{235}U, la captura radiactiva ocurre con menos frecuencia que la fisión y a grandes dimensiones críticas de todo el mecanismo, el factor de multiplicación de los neutrones (o sea, la relación entre las cantidades de neutrones

surgidos en dos generaciones continuas) puede alcanzar valores mayores que la unidad.

La moderación de los neutrones se realiza a cuenta de la dispersión elástica. En este caso, la energía perdida por la partícula frenada depende de la relación entre las masas de las partículas que chocan. La cantidad máxima de energía se pierde en el caso de las masas simétricas (véase § 28 del primer tomo). Desde este punto de vista, el moderador ideal debiese ser una sustancia que contuviese hidrógeno corriente (por ejemplo agua). Sin embargo, estas sustancias resultaron ser poco aptas en calidad de moderadores, porque los protones absorben los neutrones, reaccionando con los mismos:

$$p\ (n,\ \gamma)\ d.$$

Los núcleos del moderador deben poseer una sección de captura de neutrones pequeña y una sección de difusión elástica grande. El deuterón (núcleo de hidrógeno pesado, deuterio D) y también los

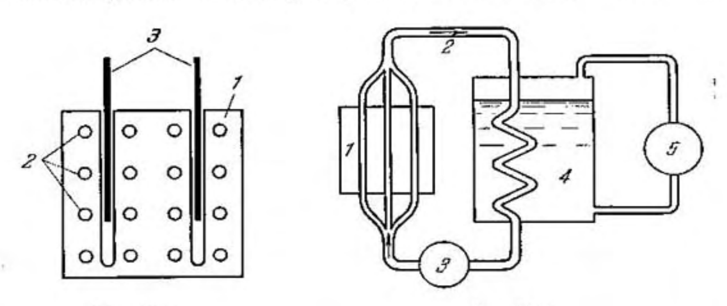


Fig. 72.3. Fig. 72.4.

núcleos de grafito (C) y berilio (Be) cumplen esta condición. Para disminuir la energía del neutrón desde 2 MeV hasta velocidades térmicas en el agua pesada (D_2O) son suficientes $\sim$ 25 choques, en el C o en el Be aproximadamente 100 choques.

El primer reactor de uranio-grafito fue puesto en marcha en diciembre de 1942 en la Universidad de Chicago bajo la dirección del físico italiano E. Fermi. En la Unión Soviética fue puesto en marcha un reactor de este mismo tipo en diciembre de 1946, en Moscú, bajo la dirección de I. V. Kurchátov.

En la fig. 72.3 se muestra el esquema del reactor de uranio-grafito. Con el número *1* se designa el moderador, o sea, el grafito; con el *2*, los bloques de uranio; con el *3*, barras que contienen cadmio o boro. Estas últimas sirven para regular el proceso en el reactor. El

cadmio y el boro absorben intensamente los neutrones. Por esto, la introducción de barras en el reactor disminuye el factor de multiplicación de los neutrones y la extracción de las mismas lo aumenta. Un mecanismo automático especial que controla las barras permite mantener la potencia que se desarrolla en el reactor a un nivel dado. La regulación se facilita por la circunstancia de que una parte de los neutrones, como ya se indicó, no son emitidos instantáneamente, sino con un retardo de 1 min.

Los primeros reactores industriales fueron destinados a la producción de la sustancia fisible para las bombas atómicas, o sea, de plutonio. En estos reactores, una parte de los neutrones emitidos durante la fisión de los núcleos de ^{235}U sirve para mantener la reacción en cadena, la otra sufre la captura radiactiva por los núcleos de ^{238}U, lo que, como ya examinamos, conlleva finalmente a la formación de ^{239}Pu (véase esquema (72.1)). Después de que en los bloques de uranio se acumula una cantidad suficiente de Pu, aquéllos son extraídos del reactor y enviados a un tratamiento químico para la separación del Pu.

La utilización de la energía nuclear con fines pacíficos fue realizada por primera vez en la URSS bajo la dirección de I.V.Kurchátov. En el año 1954 fue puesta en marcha en la Unión Soviética la primera central atómica de una potencia de 5000 kW. En la fig. 72.4 viene dado el esquema de una de éstas. La energía que se libera en la zona activa del reactor *1* es recogida por los agentes de transmisión del calor que circulan por el circuito *2*. La circulación se mantiene por la bomba *3*. Como agentes de transmición del calor se utiliza el agua o metales alcalinos con baja temperatura de fusión, por ejemplo, sodio (T_f = 98 °C). En el intercambiador de calor *4* los agentes de transmición del calor lo entregan al agua, convirtiéndola en vapor, el cual hace girar la turbina *5*.

Los reactores con moderadores funcionan con neutrones lentos (térmicos). Utilizando un combustible enriquecido con isótopos fisibles (^{235}U ó ^{239}Pu) se puede construir un reactor que trabaje con neutrones rápidos. Una parte de los neutrones en estos últimos se utiliza para convertir el ^{238}U en ^{239}Pu o el ^{232}Th en ^{233}U, además la cantidad de núcleos formados capaces de fisionarse con neutrones térmicos puede ser mayor que la de núcleos fisibles gastados en mantener el trabajo del reactor. Por consiguiente, se produce más combustible nuclear que el que se quema en el reactor. Por esto, tales *reactores* se denominan *de producción*.

Como conclusión señalemos que los subproductos de los procesos que transcurren en los reactores nucleares son isótopos radiactivos de muchos elementos químicos, los que encuentran una variada aplicación en biología, medicina y en la técnica.

§ 73. Reacciones termonucleares

La síntesis nuclear, o sea, la unión de núcleos ligeros en un núcleo va acompañada, al igual que la fisión de los núcleos pesados, del desprendimiento de una gran cantidad de energía. Por cuanto para la síntesis de los núcleos se necesitan temperaturas muy elevadas, este proceso se denomina *reacción termonuclear*.

Para franquear la barrera de potencial creada por la repulsión coulombiana, los núcleos con número de orden Z_1 y Z_2 deben poseer una energía:

$$E=\frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_{\text{núcl}}},$$

donde $r_{\text{núcl}}$ es el radio de acción de las fuerzas nucleares igual a $\sim 2\cdot 10^{-13}$ cm. Incluso para los núcleos con $Z_1 = Z_2 = 1$, esta energía es

$$E=\frac{e^2}{r_{\text{núcl}}}=\frac{(4{,}8\cdot 10^{-10})^2}{2\cdot 10^{-13}}=1{,}15\ 10^{-6}\ \text{erg}\approx 0{,}7\ \text{MeV}.$$

A cada núcleo que choca le corresponde una energía de 0,35 MeV. A esta energía media del movimiento térmico le corresponde una temperatura del orden de $2\cdot 10^9$ K. No obstante, la síntesis de los núcleos ligeros puede transcurrir también a temperaturas mucho más bajas. Debido a la distribución fortuita de las partículas por velocidades, existe siempre cierto número de núcleos, cuya energía es mucho mayor que la media. Además, lo que es muy sustancial, la síntesis de los núcleos puede ocurrir, a consecuencia del efecto túnel. Por esto, ciertas reacciones termonucleares transcurren con palpable intensidad a temperaturas del orden de 10^7 K.

Las condiciones son particularmente favorables para la síntesis de los núcleos de deuterio y tritio, debido a que la reacción entre ellos tiene un carácter de resonancia. Son estas sustancias precisamente las que forman la carga de la *bomba de hidrógeno* (o *termonuclear*)[1]). En esta bomba se utiliza como detonante la bomba atómica común, cuya explosión crea una temperatura del orden de 10^7 K. La reacción de síntesis del deuterón (d) y el núcleo de tritio ($^3_1$H)

$$^2_1d+{}^3_1H\rightarrow {}^4_2\text{He}+{}^1_0n$$

va acompañada del desprendimiento de una energía de 17,6 MeV, lo que representa $\sim$ 3,5 MeV por nucleón. A modo de comparación indiquemos que la fisión del núcleo de uranio conlleva al desprendimiento de 0,85 MeV por nucleón.

---

[1]) La primera explosión termonuclear se realizó en la Unión Soviética en el año 1953.

Hasta hace poco se consideraba indudable que la síntesis de los núcleos de hidrógeno en núcleos de helio era la fuente de la energía del Sol[1]) y de las estrellas, la temperatura en cuyas entrañas es de 10^7—10^8 K. Esta síntesis puede realizarse de dos maneras. A temperaturas más bajas tiene lugar el *ciclo protono-protónico*, el cual transcurre de la siguiente forma. Primero ocurre la síntesis de dos protones con la formación de un deuterón, un positrón y un neutrino:

$$p + p \rightarrow d + e^+ + \nu.$$

El deuterón formado, al chocar con un protón, se una a él para dar un núcleo de helio ^{3}He.

$$d + p \rightarrow {}^3_2\mathrm{He} + \gamma.$$

El último eslabón del ciclo consta de la reacción:

$${}^3_2\mathrm{He} + {}^3_2\mathrm{He} \rightarrow {}^4_2\mathrm{He} + p + p.$$

A temperaturas más altas tiene mayor probabilidad el ciclo *del carbono* (o *carbono-nitrógeno*) propuesto por H. Bethe, que está formado por los siguientes eslabones:

$${}^{12}_6\mathrm{C} + {}^1_1p \rightarrow {}^{13}_7\mathrm{N} + \gamma,$$

$${}^{13}_7\mathrm{N} \rightarrow {}^{13}_6\mathrm{C} + e^+ + \nu,$$

$${}^{13}_6\mathrm{C} + {}^1_1p \rightarrow {}^{14}_7\mathrm{N} + \gamma,$$

$${}^{14}_7\mathrm{N} + {}^1_1p \rightarrow {}^{15}_8\mathrm{O} + \gamma,$$

$${}^{15}_8\mathrm{O} \rightarrow {}^{15}_7\mathrm{N} + e^+ + \nu,$$

$${}^{15}_7\mathrm{N} + {}^1_1p \rightarrow {}^{12}_6\mathrm{C} + {}^4_2\mathrm{He}.$$

Como resultado del ciclo del carbono desaparecen cuatro protones, se forma una partícula α y la cantidad de núcleos de carbono permanece invariable. Estos últimos participan en la reacción como catalizadores.

En la bomba de hidrógeno, la reacción termonuclear tiene un carácter incontrolable. Para la realización de *reacciones termonucleares controladas* es necesario crear y mantener una temperatura del orden de 10^8 K en cierto volumen. A una temperatura tan alta la materia es un *plasma* ionizado completamente (véase § 84 del 2do tomo). En el camino de la realización de la reacción termonuclear controlada hay

[1]) A mediados de los años 70 aparecieron fundamentos para dudar de la justeza de esta afirmación. De las ecuaciones de las reacciones que se citan más adelante se infiere que la síntesis de protones va acompañada del desprendimiento de neutrinos, cuya cantidad puede ser valorada. Sin embargo, las mediciones efectuadas mostraron que la cantidad de estos últimos, que son liberados en el Sol, es extremadamente pequeña. Por esto, la cuestión sobre la naturaleza de la energía solar permanece sin aclarar hasta hoy.

enormes dificultades. Junto con la necesidad de obtener temperaturas extraordinariamente altas, surge el problema de mantener el plasma en un volumen dado. El contacto del plasma con las paredes del recipiente conllevará a su enfriamiento. Además, la pared de cualquier material se evaporará inmediatamente a tal temperatura. Por esta razón, para mantener el plasma en un volumen dado hay que utilizar un campo magnético. Las fuerzas que actúan en este campo sobre las partículas cargadas en movimiento las obligan a moverse por trayectorias situadas en una parte limitada del espacio.

La realización de la síntesis termonuclear controlada le dará al hombre una fuente prácticamente inagotable de energía. Por esto, en muchos países se llevan a cabo trabajos dirigidos en esta dirección. Éstos alcanzan particular envergadura en la URSS y los EE.UU.

CAPÍTULO XI

PARTÍCULAS ELEMENTALES

§ 74. Clases de partículas elementales y tipos de interacción

Resulta ser algo difícil dar una definición rigurosa al concepto de partícula elemental. Como una primera aproximación pueden considerarse partículas elementales aquellas micropartículas cuya estructura interna, al nivel actual del desarrollo de la física, no puede ser representada como la unión de otras partículas. En todos los fenómenos observados hasta el presente, cada una de ellas se comporta como un todo único. Las partículas elementales pueden transmutarse unas en otras. En el capítulo anterior encontramos ejemplos de estas transmutaciones (véase (66.7), (69.3), (69.4) y (69.5)).

Para poder explicar el comportamiento y las propiedades de las partículas elementales hay que asignarles además de la masa, la carga eléctrica y el espín, una serie de magnitudes complementarías que les son características (números cuánticos) sobre las que hablaremos más adelante.

Se conocen cuatro tipos de interacción entre las partículas elementales: fuerte, electromagnética, débil y gravitacional (las hemos enumerado en orden decreciente de su intensidad).

Es usual caracterizar la intensidad de la interacción con ayuda de la llamada constante de interacción, la que es un parámetro adimensional, que define la probabilidad de los procesos condicionados por el tipo de interacción dado. La relación de los valores de las constantes da la intensidad relativa de las interacciones correspondientes.

Interacción fuerte. Este tipo de interacción garantiza el enlace entre los nucleones en el núcleo. La constante de la interacción fuerte tiene una magnitud del orden de 10. La mayor distancia a la que se manifiesta esta interacción (radio de acción r) es de 10^{-13} cm, aproximadamente.

Interacción elecrtomagnética. La constante de interacción es igual a $^1/_{137} \approx 10^{-2}$ (véase fórmula (31.9) y el texto que le sigue). Su radio de acción es ilimitado ($r = \infty$).

Interacción débil. Esta interacción es la responsable por todos los tipos de desintegración β de los núcleos (incluyendo la captura e), por muchas desintegraciones de las partículas elementales y por todos los procesos de interacción del neutrino con la materia. La constante de interacción es del orden de 10^{-14}. La interacción débil, así como la fuerte, es de corto radio de acción.

Interacción gravitacional. La constante de interacción tiene un valor del orden de 10^{-39}. El radio de acción es ilimitado ($r = \infty$).

La interacción gravitacional es universal. A ella se le someten todas las partículas elementales sin excepción. Sin embargo, en los procesos del micromundo ella no juega un papel notable.

En la tabla 74.1 se dan los valores (por el orden de su magnitud) de las constantes de los diferentes tipos de interacción. En la última

Tabla 74.1

Tipo de interacción	Constante de interacción	Tiempo de vida, s
Fuerte	10	10^{-23}
Electromagnética	10^{-2}	10^{-16}
Débil	10^{-14}	10^{-8}
Gravitacional	10^{-39}	—

columna de la misma se indica el tiempo de vida media de las partículas que se desintegran a cuenta de la interacción dada (se denomina también tiempo de desintegración).

Las partículas elementales se subdividen comúnmente en cuatro tipos[1]. A uno de ellos pertenece una sola partícula: el *fotón*. El segundo tipo lo forman los *leptones*, el tercero, los *mesones* y, finalmente, el cuarto tipo, los *bariones*. Los mesones y bariones se unen usualmente en un tipo de partículas de interacción fuerte denominadas *hadrones* (la palabra griega «adros» significa voluminoso, macizo).

A continuación daremos una breve descripción de los tipos de partículas enumerados.

1. Los fotones, γ (cuantos del campo electromagnético), participan en las interacciones electromagnéticas, pero no poseen interacciones fuertes ni débiles.

2. Los leptones recibieron su nombre de la palabra griega «leptos» que significa «ligeros». A éstos pertenecen las partículas que no poseen interacción fuerte: los muones (μ^-, μ^+), los electrones (e^-, e^+), los neutrinos electrónicos (ν_e, $\tilde{\nu}_e$) y los neutrinos muónicos (ν_μ, $\tilde{\nu}_\mu$) (véase § 81). Todos los leptones tienen espín igual a $^1/_2$ y, por consiguiente, son fermiones; poseen interacción débil. Aquellos que tienen carga eléctrica (o sea, los muones y los electrones) poseen también interacción electromagnética.

3. Los mesones son partículas inestables de interacción fuerte que carecen de la llamada carga bariónica (véase más adelante). A este grupo pertenecen los mesones π o piones (π^+, π^-, π^0), los mesones K o kaones (K^+, K^-, K^0, $\tilde{K}^0$) y el mesón eta (η).

[1]) Se supone que existe un tipo más de partículas: los *gravitones* (cuantos del campo gravitacional). Experimentalmente aún no han sido halladas.

En el § 69 se habló de los mesones π. La masa de los mesones K es de $\approx 970\ m_e$ (494 MeV para los cargados y 498 MeV para los mesones K neutros). El tiempo de vida de los mesones K es del orden de 10^{-8} s. Los mismos se desintegran formando mesones π y leptones o leptones solamente. La masa del mesón eta es de 549 MeV (1074 m_e), su tiempo de vida es del orden de 10^{-19} s. Estos últimos se descomponen formando mesones π y fotones γ.

A diferencia de los leptones, los mesones poseen no sólo interacción débil (y electromagnética, si están cargados), sino también fuerte, la que se manifiesta durante la interacción de éstos entre sí y también con los bariones. El espín de todos los mesones es igual a cero, de manera que todos ellos son bosones.

4. Los bariones agrupan los nucleones (p, n) y unas partículas inestables, que poseen una masa mayor que la de los nucleones, denominadas *hiperones* (Λ, Σ^+, Σ^0, Σ^-, Ξ^0, Ξ^-, Ω^-). Todos los bariones poseen interacción fuerte y, por consiguiente, interaccionan activamente con los núcleos atómicos. El espín de todos los bariones es igual a $^1/_2$, de forma que los mismos son fermiones. Salvo el protón, todos los bariones son inestables. Desintegrándose, junto con otras partículas dan obligatoriamente un barión. Esta regularidad es una de las manifestaciones de la *ley de la conservación de la carga bariónica*, de la cual hablaremos en el § 77.

Además de las partículas enumeradas anteriormente, han sido descubiertas muchas otras de interacción fuerte y de corto tiempo de vida, las cuales recibieron el nombre de *resonancias*. Estas partículas son estados de resonancia formados por dos o más partículas elementales. El tiempo de vida de las resonancias es de sólo $\sim 10^{-23}$—10^{-22} s. Algunas de ellas son bosones y deben ser clasificadas como mesones, otras son fermiones y se clasifican como hiperones. En adelante no trataremos más esta cuestión.

§ 75. Métodos de registro de las partículas elementales

Las partículas elementales, así como las micropartículas complejas (α, d, etc.) pueden ser observadas gracias a las huellas que dejan en su trayectoria, al pasar a través de la sustancia. El carácter de estas huellas permite valorar el signo de la carga, la energía y el impulso de las partículas elementales. Las partículas cargadas provocan la ionización de las moléculas durante su recorrido. Las neutras no dejan huellas, pero pueden ser descubiertas en el momento de su desintegración en partículas cargadas o en el momento del choque con algún núcleo. Por consiguiente, las partículas neutras se descubren también por la ionización de las partículas cargadas, creadas por aquéllas.

Los equipos que se utilizan para registrar las partículas ionizantes se subdividen en dos grupos. El primero está formado por aque-

llos que registran el paso de la partícula y además en algunos casos, permiten valorar su energía. Al segundo grupo pertenecen los *equipos trazadores*, o sea, que permiten observar las huellas (trazas) de las partículas en la materia.

Al grupo de equipos registradores pertenecen las *cámaras de ionización* y los *contadores de descarga gaseosa* (véase § 82 del segundo tomo) así como los *contadores de Čerenkov* (véase § 147 del segundo tomo), los *contadores de centelleos* y los *contadores semiconductores*.

La acción de los contadores de centelleos se fundamenta en el hecho de que la partícula cargada a su paso por la sustancia provoca no sólo su ionización, sino también la excitación de los átomos. Al regresar al estado normal, éstos emiten luz visible. Las sustancias, en las cuales las partículas cargadas provocan un destello lumínico palpable (centelleo), se denominan *centellantes*. El contador de centelleos está compuesto por el centellante, desde el cual la luz se transmite por un conductor lumínico especial hacia el fotomultiplicador. Los impulsos obtenidos en la salida de este último se someten a un conteo. Puede determinarse también la amplitud de los impulsos (la cual es proporcional a la intensidad de los destellos lumínicos), lo que da una información complementaria sobre las partículas registradas.

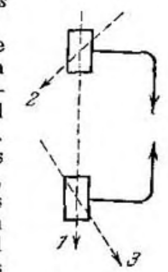


Fig. 75.1.

El contador semiconductor es un diodo al que se aplica una tensión de un signo tal, que los portadores mayoritarios de corriente se alejan de la unión (capa transitoria). Por consiguiente, en estado normal el diodo está cerrado. Al pasar una partícula cargada rápida a través de la capa transitoria, se crean electrones y huecos, los que son atraídos hacia los electrodos. Como resultado, aparece un impulso eléctrico proporcional a la cantidad de portadores de la corriente, creados por la partícula

Los contadores se unen habitualmente en grupos y se conectan de forma tal que se registren sólo aquellos sucesos que son detectados simultáneamente por varios equipos o, por el contrario, por uno solo de ellos. En el primer caso se dice que los mismos están conectados en un *esquema de coincidencias*, en el segundo, en un *esquema de anticoincidencias*. Utilizando diferentes esquemas de conexión, puede extraerse de un conjunto de fenómenos aquel que sea de interés. Por ejemplo, dos contadores (fig. 75.1) colocados consecutivamente y conectados en un esquema de coincidencias registran la partícula *1* que pasa a lo largo de su eje común y no registran las partículas *2* y *3*.

Al grupo de contadores trazadores pertenecen la cámara de Wilson, las cámaras de difusión, de burbujas, de chispas y de emulsión.

La cámara de Wilsón. Este equipo fue creado por el físico inglés

Ch. Wilson en el año 1912. El sendero de iones trazado por la partícula cargada en movimiento se hace visible en la cámara de Wilson porque en los iones ocurre la condensación de los vapores sobresaturados de cierto líquido. El equipo no trabaja continuamente, sino por ciclos. A un tiempo relativamente corto de sensibilidad de la cámara (~0,1—1 s) le sigue el tiempo muerto (100—1000 veces mayor), durante el cual la cámara se prepara para otro ciclo. La sobresaturación se logra mediante un enfriamiento súbito provocado por una expansión brusca (adiabática) de la mezcla de trabajo, la que está formada por un gas que no se condensa (helio, nitrógeno, argón) y vapores de agua, alcohol etílico, etc. Simultáneamente se realiza la fotografía estereoscópica (o sea, desde varios puntos) del volumen de trabajo de la cámara. La estereofotografía permite reconstruir el cuadro espacial del fenómeno registrado. Debido a que la relación tiempo de sensibilidad — tiempo muerto es muy pequeña, a veces es necesario realizar decenas de miles de fotos antes de que sea registrado algún suceso que tenga una probabilidad pequeña. Para aumentar la probabilidad de observar fenómenos poco frecuentes se utilizan cámaras de Wilson controladas, en las cuales el trabajo del mecanismo de expansión es dirigido por contadores de partículas, conectados en un esquema eléctrico que selecciona el suceso necesario.

Los recursos de la cámara de Wilson se amplían grandemente al colocar la misma entre los polos de un electroimán. Por la curvatura de la trayectoria, provocada por el efecto del campo magnético, se puede determinar el signo de la carga de la partícula y su impulso. La fig. 77.3 puede servir de ejemplo de una fotografía obtenida en una cámara de Wilson colocada en un campo magnético, en la cual se aprecian las trazas del electrón y el positrón.

La cámara de difusión. Al igual que la de Wilson, la cámara de difusión funciona a base de un vapor sobresaturado. Pero, el estado de sobresaturación no se logra por la expansión adiabática, sino como resultado de la difusión de los vapores de alcohol desde el techo de la cámara, que se encuentra a una temperatura de ~10 °C, hacia el fondo de la misma, el que es enfriado por anhídrido carbónico sólido (temperatura —70 °C). Cerca del fondo aparece una capa de vapor sobresaturado que tiene varios centímetros de grosor. En ésta se forman las trazas. A diferencia de la cámara de Wilson, ésta funciona de manera continua.

La cámara de burbujas. En la cámara de burbujas inventada por D. A. Glaser en el año 1952, los vapores sobresaturados son sustituidos por un líquido transparente sobrecalentado (o sea, un líquido que se encuentra a una presión exterior menor que la presión de sus vapores saturados; véase § 124 del primer tomo). La partícula ionizante que pasa a través de la cámara provocará la ebullición violenta del líquido, a consecuencia de lo cual la trayectoria de la partí-

cula queda señalada por una cadena de burbujas de vapor que forman la traza. Esta cámara, al igual que la de Wilson, trabaja por ciclos. La misma se pone en funcionamiento por una disminución (caída) brusca de la presión, a consecuencia de la cual el líquido de trabajo pasa a un estado sobrecalentado inestable. Como líquido de trabajo, que al mismo tiempo sirve de blanco a las partículas que pasan a través del mismo, se utiliza el hidrógeno, xenón, propano (C_3H_8) y otras sustancias. El volumen de la cámara alcanza los 1000 l.

La cámara de chispas. En el año 1957, T. Cranshaw y J. De Beer construyeron un equipo para el registro de trayectorias de partículas cargadas, denominado cámara de chispas. El mismo consiste en un sistema de electrodos metálicos planos, paralelos unos a otros (fig. 75.2). Los mismos se conectan alternadamente. Un grupo de ellos se conecta a tierra, el otro se alimenta periódicamente con impulsos de alto voltaje (10—15 kV) de corta duración (10^{-7} s). Si al momento de aplicar el impulso pasa una partícula ionizante a través de la cámara, su recorrido quedará marcado por una cadena de chispas que pasan entre los electrodos. El equipo se pone en funcionamiento automáticamente con ayuda de contadores complementarios, conectados en esquema de coincidencias, los que registran el paso de las partículas a investigar por el volumen de trabajo de la cámara.

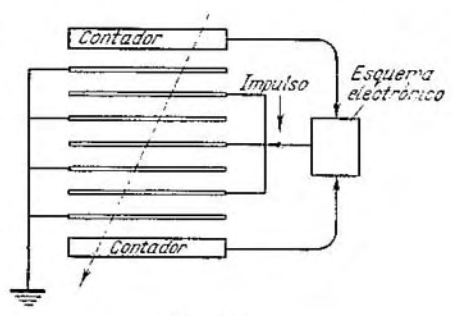


Fig. 75.2.

La *cámara de trazas* (streamer) es una variante perfeccionada de la de chispas. En la misma la alta tensión se elimina antes de que la chispa tenga tiempo de desarrollarse completamente. Por esto, aparecen solamente chispas embrionarias, las cuales forman una huella bien visible.

La cámara de emulsión. Los físicos soviéticos L. V. Mysovski y A. P. Zhdánov utilizaron por primera vez placas fotográficas para el registro de micropartículas. Las partículas cargadas ejercen la misma acción sobre la emulsión fotográfica que los fotones. Por esto, después del revelado de la placa, aparece una huella visible (traza) de la partícula en la emulsión. La insuficiencia del método de placas fotográficas consiste en el pequeño grosor de la capa de emulsión, a consecuencia de lo cual se obtienen de manera completa sólo las trazas de las partículas que pasan en la dirección paralela al plano

de la capa. En las *cámaras de emulsión* se someten a irradiación paquetes gruesos (con un grosor de cientos de milímetros y un peso de varias decenas de kilogramos) formados por capas aisladas de la emulsión fotográfica (sin soporte). Luego de ser irradiado, cada paquete se desmonta por capas, cada una de las cuales se revela y se observa al microscopio. Para que el recorrido de la partícula, al pasar ésta de

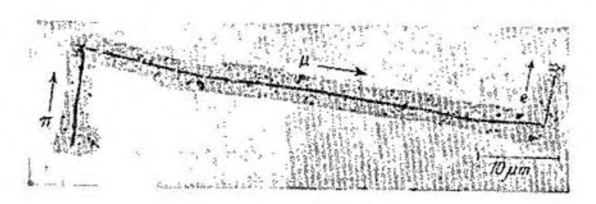


Fig. 75.3.

una capa a otra, pueda ser observado, antes de desmontar los paquetes se dibuja con rayos X en todas las capas una red de coordenadas. En la fig. 75.3 se muestran las trazas de las partículas obtenidas de esta forma. En la misma se registra la transmutación consecutiva de un mesón π en un muon y luego en un positrón.

§ 76. Rayos cósmicos

Antes de la creación de los aceleradores potentes de partículas cargadas, los rayos cósmicos eran la única fuente de partículas con energía suficiente para la formación de mesones e hiperones. El positrón, los muones, los mesones π y muchas otras partículas singulares (extrañas) (véase § 79) fueron descubiertos en la composición de los rayos cósmicos.

Se distinguen los *rayos cósmicos primarios y secundarios*. Los primarios son flujos de núcleos atómicos (fundamentalmente protones) de alta energía (por término medio $\sim$10 GeV, la energía de algunas partículas alcanza los 10^{10} GeV[1]), que inciden constantemente sobre la Tierra. Las partículas de los rayos cósmicos primarios sufren choques inelásticos con los núcleos de los átomos en las capas superiores de la atmósfera, como resultado de lo cual surge una radiación secundaria. A alturas de hasta 20 km, los rayos cósmicos tienen un carácter secundario en su totalidad. En la radiación secundaria se encuentran todas las partículas elementales conocidas hasta el presente.

La intensidad de los rayos cósmicos primarios en el límite de la atmósfera (o sea, a una altura de $\sim$50 km) es aproximadamente de

[1]) Recordamos que 1 GeV (gigaelectronvoltio) es igual a 10^9 eV.

1 partícula/(cm^2·s). El flujo de partículas cargadas al nivel del mar es como promedio $\sim 2 \cdot 10^{-2}$ partículas/(cm^2·s). La existencia del campo magnético de la Tierra conlleva a que la intensidad de los rayos cósmicos varíe con la latitud. Este fenómeno se denomina *efecto de latitud*.

Con ayuda de equipos instalados en los satélites artificiales de la Tierra y en los cohetes cósmicos fueron descubiertas *bandas de radiación* en las cercanías de nuestro planeta, las cuales son dos zonas, que rodean la Tierra, con una intensidad de la radiación ionizante muy elevada. Su existencia es condicionada por la captura y retención de partículas cósmicas cargadas por el campo magnético de la Tierra. En el plano del ecuador, la banda interna de la radiación se extiende desde 600 hasta 6000 km, la banda externa desde 20 000 hasta 60 000 km. En los 60—70° de latitud ambas bandas se aproximan a la Tierra a una distancia de varios cientos de kilómetros.

Fig. 76.1.

En la composición de los rayos cósmicos secundarios existen dos componentes. Una de ellas se absorbe fuertemente por el plomo y por esto fue denominada *blanda*, la otra atraviesa grandes capas de plomo y recibió el nombre de componente *dura*.

La componente blanda está formada por *cascadas* o *lluvias* de pares electrón-positrón. El fotón γ que surge a consecuencia de la desintegración del mesón π^0 (véase (69.4)) o del frenado brusco de un electrón rápido, al pasar cerca de un núcleo atómico, crea un par electrón-positrón (fig. 76.1). El frenado de estas partículas conlleva de nuevo a la formación de fotones γ, etc. Los procesos de aparición de los pares y la formación de los cuantos γ se alternan unos con otros hasta que la energía de los fotones γ sea insuficiente para la formación de aquéllos. Por cuanto la energía del fotón original es muy grande, da tiempo a que se formen muchas generaciones de partículas secundarias antes de que se interrumpa el desarrollo de la cascada.

La componente dura (penetrante) de los rayos cósmicos está compuesta, en lo fundamental, por muones. Su formación ocurre preferiblemente en las capas altas y medias de la atmósfera, debido a la desintegración de los mesones π cargados (véase (69.3)).

Con la aparición de los aceleradores, los cuales permiten acelerar las partículas hasta una energía de cientos de GeV (véase § 76 del segundo tomo), los rayos cósmicos perdieron su significado excepcional para el estudio de las partículas elementales. No obstante, los mismos son como antes las únicas fuentes de partículas de energías superaltas.

§ 77. Partículas y antipartículas

La ecuación de Schroedinger no satisface las exigencias de la teoría de la relatividad, o sea, la misma no es invariable con relación a las transformaciones de Lorentz. En el año 1928, el físico inglés P. Dirac logró hallar la *ecuación cuanticomecánica relativista* para el electrón, de la cual se deriva una serie se consecuencias importantes. Antes que todo, de esta ecuación se obtienen de manera natural, sin ninguna suposición complementaria, el espín y el valor

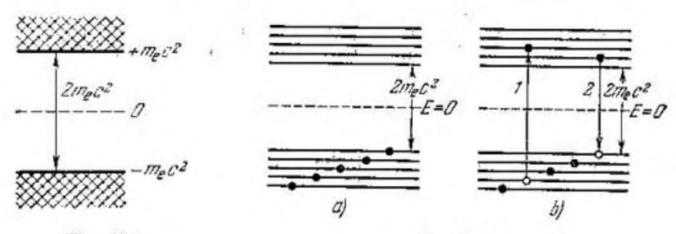


Fig. 77.1. Fig. 77.2.

numérico del momento magnético propio del electrón. De esta manera, se puso en claro que el espín es una magnitud cuántica y relativista al mismo tiempo.

Pero con esto no se agota el significado de la ecuación de Dirac. La misma permitió predecir la existencia de la antipartícula del electrón: el *positrón*. De la ecuación de Dirac se obtienen para la energía total del electrón no sólo valores positivos, sino también negativos. El estudio de esta ecuación muestra que para un impulso p dado existen soluciones de aquélla, que corresponden a las energías:

$$E = \pm \sqrt{c^2p^2 + m_e^2c^4}. \tag{77.1}$$

Entre el mayor valor negativo de la energía ($-m_ec^2$) y el menor valor positivo ($+m_ec^2$) existe un intervalo de valores que no pueden realizarse. El ancho de este intervalo es igual a $2m_ec^2$ (fig. 77.1). Por consiguiente, se obtienen dos zonas de valores propios de la energía: una de ellas se extiende desde $c + m_ec^2$ hasta $+\infty$, la otra comienza en $c - m_ec^2$ y se extiende hasta $-\infty$.

En la mecánica no cuántica relativista la energía se expresa mediante el impulso con ayuda de una relación coincidente con (77.1) (véase fórmula (68.8) del primer tomo), de manera que formalmente puede tener también valores negativos. Sin embargo, en la teoría no cuántica, la energía varía de forma continua y por lo tanto no puede atravesar la zona prohibida y pasar desde los valores positivos

hasta los negativos. En la teoría cuántica la energía puede variar no sólo de forma continua, sino también a saltos, de manera que la existencia de la zona prohibida no puede impedir la transición de la partícula a estados con energías negativas (compárese con la transición del electrón en un semiconductor desde la zona de valencia hacia la zona de conducción, fig. 58.1).

Una partícula con energía negativa deberá tener propiedades muy extrañas. Al transitar a estados con energías cada vez menores (o sea, con energía negativa que aumenta por el módulo), la misma pudiese liberar energía en forma, digamos, de radiación, y por cuanto $|E|$ no está limitada por nada, la partícula con energía negativa pudiese irradiar una cantidad infinitamente grande de energía. A una conclusión similar se puede llegar por la siguiente vía. De la relación $E = mc^2$ se infiere que la masa de la partícula con energía negativa también será negativa. Bajo la acción de una fuerza de frenado, la partícula que tenga masa negativa no se retardará, sino que deberá acelerarse, realizando sobre la fuente de la fuerza de retardo una cantidad infinitamente grande de trabajo.

Partiendo de estas dificultades se debiese, al parecer, aceptar que los estados con energía negativa deban ser excluidos del estudio, por conllevar a resultados absurdos. Esto, sin embargo, contradijera algunos principios generales de la mecánica cuántica. Por esto Dirac eligió otro camino. El supuso que las transiciones de los electrones a estados con energía negativa no se observan habitualmente por la sencilla razón de que todos los niveles con energía negativa existentes ya están ocupados por electrones. Recordemos que los electrones cumplen el principio de Pauli, el cual prohibe que más de una partícula se encuentre en un mismo estado.

Según Dirac, el vacío es un estado en el que todos los niveles con energía negativa están ocupados por electrones, y los niveles con energía positiva están libres (fig. 77.2, *a*). Por cuanto todos los niveles sin excepción que se encuentran por debajo de la zona prohibida están ocupados, los electrones en estos niveles no se manifiestan de ninguna manera[1]). Si se le comunica a uno de los electrones que se encuentran en los niveles negativos la energía:

$$E \geqslant 2m_e c^2, \tag{77.2}$$

este electrón transitará a un estado con energía positiva y se comportará normalmente, como una partícula con masa positiva y carga negativa. La vacancia («hueco») que se forma con ello en el conjunto de niveles negativos deberá comportarse como un electrón que posee carga positiva. En efecto, la ausencia de una partícula que tenga

[1]) De manera similar a éste, los electrones que ocupan completamente la zona de valencia de un semiconductor, no reaccionan de ninguna manera al campo magnético.

masa y carga negativas se interpretará como la presencia de una partícula con masa y carga positivas. Esta, la primera de las partículas pronosticadas teóricamente, recibió el nombre de *positrón*.

Al encontrarse un positrón con un electrón, éstos *se aniquilan* (desaparecen), el electrón transita desde el nivel positivo hasta el negativo vacante[1]). La energía que corresponde a la diferencia de estos niveles se libera en forma de radiación. En la fig. 77.2, *b* la flecha *1* representa el proceso del nacimiento del par electrón—positrón y la flecha *2*, su aniquilación. El término «aniquilación» no debe ser entendido literalmente. En realidad, lo que ocurre no es la desaparición, sino la transmutación de unas partículas (electrón y positrón) en otras (fotones γ).

La teoría de Dirac era tan «descabellada», que la mayoría de los físicos la recibieron con desconfianza. La misma recibió aceptación sólo después de que el físico americano C. Anderson, en el año 1932, descubrió el positrón en la composición de los rayos cósmicos. En una cámara de Wilson, colocada entre los polos de un electroimán, el positrón dejaba la misma huella que el electrón que surgía simultáneamente con él, sólo que estas huellas estaban torcidas en sentidos diferentes (fig. 77.3).

Al pasar fotones γ a través de la sustancia, surgen pares electrón-positrón. Este es uno de los procesos fundamentales que conducen a la absorción de los rayos γ por la sustancia. En completa concordancia con la teoría de Dirac, la energía mínima del fotón γ, a la que se observa la formación del par, resulta ser igual a $2m_ec^2 = 1{,}02$ MeV (véase (77.2)). Para que se cumpla la ley de la conservación del impulso, en el proceso de la formación del par debe participar una partícula más (electrón o núcleo), la cual obtenga el exceso de impulso del fotón γ con relación al impulso sumatorio del electrón y el positrón. Por consiguiente, el esquema de la formación del par tiene la forma:

$$\gamma + e^- \rightarrow e^- + e^- + e^+, \tag{77.3}$$

o bien

$$\gamma + X \rightarrow X + e^- + e^+, \tag{77.4}$$

donde X es el núcleo, en cuyo campo de fuerzas ocurre la formación del par.

Los pares electrón-positrón pueden formarse también durante el choque entre dos partículas cargadas, por ejemplo, electrones:

$$e^- + e^- \rightarrow e^- + e^- + e^- + e^+. \tag{77.5}$$

Durante la aniquilación, los requisitos de la ley de la conservación del impulso se cumplen gracias al hecho de que surgen dos (menos

[1]) Este proceso es análogo a la recombinación del electrón y el hueco en los semiconductores.

frecuentemente tres) fotones γ, que vuelan en distintas direcciones:

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma\ (+\gamma). \tag{77.6}$$

La porción de la energía que obtiene el núcleo X durante el proceso (77.4) es tan pequeña, que el umbral de la reacción de formación de pares (o sea, la energía mínima del fotón γ necesaria para eso)



Fig. 77.3.

es prácticamente igual a $2m_ec^2$. El umbral de la reacción (77.3) es de $4m_ec^2$ y el de la reacción (77.5) es de $7m_ec^2$ (en el último caso por umbral de la reacción se entiende la energía sumatoria mínima de los electrones que chocan). De esta manera, el requisito de la conservación simultánea de la energía y del impulso conlleva a que el umbral de la reacción (la energía mínima de las partículas originales) sea ostensiblemente mayor que la energía sumatoria en reposo de las partículas formadas.

La ecuación de Dirac, en forma un tanto variada, no es aplicable sólo a los electrones, sino que también a otras partículas con espín igual a $^1/_2$. Por consiguiente, para cada una de ellas (por ejemplo

el protón o el neutrón) debe existir una antipartícula[1]). El surgimiento de un par protón—antiprotón ($p - \tilde{p}$) o neutrón—antineutrón ($n - \tilde{n}$) de manera análoga a (77.5) pudiese ser esperado durante el choque de nucleones con una energía suficientemente alta. La energía sumatoria del protón y el antiprotón en reposo al igual que la del neutrón y el antineutrón es casi de 2 GeV (véase (66.1) y (66.5)). Según los requisitos de la ley de la conservación de la energía y el impulso, el umbral de la reacción es igual a 5,6 GeV. En el año 1955, en la ciudad de Berkeley (EE.UU.) fue puesto en marcha un acelerador (sincrofasotrón, véase § 76 del segundo tomo) que permitía acelerar protones hasta una energía de 6,3 GeV. Bombardeando un blanco de cobre con un haz de protones acelerados O. Chamberlain, E. Segré, C. Wiegand y P. Ypsilantis observaron la formación del par $p - \tilde{p}$. La reacción transcurría por uno de los siguientes esquemas:

$$p + p \rightarrow p + p + p + \tilde{p} \text{ o bien } p + n \rightarrow p + n + p + \tilde{p}. \tag{77.7}$$

El segundo de los nucleones del primer miembro forma parte del núcleo de Cu. Por cuanto los nucleones en el núcleo se encuentran en movimiento, la energía del umbral de la partícula que bombardea es, en este caso, aproximadamente de 4,3 GeV.

El antiprotón difiere del protón en el signo de la carga eléctrica y del momento magnético propio (el antiprotón posee un momento magnético negativo, o sea, dirigido contrariamente al momento mecánico). Pero la característica fundamental del antiprotón y el protón (y, en general, de la partícula y la antipartícula) consiste en la capacidad de aniquilarse mutuamente, como resultado de lo cual surgen nuevas partículas. El antiprotón puede aniquilarse durante el encuentro no sólo con un protón, sino que también con un neutrón. El conjunto de partículas formadas en actos de aniquilación aislados es diferente. Por ejemplo, son posibles los siguientes procesos:

$$\begin{aligned} \tilde{p} + p &\rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^+ + \pi^- + \pi^0, \\ \tilde{p} + p &\rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 + \pi^0 + \pi^0, \\ \tilde{p} + n &\rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^- + \pi^0 + \pi^0. \end{aligned} \tag{77.8}$$

En el año 1956, en ese mismo acelerador en Berkeley, B. Cork, G. Lambertson, O. Piccioni y W. Wenzel observaron antineutrones,

---

[1]) La antipartícula se designa por la misma letra que la partícula que le corresponde, agregándole una tilde (~) o una raya recta encima. Por ejemplo, el antiprotón se representa por el símbolo $\tilde{p}$ ó $\bar{p}$.

los cuales eran obtenidos mediante la recarga de antiprotones, o sea como resultado de los procesos:

$$\tilde{p} + p \rightarrow \tilde{n} + n,$$
$$\tilde{p} + n \rightarrow \tilde{n} + n + \pi^{-}. \qquad (77.9)$$

El antineutrón difiere del neutrón en el signo del momento magnético propio (en el antineutrón la dirección del momento magnético coincide con la del momento mecánico) y en la capacidad de aniquilarse durante el encuentro con un nucleón (neutrón o protón). Como resultado de la aniquilación, surgen nuevas partículas (fundamentalmente mesones π).

No sólo los fermiones poseen antipartículas, sino también los bosones. Por ejemplo, el mesón π^{-} es una antipartícula con relación al mesón π^{+}.

Existen partículas que son idénticas a sus antipartículas (o sea, que no poseen antipartículas). Las mismas se denominan *absolutamente neutrales*. A este grupo pertenecen el fotón, el mesón π^{0} y el mesón η. Las partículas que son idénticas a sus antipartículas son incapaces de aniquilarse. Sin embargo, esto no significa que las mismas no puedan, en general, convertirse en otras partículas.

Si les asignásemos a los bariones (o sea, a los nucleones e hiperones) la *carga bariónica*[1]) (o el *número bariónico*) $B = +1$, a los antibariones la carga $B = -1$ y a todas las demás partículas la carga bariónica $B = 0$, para todos los procesos que transcurren con la participación de bariones y antibariones (por ejemplo, para (77.7), (77.8) y (77.9)) será característica la *conservación de la carga bariónica*, de manera similar a como en los procesos (77.3)—(77.6) lo es la conservación de la carga eléctrica.

La ley de la conservación de la carga bariónica condiciona la estabilidad del más ligero de los bariones, del protón. Las otras leyes de conservación (de la energía, el impulso, el momento de impulso, la carga eléctrica, etc.) no prohíben, por ejemplo el proceso:

$$p \rightarrow e^{+} + \nu + \nu, \qquad (77.10)$$

el cual conllevaría en definitiva a la aniquilación de los átomos. Sin embargo, este proceso iría acompañado de la disminución de la carga bariónica en la unidad y por esto no ocurre. De la misma manera, la ley de la conservación de la carga eléctrica asegura la estabilidad de la más ligera de las partículas cargadas, el electrón, prohibiendo, por ejemplo, el proceso:

$$e^{-} \rightarrow \gamma + \gamma + \nu. \qquad (77.11)$$

[1]) La carga bariónica es uno de los números cuánticos sobre los que se habla en el segundo párrafo del § 74.

Para explicar las particularidades de los procesos en los que participan leptones y antileptones, es necesario introducir el número cuántico L, el cual recibió el nombre de *carga leptónica* (o *número leptónico*). A los leptones se les asigna $L = +1$, a los antileptones $L = -1$ y a todas las demás partículas, $L = 0$. Con esta condición, en todos los procesos, sin excepción, se observa la conservación de la carga leptónica sumatoria del sistema físico estudiado.

La transformación de todas las magnitudes que describen un sistema físico, en la cual todas las partículas son sustituidas por antipartículas (por ejemplo, los electrones por positrones y los positrones por electrones, etc.) se denomina *conjugación de carga*. Cuál de las dos partículas conjugadas considerar partícula y cuál antipartícula es, en términos generales, una cuestión puramente condicional. Sin embargo, hecha la elección para un par de partículas conjugadas por su carga, la elección para otros pares hay que hacerla de tal manera, que en las interacciones observadas se conserven las cargas bariónicas y leptónicas. Es usual considerar el electrón y el protón partículas y el positrón y el antiprotón antipartículas. Con ello las condiciones de elección para los demás bariones y leptones se hace unívoca. Por ejemplo, para la conservación de la carga bariónica durante el proceso (66.7), es necesario considerar el neutrón como partícula. Los resultados que se infieren de los requisitos de las leyes de la conservación de B y L para otras partículas vienen dados en la tabla 77.1.

En la tabla 77.1 se señalan todas las partículas, descubiertas hasta el año 1977, salvo las resonancias. En la primera columna se dan los nombres de las partículas. En aquellos casos cuando la antipartícula se representa mediante una tilde (~) o una raya (—), el nombre de la antipartícula se obtiene anteponiéndole al nombre de la partícula el prefijo «anti», por ejemplo, la partícula hiperón lambda, la antipartícula antihiperón lambda. La antipartícula del electrón se denomina positrón. En los demás casos, los nombres de la partícula y la antipartícula se diferencian por la adición de la palabra «positivo» y «negativo». Por ejemplo, la partícula: mesón pi positivo, la antipartícula mesón pi negativo[1]). En la segunda y tercera columnas se dan los símbolos de la partícula y la antipartícula. Los símbolos de las partículas absolutamente neutrales se dan en las interrupciones de la línea que divide las columnas de las partículas y las antipartículas. En la cuarta y quinta columnas vienen dadas la masa m y el tiempo medio de vida τ de la partícula. Finalmente, en la última columna se señalan los principales esquemas de desintegración de las partículas. Para obtener el esquema de desintegración de las antipartículas, es necesario sustituir las partículas por anti-

[1]) En vez de mesón π^+ y mesón π^-, así como de mesón K^+ y mesón K^-, se utilizan los nombres: pion positivo y negativo y también caón positivo y negativo.

Tabla 77.1

Nombre de la partícula	Partícula	Antipartícula	m, MeV	τ, s	Esquema de desintegración
Fotón	γ		0	estable	
			Leptones		
Electrón	e^-	e^+	0,511	estable	
Muon	μ^-	μ^+	106	$2{,}2\cdot 10^{-6}$	$e^- + \tilde{\nu}_e + \nu_\mu$
Neutrino electrónico	ν_e	$\tilde{\nu}_e$	0	estable	
Neutrino muónico	ν_μ	$\tilde{\nu}_\mu$	0	estable	
			Mesones		
Mesón pi positivo	π^+	π^-	140	$2{,}6\cdot 10^{-8}$	$\mu^+ + \nu_\mu$
Mesón pi neutro	π^0		135	$0{,}8\cdot 10^{-16}$	$\gamma + \gamma$ $e^+ + e^- + \gamma$
Mesón ka positivo	K^+	K^-	494	$1{,}2\cdot 10^{-8}$	$\mu^+ + \nu_\mu$ $\pi^+ + \pi^0$ $\pi^+ + \pi^+ + \pi^-$
Mesón ka neutro	K^0	$\tilde{K}^0$	498	$10^{-10} - 10^{-8}$	$\pi^+ + \pi^-$ $\pi^0 + \pi^0$ $\pi^+ + e^- + \tilde{\nu}_e$ $\pi^- + e^+ + \nu_e$
Mesón eta	η		549	$2{,}4\cdot 10^{-19}$	$\gamma + \gamma$ $\pi^+ + \pi^- + \pi^0$ $\pi^0 + \pi^0 + \pi^0$
			Bariones		
Protón	p	$\tilde{p}$	938,2	estable	
Neutrón	n	$\tilde{n}$	939,6	$0{,}9\cdot 10^{3}$	$p + e^- + \tilde{\nu}_e$
Hiperón lambda	Λ	$\tilde{\Lambda}$	1116	$2{,}5\cdot 10^{-10}$	$p + \pi^-$ $n + \pi^0$
Hiperón sigma positivo	Σ^+	$\tilde{\Sigma}^+$	1189	$0{,}8\cdot 10^{-10}$	$p + \pi^0$ $n + \pi^+$
Hiperón sigma neutro	Σ^0	$\tilde{\Sigma}^0$	1192	$< 10^{-14}$	$\Lambda + \gamma$
Hiperón sigma negativo	Σ^-	$\tilde{\Sigma}^-$	1197	$1{,}5\cdot 10^{-10}$	$n + \pi^-$
Hiperón ksi neutro	Ξ^0	$\tilde{\Xi}^0$	1315	$3\cdot 10^{-10}$	$\Lambda + \pi^0$
Hiperón ksi negativo	Ξ^-	$\tilde{\Xi}^-$	1321	$1{,}7\cdot 10^{-10}$	$\Lambda + \pi^-$
Hiperón omega negativo	Ω^-	$\tilde{\Omega}^-$	1672	$1{,}3\cdot 10^{-10}$	$\Xi^0 + \pi^-$ $\Xi^- + \pi^0$ $\Lambda + K^-$

partículas y viceversa. Por ejemplo, el esquema de desintegración del muon positivo tiene la forma: $e^+ + \nu_e + \tilde{\nu}_\mu$.

Ahora tenemos la posibilidad de explicar por qué la partícula que surge durante la desintegración (66.7) y (70.7) debe ser nombrada antineutrino y la que surge durante la desintegración (70.8), neutrino. Esto se deriva de los requisitos de la ley de la conservación de la carga leptónica. El electrón y el neutrino poseen $L = +1$, y el positrón y el antineutrino, $L = -1$. Por esto, la carga leptónica sumatoria no varía, si el electrón surge junto con el antineutrino y el positrón, con el neutrino.

Asignándole al electrón $L = +1$, debemos asignarle al muon negativo también $L = +1$, en correspondencia con el esquema de desintegración (69.5), o sea, debemos considerar el μ^- como partícula, el muon positivo como antipartícula y asignarle a esta última $L = -1$. Es fácil convencerse de que en los procesos de desintegración de los mesones π (véase (69.3)) también se conserva la carga leptónica.

§ 78. Espín isotópico

De la independencia entre la carga y las fuerzas nucleares (véase § 69) se infiere que el protón y el neutrón tienen mucho más similitudes que diferencias. En la interacción fuerte ellos participan de la misma manera, el espín de ambas partículas es igual, sus masas son muy parecidas. Todo esto da fundamento para considerar el protón y el neutrón como dos estados diferentes de una misma partícula, el nucleón. Si «desconectásemos» la interacción electromagnética, estos dos estados coincidirían completamente (la pequeña diferencia de masas de ambas partículas está condicionada por la interacción electromagnética).

Recurramos al esquema de los niveles del átomo de sodio (fig. 31.1) Recordemos que la estructura en multiplete de los niveles es la reflexión de la interacción entre los momentos orbital y de espín de los electrones. La «desconexión» de la interacción espín-órbita conllevaría, por ejemplo, a la desaparición de la diferencia entre los niveles $3\,^2P_{1/2}$ y $3\,^2P_{3/2}$ y a la unión de ambos en un nivel único $3P$. La «conexión» de la interacción espín-órbita conduciría, por el contrario, a la formación de multipletes, de manera similar a como la conexión de la interacción electromagnética condiciona la aparición de diferencias entre el protón y el neutrón. Esta analogía sirvió de fundamento para denominar el protón y el neutrón *multiplete de carga* (doblete). Otras partículas también se unen en multipletes de carga. Por ejemplo, el hiperón Λ forma un singlete (véase tabla 77.1) y los mesones π forman tripletes (al «desconectar» la interacción electromagnética, los tres mesones π se hacen indistinguibles).

A cada multiplete espectral le corresponde un cierto valor del espín S (el número de componentes de multiplete es igual a $2S + 1$).

Las componentes del multiplete difieren por los valores de la proyección del espín en el eje z. De manera similar al espín corriente, a cada multiplete de carga se le asigna un valor determinado del *espín isotópico*[1]) T, elegido de forma tal que $2T + 1$ sea igual al número de partículas en el multiplete. A las partículas aisladas se les asignan diferentes valores de T_z, o sea, de la proyección del espín isotópico en el eje z en el *espacio isotópico* imaginario. Por ejemplo, para los nucleones $T = {}^1/_2$, al protón le corresponde $T_z = +{}^1/_2$, al neutrón, $T_z = -{}^1/_2$. Para los mesones π $T = 1$, las proyecciones T_z son iguales a $+1$, 0, -1 para los mesones π^+, π^0 y π^-, respectivamente.

Para evitar equivocaciones señalemos que el número cuántico T, denominado espín isotópico, no tiene ninguna relación con los isótopos, ni con el espín usual. La palabra «isotópico» apareció en el nombre del número cuántico T, pues el protón y el neutrón forman «variedades» diferentes del nucleón, de manera similar a como los isótopos verdaderos forman variedades de un elemento químico dado. La palabra «espín» fue utilizada a consecuencia de que el aparato matemático que describe el número cuántico T resultó ser exactamente igual al del espín usual. En lo demás entre el espín isotópico y el usual no hay nada en común.

En la tabla 78.1 se dan los valores de T y T_z de diferentes partículas. Cada línea de esta tabla da el multiplete de carga. Por ejemplo, si para el nucleón hay dos líneas, esto significa que los nucleones forman dos multipletes de carga.

Estudiemos dos multipletes de carga que difieren por el hecho de que las partículas que forman uno de ellos son antipartículas con relación a las que forman el otro. Los espines isotópicos de ambos multipletes son, evidentemente, iguales ($2T + 1$ da el número de partículas en el multiplete). Las proyecciones del espín isotópico T_z para la partícula y la antipartícula difieren en el signo. Así, para el protón $T_z = +{}^1/_2$, para el antiprotón $T_z = -{}^1/_2$, para el neutrón $T_z = -{}^1/_2$ y para el antineutrón $T_z = +{}^1/_2$.

A primera vista puede resultar extraño que en el caso de los mesones π en un mismo multiplete de carga se juntan la partícula (π^+) y su antipartícula (π^-), mientras que el hiperón Λ y el antihiperón Λ, por ejemplo, forman dos diferentes multipletes de carga. La explicación consiste en que en el multiplete de carga se agrupan las partículas que difieren sólo por su carga o por el signo de la carga eléctrica, todas las demás magnitudes que caracterizan las partículas deben ser iguales[2]). Los hiperones Λ y $\tilde{\Lambda}$ se diferencian por el valor

[1]) El espín isotópico fue introducido en el año 1932 por B. Haisenberg para describir el protón y el neutrón como diferentes estados del nucleón.

[2]) La diferencia entre las partículas cargadas y neutras condicionada por la interacción electromagnética, por ejemplo, una pequeña diferencia de masa, no se tiene en cuenta.

Tabla 78.1

Partícula	Espín isotópico T	Proyección del espín isotópico T_z				
		-1	$-1/2$	0	$+1/2$	$+1$
Mesón π	1	π^-		π^0		π^+
Mesón K	$1/2$ $1/2$		K^0 K^-		K^+ $\widetilde{K}^0$	
Mesón η	0			η		
Nucleón	$1/2$ $1/2$		n $\widetilde{p}$		p $\widetilde{n}$	
Hiperón Λ	0 0			Λ $\widetilde{\Lambda}$		
Hiperón Σ	1 1	Σ^- $\widetilde{\Sigma}^+$		Σ^0 $\widetilde{\Sigma}^0$		Σ^+ $\widetilde{\Sigma}^-$
Hiperón Ξ	$1/2$ $1/2$		Ξ^- $\widetilde{\Xi}^0$		Ξ^0 Ξ^+	
Hiperón Ω	0 0			Ω^- $\widetilde{\Omega}^-$		

del número bariónico y por lo tanto no pueden estar en un mismo multiplete. El número bariónico de todos los mesones es igual a cero, los demás números cuánticos también son iguales, por consiguiente, no hay ningún obstáculo para su unión en un mismo multiplete.

Existe una ley de la conservación ligada al espín isotópico. En el caso de las interacciones fuertes se conserva tanto el espín isotópico T como su proyección T_z. En las interacciones electromagnéticas se conserva solamente T_z, mientras que el espín isotópico no se conserva. Las interacciones débiles ocurren, por regla general, con la variación del espín isotópico.

El concepto de espín isotópico resultó ser muy fructífero. El mismo desempeñó un gran papel en la sistematización de las partí-

culas elementales. En particular, condujo al físico norteamericano M. Gell-Mann, e independientemente al físico japonés K. Nishijima, a la idea de unir las partículas en multipletes de carga y los condujo luego al concepto de *extrañeza* (véase parágrafo siguiente).

§ 79. Particulas extrañas (singulares)

Los mesones K y los hiperones (Λ, Σ, Ξ) fueron descubiertos en la composición de los rayos cósmicos a principios de los años 50. A partir del año 1953 éstos son obtenidos en los aceleradores. El comportamiento de estas partículas resultó ser tan inusual, que las mismas fueron denominadas *singulares* (*extrañas*).

Lo insólito de su comportamiento consistía en que las mismas surgían, evidentemente, como resultado de las interacciones fuertes, con un tiempo característico del orden de 10^{-23} s, y sus tiempos de vida resultaron ser del orden de 10^{-8}—10^{-10} s. Esta última circunstancia indicaba que la desintegración de las partículas ocurría a consecuencia de las interacciones débiles. Era completamente inexplicable por qué las partículas extrañas viven tanto tiempo, qué les impide desintegrarse a cuenta de la interacción fuerte que provoca su aparición. Por ejemplo, uno de los procesos de surgimiento de aquéllas tiene la forma:

$$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda, \tag{79.1}$$

y la desintegración del hiperón Λ transcurre según el esquema:

$$\Lambda \rightarrow \pi^- + p \tag{79.2}$$

(véase fotografía de las trayectorias de las partículas que se muestra en la fig. 79.1 obtenida en una cámara de burbujas con hidrógeno líquido). Por cuanto en el surgimiento y desintegración del hiperón Λ participan las mismas partículas (mesón π^- y protón), resultaba sorprendente que la velocidad (o sea, la probabilidad) de ambos procesos fuera tan diferente.

Las investigaciones posteriores mostraron que las partículas singulares se forman por pares (véase (79.1)). Esto condujo a la idea de que las interacciones fuertes no pueden desempeñar ningún papel en la desintegración de éstas, a consecuencia de que para su formación es necesaria la presencia de dos partículas extrañas. Por esta misma causa está prohibido el surgimiento de partículas extrañas aisladas.

El fundamento de la prohibición de cualquier proceso es siempre cierta ley de la conservación. Por ejemplo, la desintegración del protón libre según el esquema $p \rightarrow n + e^+ + \nu$ está prohibida por la ley de la conservación de la energía, y según el esquema $p \rightarrow e^+ + \nu$, por la ley de la conservación de la carga bariónica, etc.

Para explicar la prohibición del surgimiento de partículas singulares aisladas M. Gell-Mann y K. Nishijima introdujeron un nuevo

número cuántico S, cuyo valor sumario, según su suposición, se conserva durante las interacciones fuertes. Este número cuántico fue denominado *extrañeza*[1]) de la partícula. Durante las interacciones débiles, la extrañeza puede no conservarse, por esto la misma se

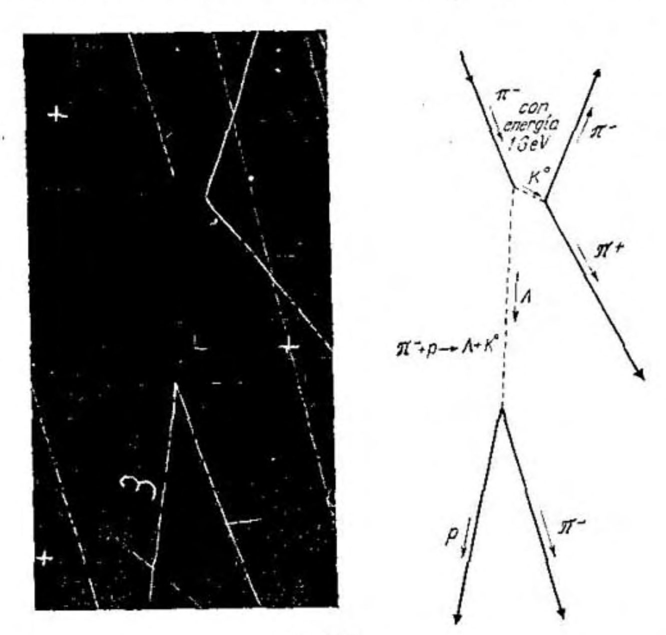


Fig. 79.1.

les asigna solamente a las partículas que interaccionan fuertemente: mesones y bariones. Así, $S = +1$ para los mesones K y $S = -1$ para los hiperones Λ. Por consiguiente, el proceso (79.1) transcurre con la conservación de la extrañeza (la extrañeza sumatoria tanto de las partículas iniciales como de las finales es igual a cero), y durante el proceso (79.2) la extrañeza varía en una unidad. Por esto, el pro-

[1]) La denominación de los números cuánticos «extrañeza» y «encantamiento») (existe este número cuántico) evidencia que los físicos, por regla general, tienen sentido del humor. Por supuesto, pudiera utilizarse en vez de esas denominaciones exóticas los términos «número cuántico N° 1», «número cuántico N° 2», etc. Sin embargo, esto sería tremendamente aburrido.

ceso (79.2) no puede transcurrir con la participación de interacciones fuertes.

Gell-Mann y Nishijima vincularon la extrañeza con la carga eléctrica media $\langle Q \rangle$ de las partículas que forman el multiplete de carga y con la carga bariónica B de la partícula:

$$S = 2\langle Q \rangle - B. \tag{79.3}$$

Con ayuda de los datos de la tabla 78.1 puede hallarse $\langle Q \rangle$ para cada uno de los multipletes, de la tabla 77.1 puede determinarse el valor B para diferentes partículas (recordemos que las partículas poseen $B = +1$, y las antipartículas, $B = -1$). Es fácil darse cuenta de que para los nucleones, antinucleones, mesones π y mesón η resulta $S = 0$. Por ejemplo, para los nucleones $\langle Q \rangle = {}^1/_2$, $B = +1$, para los antinucleones $\langle Q \rangle = -{}^1/_2$, $B = -1$. La sustitución de estos valores en (79.3) da en ambos casos $S = 0$. Las partículas con $S = 0$ son usuales, no extrañas.

En aquel tiempo no eran conocidos aún todos los mesones K e hiperones. Gell-Mann y Nishijima les asignaron a las partículas extrañas conocidas tales valores del número cuántico S, que pudiesen explicar las particularidades de su surgimiento y desintegración con ayuda de la ley de la conservación de S. Esto permitió determinar el número posible de partículas en los multipletes de carga y predecir la existencia y propiedades de nuevas partículas. De esta manera fueron pronosticados los hiperones Σ^0 y Ξ^0, así como también el mesón $\widetilde{K}^0$, descubiertos experimentalmente con posterioridad.

La carga media $\langle Q \rangle$ es medio entero para muchos multipletes. Para no manipular con números fraccionarios, fue introducido el número cuántico:

$$Y = 2\langle Q \rangle, \tag{79.4}$$

el cual fue denominado *hipercarga*. En concordancia con (79.3):

$$Y = B + S. \tag{79.5}$$

Por cuanto la carga bariónica se conserva durante todas las interacciones, la hipercarga se comporta de la misma manera que la extrañeza: se conserva en las interacciones fuertes y electromagnéticas y puede no conservarse en las débiles.

Es fácil comprender que los tres números cuánticos $\langle Q \rangle$, Y y S son, en esencia, completamente equivalentes: por el valor de uno de ellos se definen los valores de los otros dos (B se supone conocido). De estos tres números cuánticos, el más cómodo es la hipercarga Y, por lo que es utilizada frecuentemente en vez de S.

En la tabla 79.1 se dan los valores de la hipercarga Y, la carga bariónica B y la extrañeza S para diferentes multipletes de carga.

Señalemos que la carga eléctrica Q de la partícula puede ser expresada mediante la proyección del espín isotópico T_z y la hipercarga

Tabla 79.1

Multiplete de carga	Composición del multiplete	Y	B	S
Mesones π	π^+ π^0 π^-	0	0	0
Mesones K Antimesones K	K^+ K^0 K^- $\tilde{K}^0$	+1 −1	0 0	+1 −1
Mesón η	η	0	0	0
Nucleones Antinucleones	p n $\tilde{p}$ $\tilde{n}$	+1 −1	+1 −1	0 0
Hiperón Λ Antihiperón Λ	Λ $\tilde{\Lambda}$	0 0	+1 −1	−1 +1
Hiperones Σ Antihiperones Σ	Σ^+ Σ^0 Σ^- $\tilde{\Sigma}^+$ $\tilde{\Sigma}^0$ $\tilde{\Sigma}^-$	0 0	+1 −1	−1 +1
Hiperones Ξ Antihiperones Ξ	Ξ^- Ξ^0 Ξ^+ $\tilde{\Xi}^0$	−1 +1	+1 −1	−2 +2
Hiperón Ω Antihiperón Ω	Ω^- $\tilde{\Omega}^-$	−2 +2	+1 −1	−3 +3

Y (o mediante la carga bariónica B y la extrañeza S):

$$Q=T_z+\frac{Y}{2}=T_z+\frac{B+S}{2}. \tag{79.6}$$

Podemos convencernos de la justeza de esta relación utilizando los datos de las tablas 78.1 y 79.1.

§ 80. No conservación de la paridad en las interacciones débiles

Entre las magnitudes que caracterizan las micropartículas existe una, estrictamente cuántico-mecánica, que se denomina *paridad* (P). Sabemos que en la mecánica cuántica el estado de una partícula se

describe por la función $\psi(x, y, z)$. Estudiemos cómo puede comportarse la función ψ durante la llamada *inversión del espacio*, o sea, durante la transición a las coordenadas x', y', z', vinculadas con x, y, z por la relación:

$$x' = -x, \quad y' = -y, \quad z' = -z.$$

En la fig. 80.1 se puede apreciar que esta transformación significa la transición desde un sistema de coordenadas dextrógiro a uno levógiro. Esta misma transición se realiza al reflejarse en un espejo

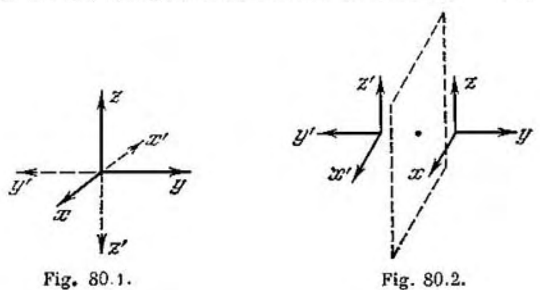


Fig. 80.1. Fig. 80.2.

(fig. 80.2). Por consiguiente, la transformación de la inversión conlleva a la sustitución de lo derecho por lo izquierdo. Ambos sistemas de referencia x, y, z y x', y', z' difieren uno de otro al igual que un guante izquierdo de uno derecho. Al virar al revés (o sea, someter a la inversión) un guante derecho, por ejemplo, éste coincide con el izquierdo.

La operación de inversión realizada dos veces, evidentemente, restituye el sistema de coordenadas original. Supongamos que la operación de inversión conlleva a la multiplicación de la función ψ por cierto número a:

$$\psi(x', y', z') = a\psi(x, y, z).$$

Aplicándole de nuevo a la expresión obtenida la operación de inversión, llegaremos a la función:

$$a\psi(x', y', z') = a^2\psi(x, y, z),$$

la que debe coincidir con la función original $\psi(x, y, z)$. Por consiguiente, a^2 debe ser igual a 1 y a debe tener los valores +1 ó −1.

De lo dicho se infiere que la operación de inversión o deja la función ψ invariable o le cambia el signo por el inverso. En el primer caso, el estado descrito por la función ψ se denomina *par* y en el segundo, *impar*. El comportamiento de la función ψ durante la inversión depende de las propiedades internas de las partículas descritas

por ésta. Sobre las partículas, que se describen por funciones pares, se dice que tienen *paridad interna positiva* ($P = +1$), las partículas que se describen por funciones impares poseen *paridad interna negativa* ($P = -1$). La paridad de un sistema de partículas es igual al producto de las paridades de las partículas aisladas que forman el sistema.

De la mecánica cuántica se infiere la *ley de la conservación de la paridad*, según la cual durante todas las transformaciones que sufra un sistema de partículas la paridad del estado permanece constante. La conservación de la paridad significa la invariabilidad de las leyes de la naturaleza con relación a la sustitución de lo derecho por lo izquierdo (y viceversa).

Hasta el año 1956 no había dudas de que la ley de la conservación de la paridad se cumple para todas las interacciones. En el año 1956 T. Lee y C. Yang enunciaron la suposición de que durante las interacciones débiles puede no conservarse la paridad. Para esta suposición existían los siguientes fundamentos. En aquel tiempo se conocían dos mesones que eran designados por τ y θ. Ambos eran completamente idénticos en todos los aspectos menos en uno: el mesón τ se desintegraba en tres mesones π y el mesón θ, sólo en dos mesones π. Podía suponerse que ambos mesones eran una misma partícula, la que era capaz de desintegrarse de dos modos diferentes. Sin embargo, esa suposición estaría en contradicción con la ley de la conservación de la paridad. La paridad del mesón π es $P = -1$. Por esto, la paridad de un sistema de dos mesones π es igual a $(-1)^2 = +1$, y de un sistema de tres mesones π, $(-1)^3 = -1$. Según la ley de la conservación de la paridad, los mesones τ y θ se diferencian por la paridad interna (el mesón τ, que se desintegra en tres mesones π, posee $P = -1$, y el mesón θ, que se desintegra en dos mesones π, $P = +1$) y, por consiguiente, son dos partículas diferentes.

Con el tiempo fue establecido categóricamente que los mesones τ y θ son una misma partícula que se denomina hoy mesón K^0 y que posee $P = -1$. Por lo tanto, el proceso:

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$$

transcurre con infracción de la paridad.

Lee y Yang propusieron la idea de un experimento para comprobar la no conservación de la paridad, el que fue realizado en la Universidad de Columbia (EE.UU.) por C.S. Wu y sus colaboradores. La idea del experimento consistía en lo siguiente. Si lo derecho y lo izquierdo en la naturaleza son indistinguibles, durante la desintegración β la emisión de un electrón en la dirección del espín del núcleo y en el sentido inverso deben tener la misma probabilidad. En efecto, durante la reflexión imaginaria del núcleo en un espejo el sentido de su «rotación», o sea, el del espín, cambia por el inverso (fig. 80.3). Si el núcleo emite electrones β con la misma probabilidad en ambas

direcciones (fig. 80.3, *a*) la reflexión del sistema núcleo—electrones en el espejo será indistingible del sistema mismo (estarán desviados uno con relación a otro en 180°). Si los electrones β son emitidos con preponderancia en una dirección (fig.80.3, *b*), entonces lo «izquierdo» y lo «derecho» se harán distinguibles.

En el experimento de Wu, los espines de los núcleos de cobalto ^{60}Co radioactivo se orientaban, con ayuda de un campo magnético, en un mismo sentido. Para que el movimiento térmico no obstaculizara esta orientación, la preparación radiactiva se enfriaba hasta temperaturas superbajas (~0,1 K). Fue descubierta una diferencia sustancial en la cantidad de electrones β emitidos en ambas direcciones. Resultó que los electrones β se emiten preferiblemente en sentido contrario al de los espines nucleares. De esta manera fue demostrada experimentalmente la desigualdad de lo derecho y lo izquierdo durante las interacciones débiles (recordemos que la desintegración β es condicionada por una interacción débil).

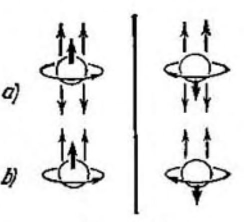


Fig. 80.3.

Después que se puso en claro que la paridad espacial (P) en las interacciones débiles no se conserva, L. D. Landau e independientemente de él Lee y Yang emitieron la hipótesis de que cualquier interacción es invariable con relación a una transformación compleja consistente en la inversión simultánea del espacio y la sustitución de las partículas por las antipartículas. Esta transformación fue denominada *inversión combinada*. Según esta hipótesis, la simetría entre lo derecho y lo izquierdo se conserva, si al reflejar el espacio en un espejo se sustituyen las partículas por las antipartículas. En efecto, si en la fig. 80.3, *b* la reflexión especular del núcleo se sustituye por un antinúcleo, el sentido del espín cambia por el inverso y la imagen reflejada del sistema no se diferenciará del sistema mismo.

Representemos la operación de inversión del espacio por el símbolo P, y la de conjugación de la carga por el símbolo C (o sea, la sustitución de la partícula por la antipartícula). Entonces, el símbolo de la inversión combinada será CP. Por esto, la invariabilidad con relación a la inversión combinada se denomina *invariabilidad CP*. La paridad del estado de la partícula con relación a la inversión combinada se llama *paridad combinada*. De esta forma, dos leyes que existían antes por separado: la de la invariabilidad con relación a la conjugación de carga[1]) y la de la conservación de la paridad espacial, en el caso de las interacciones débiles, se unen en la *ley de la conservación de la paridad combinada*.

[1]) O sea, la invariabilidad de las leyes de la naturaleza al sustituir las partículas por las antipartículas.

En una serie de procesos, en los cuales se infringe la conservación de la paridad espacial, en realidad, tiene lugar la conservación de la paridad combinada. Sin embargo, en el año 1964, durante el estudio de las desintegraciones de los mesones K^0 fueron obtenidos datos que atestiguaban la violación de la ley de la conservación de la paridad combinada durante estas desintegraciones. No tenemos la posibilidad de entrar en detalles sobre esto.

§ 81. Neutrino

El neutrino es la única partícula que no participa ni en las interacciones fuertes ni en las electromagnéticas. Excluyendo la interacción gravitacional, en la que participan todas las partículas, el neutrino toma parte solamente en las interacciones débiles.

Por mucho tiempo fue inexplicable la diferencia entre el neutrino y el antineutrino. El descubrimiento de la ley de la conservación de la paridad combinada (véase el parágrafo anterior) dio la posibilidad de aclarar esta cuestión: los mismos difieren por su *espiralidad*.

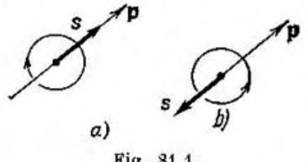


Fig. 81.1.

Por espiralidad se entiende cierta relación entre la dirección del impulso **p** y el espín **s** de la partícula. La misma se considera positiva, si el espín y el impulso tienen igual sentido. En este caso, la dirección del movimiento (**p**) de la partícula y la de la «rotación» que corresponde al espín forman un sistema de rotación dextrógiro (fig. 81.1, *a*). Si el espín y el impulso tienen sentidos contrarios (fig. 81.1, *b*), la espiralidad será negativa (el movimiento de traslación y la «rotación» forman un sistema de rotación levógiro). Es evidente que la espiralidad puede ser definida como el signo del producto escalar **sp**.

La espiralidad puede tener un valor absoluto, o sea, puede ser una propiedad intrínseca, sólo para las partículas que posean masa nula en reposo (semejante partícula existe solamente, al moverse a una velocidad c). Una partícula, cuya masa en reposo sea diferente de cero, se moverá a una velocidad v menor que c. La espiralidad de semejante partícula en sistemas de referencia, que se muevan a velocidades menores que v y mayores que v (pero menores que c), será diferente (el impulso de una partícula en estos sistemas de referencia tiene sentidos opuestos)[1].

---

[1]) La masa en reposo del fotón es igual a cero. Por esto, la espiralidad del fotón posee un valor absoluto. Los dos valores que se obtienen para el fotón (positivo y negativo) no corresponden a la partícula y la antipartícula, sino a dos distintos estados de polarización de una misma partícula.

Antes del año 1980 se suponía que la masa del neutrino era igual a cero. Por esto, se consideraba que la espiralidad era una propiedad intrínseca del neutrino (y del antineutrino), la que se conserva durante todos los procesos en los que éstos participan. Sin embargo, en el transcurso de los años 1975—1980, V. A. Lubímov, E. G. Nóvikov, B. Z. Nozik, E. F. Tretiakov y V. S. Kozik realizaron unos experimentos, que los llevaron a la conclusión de que la masa en reposo del neutrino difiere de cero, encontrándose en los límites desde 15 hasta 44 eV, siendo el valor más probable 35 eV (o sea, una 0,00007-ésima parte de la masa del electrón). Si los resultados de estos experimentos se confirman, será necesario introducir correcciones sustanciales en el cuadro establecido tanto para el micromundo (o sea, el mundo de las partículas elementales) como, y sobre todo, para el macromundo (o sea, el Universo). El estudio del problema de la masa del neutrino continúa.

Según la *teoría del neutrino longitudinal* creada por Yang y Lee, Landau y también por Salam, todos los neutrinos existentes en la naturaleza, independientemente de cómo hayan surgido, están siempre polarizados longitudinalmente (o sea, su espín está dirigido en forma paralela o antiparalela al impulso **p**). El neutrino posee espiralidad negativa (izquierda), le corresponden las direcciones de **s** y **p** mostradas en la fig. 81.1, *b*); el antineutrino posee espiralidad positiva (derecha) (fig. 81.1, *a*). De esta manera, la espiralidad es lo que los diferencia.

Al reflejarse en un espejo, una espiral derecha se convierte en la izquierda. Por consiguiente, la existencia de la espiralidad en el neutrino contradice la ley de la conservación de la paridad espacial (la partícula no coincide con su imagen). Sin embargo, si simultáneamente con la reflexión sustituimos el neutrino (que posee espiralidad izquierda) por el antineutrino (de espiralidad derecha), serán cumplidos los requerimientos de la ley de la conservación de la paridad combinada.

La existencia de la espiralidad en el neutrino se observa en la cadena de transformaciones $\pi \rightarrow \mu \rightarrow e$. Al final de su recorrido, el mesón π^+ se desintegra en un muon y un neutrino:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu.$$

El espín del mesón π^+ es igual a cero, el impulso al final del recorrido también será igual a cero. Por esto, el muon y el neutrino deberán dispersar en sentidos opuestos, de manera que el neutrino la «impone» su espiralidad al muon[1]) (fig. 81.2), de otro modo, el espín del sistema no se mantendría igual a cero.

[1]) El espín del muon comúnmente no está fijado con relación a la dirección de su movimiento.

El muon al final de su recorrido se descompone según el esquema:

$$\mu^+ \to e^+ + \nu + \tilde{\nu}.$$

Como en este caso se trata de la desintegración de muones polarizados, durante este proceso deberá observarse el mismo fenómeno que durante la desintegración β de núcleos polarizados (en el experimento de Wu), o sea, la distribución angular de los positrones deberá ser anisotrópica con relación a la dirección de la polarización del muon, es decir, con relación a la dirección de su movimiento hasta su detención final. El estudio de las fotografías en las que se han captado los procesos de desintegración $\pi \to \mu \to e$ en la cámara de burbujas muestra que los positrones son emitidos con más frecuencia en la dirección opuesta a la de los muones (véase fig. 81.2).

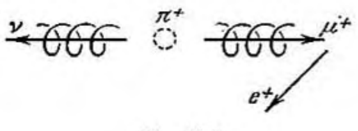


Fig. 81.2.

En el año 1932 fue enunciada la hipótesis sobre la existencia del neutrino. Durante el cuarto de siglo siguiente se obtuvieron muchas demostraciones indirectas de aquélla, sin embargo, la observación directa del neutrino no fue alcanzada. La causa de esto consiste en que el neutrino, por no poseer carga eléctrica ni masa apreciable, interactúa muy débilmente con la materia. Por ejemplo, el neutrino de energía ~ 1 MeV tiene un recorrido en el plomo de $\sim 10^{20}$ cm, o sea, 100 años luz. Sólo después de la creación de los reactores nucleares, que son fuentes de flujos potentes de neutrinos ($\sim 10^{13}$ partículas/cm$^2 \cdot$s)), fue posible observar reacciones con la participación de estas partículas imperceptibles.

La observación directa del antineutrino fue llevada a cabo durante la serie de experimentos de F. Reines y C. Cowan (1953—1956). Fue observada la siguiente reacción:

$$\tilde{\nu} + p \to n + e^+, \qquad (81.1)$$

la cual es, en esencia, la inversión de la reacción (66.7) de la desintegración del neutrón[1]). El hecho de que surgieran simultáneamente un neutrón y un positrón (fig. 81.3) sirvió de demostración de que el antineutrino entró en reacción con un protón. El electrón y el positrón se aniquilaron casi instantáneamente, lo que conllevó

[1]) En el sentido directo de la palabra, la inversión de la reacción de desintegración del neutrón sería la reacción $\nu + p + e^- \to n$, sin embargo, esta reacción requiere el encuentro de tres partículas y por lo tanto es prácticamente imposible. «Restar» una partícula es equivalente a agregar una antipartícula: restanto e^- en el primer miembro y agregando e^+ en el segundo, obtendremos (81.1).

al surgimiento de dos cuantos γ de energía 0,51 MeV. El neutrón, después de frenado, fue capturado por el núcleo de cadmio. El núcleo excitado, formado con ello, emitió varios fotones γ con una energía total de 9,1 MeV.

El equipo se expone esquemáticamente en la fig. 81.4. Dos recipientes (190 × 130 × 7 cm), llenos de una solución de cloruro de cadmio en agua, sirvieron de blanco. Tres depósitos (190 × 130 × × 60 cm) fueron llenados de un líquido capaz de centellear bajo el efecto de los fotones γ. Los centelleos eran registrados por 110 fotomultiplicadores. Los recipientes fueron recubiertos por una capa de

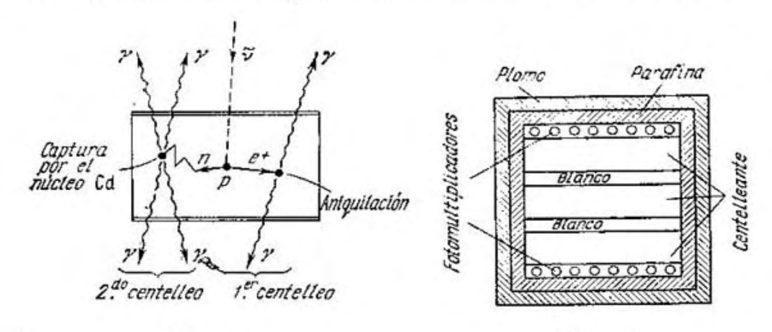


Fig. 81.3. Fig. 81.4.

parafina y luego por otra de plomo para protegerlos de los rayos cósmicos y de los neutrones que se desprendían del reactor. Todo el equipo fue enterrado profundamente en la tierra en las cercanías de un reactor grande.

El centelleo provocado por los fotones γ capturados se retrasaba varias decenas de microsegundo con relación al centelleo condicionado por los fotones γ de la aniquilación. Ambas señales se registraban por un esquema de coincidencias retardadas, además era valorada la energía de los fotones que provocaban cada centelleo (1,02 y 9,1 MeV). Esto permitió discernir con fiabilidad el efecto estudiado del fondo creado por otros procesos. El experimento continuó durante 1371 horas (57 días). Eran registrados, por término medio, cerca de tres centelleos de la intensidad esperada por hora. Estos resultados sirven de demostración directa de la existencia del antineutrino.

En unos procesos el neutrino (o el antineutrino) surge junto con el electrón (positrón), en otros, junto con muones (pueden ser hallados ejemplos en la tabla 77.1). Por mucho tiempo se supuso que los primeros neutrinos (electrónicos) ν_e eran idénticos a los segundos

(muónicos) ν_μ. En el año 1962 fue demostrado experimentalmente que esto no era así. La idea del experimento pertenece a B. Pontecorvo. La inversión de la reacción (70.9) es el proceso:

$$\nu_e + n \rightarrow p + e^- \tag{81.2}$$

(véase la última nota). También es posible un proceso análogo, en el cual en vez de un electrón surge un muon:

$$\nu_\mu + n \rightarrow p + \mu^- \tag{81.3}$$

(la partícula qu interviene en esta reacción deberá ser, evidentemente, un neutrino muónico y no electrónico). Pontecorvo propuso bombardear la sustancia con neutrinos muónicos formados durante la desintegración $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ y observar las partículas resultantes. La presencia entre ellas tanto de e^- como de μ^- indicaría la identidad de ν_e y ν_μ. La presencia sólo de μ^- evidenciaría la diferencia entre los neutrinos electrónicos y muónicos.

El experimento fue realizado por Lederman, Schwartz y otros en Brookhaven (EE.UU.). En el acelerador se obtuvieron mesones π^+ con una energía de 15 GeV. El proceso de desintegración $\pi - \mu$ (véase (69.3)) conducía a la formación de neutrinos muónicos de energía $\sim$500 MeV. El flujo de éstos era dirigido a una cámara de chispas con macizas paredes de hierro (con una masa total de 10 t). Durante 800 horas fueron registrados 51 casos de surgimiento de muones y ni un solo caso de electrones. Este resultado sirve de demostración de que existen cuatro neutrinos diferentes: ν_e, $\tilde{\nu}_e$, ν_μ, $\tilde{\nu}_\mu$.

Debido a la necesidad de diferenciar los neutrinos muónicos y electrónicos en las fórmulas (66.7), (70.7), (70.8) y (70.9), el símbolo del neutrino debe ser complementado con el índice «e», y en las fórmulas (69.3), con el índice «μ». Las fórmulas (69.5) deben ser escritas de la siguiente forma:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e + \nu_\mu, \quad \mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \tilde{\nu}_\mu$$

§ 82. Sistematización de las partículas elementales

Las regularidades que se observan en el mundo de las partículas elementales pueden ser formuladas en forma de leyes de la conservación. De estas últimas ya hay una gran cantidad (véase tabla 82.1).

Algunas de ellas resultan ser inexactas, sólo aproximadas. Por ejemplo, la ley de la conservación de la hipercarga Y (o de la extrañeza S) se cumple en el caso de interacciones fuertes y electromagnéticas y no se cumple en las débiles (el cumplimiento de la ley en cada tipo de interacción se indica en la tabla 82.1 con el signo más, el incumplimiento, con el signo menos).

Tabla 82.1

Ley de la conservación de	Tipo de interacción		
	fuerte	electro-magnética	débil
la energía E	+	+	+
el impulso $\mathbf{p}$	+	+	+
el momento de impulso $\mathbf{M}$	+	+	+
la carga eléctrica Q	+	+	+
la carga bariónica B	+	+	+
la carga leptónica L	+	+	+
el espín isotópico T	+	−	−
la hipercarga Y (o la extrañeza S)	+	+	−
la conjugación de carga C	+	+	−
la paridad P	+	+	−
la paridad combinada CP	+	+	−

Cada ley de conservación expresa cierta simetría del sistema. Las leyes de la conservación del impulso $\mathbf{p}$, del momento de impulso $\mathbf{M}$ y de la energía E reflejan las propiedades de simetría del espacio y el tiempo: la conservación de la energía E es una consecuencia de la homogeneidad del tiempo, la conservación de $\mathbf{p}$ es condicionada por la homogeneidad del espacio y la conservación de $\mathbf{M}$, por su isotropía. La ley de la conservación de la paridad está vinculada con la simetría entre lo derecho y lo izquierdo (invariabilidad P). La simetría con relación a la conjugación de carga (simetría de la partícula y la antipartícula) conduce a la conservación de la paridad de carga (invariabilidad C). Las leyes de la conservación de las cargas eléctricas, bariónicas y leptónicas expresan una simetría particular de la función ψ. Finalmente, la ley de la conservación del espín isotópico refleja la isotropía del espacio isotópico. El incumplimiento de una de estas leyes significa la violación en la interacción dada del correspondiente tipo de simetría. Por ejemplo, la interacción electromagnética infringe la simetría del espacio isotópico, a consecuencia de lo cual el espín isotópico T no se conserva en tales interacciones.

La introducción del espín isotópico permitió agrupar las partículas en multipletes de carga (véase § 78). La ampliación del esquema del espín isotópico condujo a Gell-Mann, e independientemente a Yu. Ne'eman a la creación en el año 1961 de la *teoría de la simetría unitaria* de las partículas elementales. En esta teoría se supone que la interacción fuerte es invariable con relación a transformaciones especiales[1]) en cierto espacio complejo vectorial tridimensional (espacio del *espín unitario*), las cuales conservan el espín isotópico T

[1]) Que pertenecen al llamado grupo SU (3).

y la hipercarga Y sin variación. De esta manera, los multipletes de carga pueden ser agrupados en *supermultipletes* (o *multipletes unitarios*). El sistema de simetría de las partículas, establecido por la teoría unitaria, se denomina también *«ruta» óctuple.*

Las partículas[1] que forman el supermultiplete deben poseer iguales espines y paridad P. Ellas pueden diferir por su masa, carga eléctrica, hipercarga y espín isotópico, sin embargo, estas magnitudes deberán estar vinculadas entre sí por determinadas reglas.

En la fig. 82.1 se muestra el octeto (supermultiplete formado por ocho partículas) que agrupa los mesones (excepto resonancias).

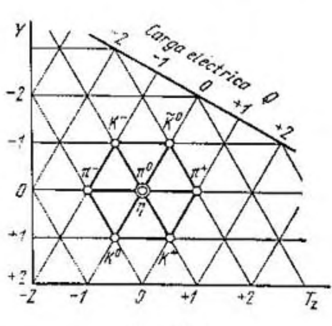


Fig. 82.1.

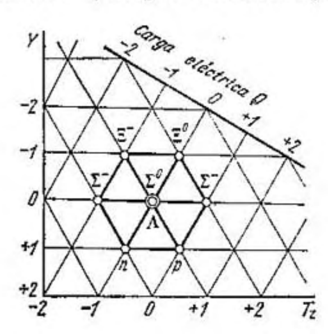


Fig. 82.2.

Todos ellos poseen espín nulo y paridad negativa. En el eje vertical está la hipercarga Y, en el horizontal, la proyección del espín isotópico T_z (la tercera componente del espín isotópico) y en el eje inclinado, la carga eléctrica Q de las partículas. Las partículas en el octete mesónico están situadas en los vértices y en el centro de un hexágono regular. En el centro se sitúan dos partículas: π^0 y η. En el momento de la creación de la teoría de la simetría unitaria eran conocidos sólo 7 mesones (excepto η). De acuerdo con las conclusiones de esta teoría, fue pronosticada la existencia y las propiedades del octavo mesón. En el año 1961 éste fue descubierto (mesón η), estando sus propiedades en buena armonía con las predicciones teóricas.

En la fig. 82.2 viene dado el octete de los bariones de vida larga. Ellos poseen espín igual a $^1/_2$ y paridad positiva. En el centro del hexágono se encuentran los hiperones Σ^0 y Λ.

Finalmente, en la fig. 82.3 se puede apreciar el decuplete bariónico (supermultiplete que agrupa 10 partículas) que está formado por

[1]) Se consideran sólo las partículas de interacción fuerte.

9 resonancias y la partícula «verdadera» de vida larga hiperón Ω^-. El espín de todos ellos es igual a $^3/_2$ y la paridad positiva. Las partículas se sitúan en el diagrama en forma de triángulo regular. A la derecha en el dibujo se indica la masa m de las partículas y la diferencia de masas Δm expresada en MeV. Es curioso que al pasar de un grupo de partículas a otro la masa varía en casi la misma magnitud ($\sim$145 MeV).

Cuando esta teoría fue creada, los hiperones Ξ^* y la partícula Ω^- aún no eran conocidos. Las resonancias Ξ^{*-} y Ξ^{*0} fueron descubiertos en el año 1962. Quedaba desocupada la cúspide de la pirámide. Gell-Mann pronosticó que la partícula que le corresponde debe tener un espín igual a $^3/_2$, una hipercarga $Y = -2$ y una masa cercana a 1675 MeV (o 145 MeV mayor que la masa de la partícula Ξ^*). Casi inmediatamente comenzó la búsqueda intensa de esta partícula, la cual recibió el nombre de hiperón Ω^-. En el laboratorio de Brookhaven fue utilizado con este objetivo un acelerador de 33 GeV y una cámara de burbujas de dos metros que contenía 900 litros de hidrógeno líquido. Fueron hechas cerca de 300 000 fotografías antes de que en una de ellas, en enero de 1964, fuera observado el proceso de surgimiento y desintegración de la partícula Ω^-. Sus propiedades, en particular su masa, coincidió exactamente con las predichas por la teoría. De esta manera, el descubrimiento del hiperón Ω^- representó un triunfo de la teoría de la simetría unitaria.

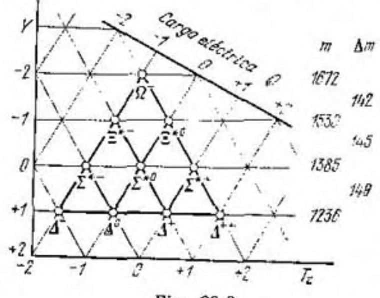


Fig. 82.3.

Surge la pregunta: ¿por qué la partícula «verdadera» hiperón Ω^-, con un tiempo de vida aproximado de 10^{-10} s, cayó en un mismo decuplete con las resonancias, cuyo tiempo de vida es del orden de 10^{-23} s? La causa de tal «vitalidad» del hiperón Ω^- consiste en que su hipercarga es igual a -2 (su extrañeza $S = -3$). Por esto no puede desintegrarse a cuenta de las interacciones fuertes, del mismo modo como se desintegran las demás partículas del decuplete.

Las resonancias que forman el decuplete se desintegran según los esquemas:

$$\Delta \to N + \pi, \quad \Delta \to N + \pi^+ + \pi^-, \quad \Delta \to N + \gamma,$$

$$\Sigma^* \to \Lambda + \pi, \quad \Sigma^* \to \Sigma + \pi,$$

$$\Xi^* \to \Xi + \pi,$$

donde N es un nucleón, Λ, Σ y Ξ, los correspondientes hiperones. En el transcurso de todos estos procesos, la hipercarga (y por lo tanto la extrañeza) se conservan (es fácil convencerse de esto, comparando los diagramas en las figs. 82.2 y 82.3). Por consiguiente, las desintegraciones ocurren a cuenta de las interacciones fuertes con un tiempo característico de $\sim 10^{-23}$ s.

En el caso del hiperón Ω^-, la conservación de la hipercarga (extrañeza) pudiese observarse durante la desintegración en dos o más partículas extrañas. A este grupo de procesos, en los cuales además de la hipercarga se conservan también las cargas eléctricas y bariónicas, pertenecen:

$$\Omega^- \to \Xi^- + \widetilde{K}^0,$$

$$\Omega^- \to \Sigma^- + \widetilde{K}^0 + \widetilde{K}^0,$$

$$\Omega^- \to n + K^- + \widetilde{K}^0 + \widetilde{K}^0,$$

$$\Omega^- \to p + K^- + K^- + \widetilde{K}^0.$$

Sin embargo, estos procesos se prohiben según la ley de la conservación de la energía. De este modo, el hiperón Ω^- puede desintegrarse solamente violando la ley de la conservación de la hipercarga, o sea, a cuenta de las interacciones débiles. En correspondencia, su tiempo de vida es igual a 10^{-10} s. La desintegración ocurre por uno de los esquemas siguientes:

$$\Omega^- \to \Xi^0 + \pi^-, \quad \Omega^- \to \Xi^- + \pi^0, \quad \Omega^- \to \Lambda + K^-.$$

El espín del hiperón Ω^- es igual a $^3/_2$, el de los hiperones Ξ^- y Λ es igual a $^1/_2$ y el de los mesones π^- y K, igual a cero. Sin embargo, la ley de la conservación del momento de impulso no se viola, ya que el par de partículas formado posee un momento orbital de impulso igual a 1. Por consiguiente, el momento sumatorio de estas partículas es igual a $^3/_2$.

§ 83. Quarks

Se han acumulado tantas partículas llamadas elementales que han surgido serias dudas sobre su elementalidad. Cada una de las partículas de interacción fuerte se caracteriza por tres números cuánticos aditivos independientes: la carga Q, la hipercarga Y y la carga bariónica B. Con relación a esto, surgió la hipótesis de que todas las partículas están compuestas por tres partículas fundamentales, portadoras de estas cargas. El primer modelo de esta clase fue propuesto por el físico japonés S. Sakata, el que consideraba como partí-

culas fundamentales el protón p, el neutrón n y el hiperón Λ[1]). Sin embargo, el esquema de Sakata resultó inaplicable al campo de las interacciones fuertes.

En el año 1964 Gell-Mann e independientemente el físico suizo Zweig propusieron una hipótesis, según la cual todas las partículas elementales están constituidas por tres partículas denominadas quarks. A éstos se les asignan números cuánticos fraccionarios, en particular una carga eléctrica igual a $+{}^2/_3$, $-{}^1/_3$, $-{}^1/_3$ respectivamente para cada uno de los tres quarks. Estos últimos se representan usualmente por las letras u (de la palabra inglesa «*up*»' que significa «hacia arriba»), d (*down*, que significa hacia abajo) y s (*strange*, extraño o *sideways* que significa lateral). Los quarks u, d y s de manera análoga al esquema de Sakata se representan a veces por las letras p, n y Λ. Además de los quarks existen los antiquarks ($\tilde{u}$, $\tilde{d}$, $\tilde{s}$). En la tabla 83.1

Tabla 83.1

Tipo de quark	Carga eléctrica, Q	Número bariónico, B	Espín	Extrañeza, S	Charm, C	Color
u	$+{}^2/_3$	$+{}^1/_3$	${}^1/_2$	0	0	Amarillo, azul, rojo
d	$-{}^1/_3$	$+{}^1/_3$	${}^1/_2$	0	0	ídem
s	$-{}^1/_3$	$+{}^1/_3$	${}^1/_2$	−1	0	»
c	$+{}^2/_3$	$+{}^1/_3$	${}^1/_2$	0	+1	»
b	$-{}^1/_3$	$+{}^1/_3$	${}^1/_2$	0	0	»
t	$+{}^2/_3$	$+{}^1/_3$	${}^1/_2$	0	0	»
$\tilde{u}$	$-{}^2/_3$	$-{}^1/_3$	${}^1/_2$	0	0	Violeta, anaranjado, verde
$\tilde{d}$	$+{}^1/_3$	$-{}^1/_3$	${}^1/_2$	0	0	ídem
$\tilde{s}$	$+{}^1/_3$	$-{}^1/_3$	${}^1/_2$	+1	0	»
$\tilde{c}$	$-{}^2/_3$	$-{}^1/_3$	${}^1/_2$	0	−1	»
$\tilde{b}$	$+{}^1/_3$	$-{}^1/_3$	${}^1/_2$	0	0	»
$\tilde{t}$	$-{}^2/_3$	$-{}^1/_3$	${}^1/_2$	0	0	»

se indican las propiedades de todos ellos (sobre los quarks c, b, t, el encantamiento y el color hablaremos más adelante).

[1]) El hecho de que muchas partículas poseen una masa mucho menor que la suma de las masas de p, n y Λ no debe desconcertar, ya que la masa de un sistema de partículas vinculadas puede resultar mucho menor que la de las masas de las partículas componentes (compárese con la energía de enlace de las partículas en el núcleo, § 67).

Los mesones se forman por un quark—antiquark y los bariones, por tres quarks. En la tabla 83.2 se muestran algunas de estas formaciones.

Tabla 83.2

Partícula	Composición	Carga eléctrica, Q	Número bariónico, B	Extrañeza, S	Orientación mutua de los espines de los quarks	Espín de la partícula	"Orientación" mutua de los espines isotópicos de los quarks	Espín isotópico de las partículas, T
π^+	$u\tilde{d}$	+1	0	0	↑↓	0	↑↑	1
π^-	$\tilde{u}d$	−1	0	0	↑↓	0	↑↑	1
K^+	$\tilde{u}s$	+1	0	+1	↑↑	0	↑	$^1/_2$
p	uud	+1	+1	0	↑↓↑	$^1/_2$	↑↓↑	$^1/_2$
n	udd	0	+1	0	↑↓↑	$^1/_2$	↑↓↑	$^1/_2$
Σ^+	uus	+1	+1	−1	↑↓↑	$^1/_2$	↑↑	1
Λ	uds	0	+1	−1	↑↓↑	$^1/_2$	↑↓	0
Δ^{++}	uuu	+2	+1	0	↑↑↑	$^3/_2$	↑↑↑	$^3/_2$
Δ^-	ddd	−1	+1	0	↑↑↑	$^3/_2$	↑↑↑	$^3/_2$
Ω^-	sss	−1	+1	−3	↑↑↑	$^3/_2$	—	0

A cada quark se le asigna un mismo momento magnético μ_q, cuya magnitud no se determina de la teoría. Los cálculos efectuados a base de esta suposición dan para el protón un valor del momento magnético $\mu_p = \mu_q$, y para el neutrón, $\mu_n = -^2/_3\mu_q$. De este modo, para la relación de los momentos magnéticos se obtiene el valor:

$$\frac{\mu_p}{\mu_n} = -\frac{3}{2},$$

el que concuerda perfectamente con el valor experimental (véase § 66).

Más adelante fue necesario ampliar el sistema de quarks. La causa de esto fue el hecho de que los estados agrupados, formados por tres quarks del tipo *uuu* (Δ^{++}), *ddd* (Δ^-), *sss* (Ω^-) contradicen el principio de Pauli. En realidad, de las tablas 83.1 y 83.2 es evidente que todos los números cuánticos de los quarks en estas formaciones son iguales. Sin embargo, en vista de que el espín de los quarks es igual a 1/2, en un mismo sistema no puede haber incluso dos quarks con la misma combinación de números cuánticos.

Por una serie de consideraciones, en particular para eliminar la contradicción con el principio de Pauli, fue introducido el concepto de *color* del quark. Se decía que cada quark puede existir en tres formas «coloreadas»: amarilla, azul y roja (señalemos que la mezcla

de estos colores da el color blanco «nulo»). De esta manera los quarks s que forman el hiperón Σ^- tienen coloraciones diferentes y el principio de Pauli no se infringe[1]).

La combinación de colores de los quarks en los hadrones debe ser tal que el calor medio del hadrón sea nulo (o sea el hadrón sea «incoloro»). Por ejemplo, en la composición del protón entran los quarks: u (amarillo), u (azul) y d (rojo). En total se obtiene el color nulo (blanco).

Se considera que los antiquarks están coloreados en colores complementarios (anticolores), los que sumados con los colores bases, dan el color nulo. Por consiguiente, los mesones formados por un quark y un antiquark también poseen color nulo. El anticolor del amarillo es el violeta, para el azul, el anaranjado, para el rojo es el verde (véase tabla 83.1).

En lo fundamental, el color del quark (de modo similar al signo de la carga eléctrica) expresa la diferencia en la propiedad que caracteriza la atracción o repulsión mutua de los quarks. Análogamente a los cuantos de los campos de diversas interacciones (los fotones en las interacciones electromagnéticas, los mesones π en las interacciones fuertes, etc.) fueron introducidas unas partículas portadoras de la interacción entre los quarks. Estas fueron denominadas *gluones* (de la palabra inglesa «*glue*» que significa pegamento). Ellas transmiten el color, desde un quark hacia otro, a consecuencia de lo cual estos se mantienen unidos.

En el año 1974 fue descubierta casi simultáneamente en dos laboratorios de los EE.UU. una partícula de masa enorme igual a 3,10 GeV (tres veces mayor que la masa de un nucleón). En uno de los laboratorios esta partícula fue designada J, en el otro ψ, por lo que se denomina partícula J/ψ (partícula ji-psi). Poco tiempo después fueron descubiertas otras partículas ψ de masa 3,69; 3,77 y 4,03 GeV, y también la familia de partículas de masas 3,45; 3,51 y 3,55 GeV.

El descubrimiento de las partículas ψ y χ sirvió de demostración del modelo de partículas formadas por cuatro quarks, propuesto anteriormente. Además de los quarks u, d y s en este modelo figura un cuarto quark «encantado» c (de la palabra inglesa *charmed* que significa encantado). Este difiere de los demás quarks por su número cuántico C, el cual recibió el nombre de *encantamiento* «charm» y es igual a la unidad, mientras que los demás quarks son iguales a cero (véase tabla 83.1). Los quarks c no forman parte de la composición de las partículas «no encantadas» usuales (mesones y bariones).

Las partículas de las familias ψ y χ son distintos niveles (estados) del sistema $c\tilde{c}$ (quark encantado—antiquark). De manera análoga al sistema electrón—positrón (o sea antielectrón) que se denomina posi-

[1]) Señalemos que el «color» y el «charm», así como la «extrañeza» son, en esencia, nombres de los números cuánticos.

tronio, el sistema $c\tilde{c}$ recibió el nombre de *charmonio*. La partícula J/ψ (también llamada mesón J/ψ) corresponde al primer nivel del charmonio, las demás partículas ψ, a los niveles $^3S_1$ y las partículas χ, a los niveles ^3P_J. El mesón pesado η_c, descubierto en el año 1979 en Stanford (de masa 2,98 GeV), es el estado fundamental del para-charmonio ($^1S_0$).

En vista de que el charm del quark c y de su antiquark $\tilde{c}$, es respectivamente, +1 y −1, el número cuántico C del sistema $c\tilde{c}$ es igual a cero. Se dice que las partículas ψ y χ poseen charm escondido. En el año 1976 fueron descubiertas las partículas predichas teóricamente, las cuales poseen charm evidente. Sus propiedades se muestran en la tabla 83.3.

Tabla 83.3

Partícula	Masa, GeV	Estructura	Carga, Q	Número bariónico, B	Charm, C
Mesón D^0	1,863	$c\tilde{u}$	0	0	+1
Mesón D^+	1,868	$c\tilde{d}$	+1	0	+1
Mesón F^+	2,04	$c\tilde{s}$	+1	0	+1
Barión Λ_c^+	2,27	cdu	+1	+1	+1

Para la explicación de las propiedades de la partícula Υ (partícula (ípsilon), descubierta en el año 1976, fue necesario introducir un quinto quark que recibió la designación b (*bottom*—inferior o *beauty*—hermoso) véase tabla 83.1). Las partículas Υ (9,46 GeV), Υ' (10,02 GeV), Υ'' (10,40 GeV) y Υ''' (10,55 GeV) son distintos niveles del sistema $b\tilde{b}$.

Teóricamente se pronostica la existencia de un sexto quark que se representa por la letra t (*top* —superior o *truth* —verdadero). Hasta ahora no hay datos experimentales que requieran este quark para su explicación. No obstante, los físicos no dudan de que estas partículas serán pronto descubiertas.

De este modo, el sistema de quarks incluye ya seis clases de éstos (u, d, s, c, b, t), cada uno de los cuales existe en tres variedades de colores (amarillo, rojo y azul).

La idea de los quarks resultó ser muy fructífera. Ella permitió no sólo sistematizar las partículas ya conocidas, sino que pronosticar toda una serie de nuevas partículas. En particular, la existencia del hiperón Ω^- y sus propiedades (véase § 82) fueron predichas con ayuda del modelo de los quarks. Además esta hipótesis permitió explicar muchas propiedades de las partículas y vincular entre sí diferentes

procesos. Por supuesto, fueron realizados intentos por encontrar los quarks. Hasta ahora, éstos no han sido coronados con el óxido y los físicos se inclinan a opinar de que estas partículas no pueden existir en estado libre. Si esto es así en realidad, no podrá ser eliminada la duda sobre su existencia real. El éxito del modelo de los quarks puede ser explicado por el hecho de que en la naturaleza existe una simetría tal de las propiedades de las partículas, como si los quarks existieran.

Como conclusión, citamos uno de los artículos de L. B. Okun: «La existencia de los quarks coloreados (q) y los gluones (g) parece ser indudable para los físicos que trabajan con ellos, pero para el público estas partículas por mucho tiempo crearán desconfianza debido a la imposibilidad de ser extraídas de los hadrones constituidos por ellas».

§ 84. Conclusiones

La situación en la física de las partículas elementales es semejante a la existente en la física atómica después del descubrimiento de la ley periódica por D. I. Mendeléiev en el año 1869. Aunque la esencia de esta ley se puso en claro sólo 60 años más tarde, después de la creación de la mecánica cuántica, la misma permitió sistematizar los elementos químicos, conocidos en aquella epoca, y además conllevó a la predicción de la existencia de nuevos elementos y sus propiedades. De la misma manera los físicos aprendieron a sistematizar las partículas elementales y esto permitió pronosticar muchas veces la existencia de nuevas partículas y anticipar las propiedades de las mismas.

Sin embargo, esta sistematización... «de ninguna manera resuelve el problema fundamental de la comprensión de todas las leyes del micromundo. Esta comprensión llegará, evidentemente, sólo cuando sea creada una nueva teoría física ... Ahora nos acercamos a una nueva era del conocimiento de las leyes más fundamentales de la estructura de la naturaleza, de las cuales se desprenderán como un caso particular la teoría cuántica, la teoría de la relatividad y la teoría de Newton... Es imposible predecir cuándo y cómo será creada una teoría nueva consecuente... Pero el hecho de que un ejército enorme de experimentadores y teóricos en todo el mundo trabaja en este frente vanguardia de la física permite esperar que este momento no esté muy lejano»

Las palabras entre comillas pertenecen al académico I. E. Tamm. Con ellas terminamos nuestra narración sobre la física de las partículas elementales.

ÍNDICE DE MATERIAS

A NUESTROS LECTORES:

Mir edita libros soviéticos traducidos al español, inglés, francés, árabe y otros idiomas extranjeros. Entre ellos figuran las mejores obras de las distintas ramas de la ciencia y la técnica: manuales para los centros de enseñanza superior y escuelas tecnológicas; literatura sobre ciencias naturales y médicas. También se incluyen monografías, libros de divulgación científica y ciencia ficción. Dirijan sus opiniones a la Editorial Mir, 1 Rizhski per., 2, 129820, Moscú, I-110, GSP, URSS.

Trífonov D., Trífonov V.

Como fueron descubiertos los elementos químicos

En el libro se expone la historia de los descubrimientos de los elementos químicos, desde los tiempos de la antigüedad hasta nuestros días. El desarrollo del material se basa en la sucesión cronológica del hallazgo de estos elementos por el hombre. Los autores, en forma sencilla y amena, narran acerca de las regularidades más importantes observadas en el descubrimiento de estos elementos, sobre el papel desempeñado por los distintos métodos de investigación. Se aclara el aporte de los científicos de distintos países en el desarrollo del estudio de los elementos.

La obra se compone de dos partes. En la primera se describen los elementos hallados en la naturaleza. En la segunda parte, los elementos sintéticos.

La primera parte comienza con la exposición de los conocimientos históricos de los elementos en la antigüedad, luego se trata sobre los elementos descubiertos en la Edad Media, acerca del desarrollo de la química neumática. Se narra con referencia a los elementos descubiertos con ayuda de los métodos químico-analítico, electroquímico y espectroscópico. Resultan especialmente interesantes las presentaciones de los hallazgos de los elementos de las tierras raras, de los gases nobles (o inertes) y de los predeterminados por D. I. Mendeléiev basándose en el sistema periódico. La primera parte del libro concluye con una exposición acerca de la historia de los descubrimientos de los elementos radiactivos, y, de este modo, el lector ingresa en el mundo de los elementos inestables y de los isótopos, muchos de los cuales fueron obtenidos artificialmente, por medio de reacciones nucleares.

La segunda parte del libro se dedica a estos elementos sintéticos. En ella el lector se informará de la síntesis de los nuevos elementos dentro de los marcos anteriores del sistema periódico, desde el hidrógeno al uranio, así como de la historia del hallazgo de los elementos transuránicos y de las perspectivas de la síntesis nuclear. En la parte final del libro se insertan datos estadísticos sobre la historia de los descubrimientos de los elementos.

La presente obra se destina a los estudiantes de las escuelas de enseñanza media, y les será de sumo interés a los aficionados a la Química.

Kádomtsev B., Rýdnik V.

Ondas en nuestro alrededor

La noción sobre las ondas, es, por cierto, una de las más antiguas. Ella se generó a partir de las observaciones de las ondas en la superficie del agua y, posteriormente, resultó sencilla y habitual para la inmensa mayoría de la gente. Por otra parte, la física de las ondas en el agua, que comenzó a desarrollarse hace tres siglos, mostró, que detrás de esta simplicidad consuetudinaria se esconde una gran complejidad, que no es del todo comprensible aún en nuestros días. En el libro ofrecido, los autores, en forma amena, relatan acerca de las ondas que son percibidas inmediatamente por nuestra vista. Se describen el flujo de las mareas, las olas marinas provocadas por los sismos, las ondas de los vientos y el poder destructivo de ellas en las costas, las olas provocadas por el movimiento de los barcos, las ondas que se observan en la arena o en la nieve, las ondas en el flujo de los automóviles, en los organismos vivos e, incluso, en galaxias enteras. En la obra no se insertan ecuaciones demasiado complejas y sus métodos de resolución son los más sencillos, a veces sólo fórmulas aproximadas y figuras geométricas, por cuanto el libro trata sobre todo de física y no de la matemática de las ondas. La obra está escrita en forma accesible y amena y está dirigida a un amplio círculo de lectores.